МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Львівський національний університет імені Івана Франка

Механіко-математичний факультет

Кафедра механіки

Затверджено
на засіданні кафедри механіки механіко-математичного факультету Львівського національного університету імені Івана Франка (протокол № 1 від 31 серпня 2026 р.)

Завідувач кафедри механіки
Володимир СТАНКЕВИЧ

Силабус з навчальної дисципліни

“Комп’ютерне моделювання задач термомеханіки”,

що викладається в межах ОПП
“Інформаційні технології моделювання механічних процесів і систем”
другого (магістерського) рівня вищої освіти для здобувачів зі спеціальності F1 “Прикладна математика”

Львів – 2026

Назва дисципліни	Комп'ютерне моделювання задач термомеханіки
Адреса викладання дисципліни	Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка м. Львів, вул. Університетська, 1
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Механіко-математичний факультет Кафедра механіки
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	F – Інформаційні технології F1 – Прикладна математика
Викладачі дисципліни	Станкевич Володимир Зенонович, завідувач кафедри механіки, доктор фізико-математичних наук, професор
Контактна інформація викладачів	https://new.mmf.lnu.edu.ua/department/mehaniky https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/stankevych-v-z Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 148. м. Львів, вул. Університетська, 1
Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються	Консультації в день проведення лекцій/лабораторних занять (за попередньою домовленістю). Також можливі онлайн-консультації через платформу ZOOM.
Сторінка дисципліни	https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/komp-iuterne-modeliuvannia-zadach-termomekhaniky
Інформація про дисципліну	Дисципліна " Комп'ютерне моделювання задач термомеханіки" є нормативною дисципліною зі спеціальності F1 – Прикладна математика для освітньої програми "Інформаційні технології моделювання механічних процесів і систем", яка викладається в 1-му семестрі в обсязі 4-ох кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
Коротка анотація дисципліни	Спецкурс знайомить з методами розрахунків температурних напружень та деформацій в будівельних та механічних конструкціях і устаткуваннях. Спецкурс охоплює прикладну теорію термопружності, за основу якої прийнято квазістатичну теорію, яка грунтується на гіпотезах Дюамеля–Неймана (виключення з розгляду ефектів динамічності та зв'язаності пружного і температурного полів), а також на принципі суперпозиції механічної дії силових навантажень і температури. Спецкурс присвячений розрахункам на міцність та жорсткість елементів конструкцій під дією температурних навантажень.
Мета та цілі дисципліни	**Метою** вивчення дисципліни є: формування у студентів фундаментальних знань в області дослідження напружено-деформівного стану пружних тіл під дією температурних полів. **Завданням** вивчення навчальної дисципліни є: коректний вибір студентами розрахункових схем елементів конструкцій; формування навичок практичних розрахунків термопружного стану елементів машин під дією температурних навантажень; оволодіння комп'ютерним моделюванням термопружного та

	деформівного станів виробів.
Література для вивчення дисципліни	*Основна література* 1. Ю.С. Постольник, В.Ю. Солод. Інженерна термомеханіка. – Дніпродзержинськ: ДДТУ. – 2006. – 247 с. 2. Станкевич В.З., Мікуліч О.А., Слободян М.С., Станкевич Н.В. Лабораторний практикум комп'ютерного моделювання задач механіки. – Луцьк: ЛНТУ, 2026. – 216 с. 3. Barron R.F., Barron B.R. Design for Thermal Stresses. – John Wiley & Sons Publ. – 2012. – 530 p. 4. Noda N., Hetnarski R.B., Tanigawa Y. Thermal Stresses. – Taylor & Francis Publ. – 2003. – 508 p. 5. Hetnarski R.B., Eslami M.R. Thermal Stresses – Advanced Theory and Applications. – Springer. – 2009. – 579 p. 6. Das B. Problems and Solutions in Thermoelasticity and Magnetothermoelasticity. – Springer. – 2017. – 112 p. 7. Ruggeri T. Introduction to the Thermomechanics of Continua and Hyperbolic Systems. - Springer Cham. – 2024. – 189 p. *Додаткова література* 8. Salencon J., Lyle S. Handbook of Continuum Mechanics: General Concepts Thermoelasticity. – Springer. – 2012. – 823 p. 9. Eslami M.R., Hetnarski R.B., Ignaczak J., Noda N., Sumi N., Tanigawa Y. Theory of Elasticity and Thermal Stresses. Explanations, Problems and Solutions. – Springer. – 2013. – 786 p. 10. Kurowski P.M. Thermal Analysis with SolidWorks Simulation 2022 and Flow Simulation 2022. – SDC Publ. – 2022. – 300 p.
Обсяг курсу	Загальний обсяг: 120 годин. Аудиторних занять: 48 год., з них 32 год. лекцій та 16 годин лабораторних занять. Самостійної роботи: 72 год.
Очікувані результати навчання	У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен **знати**: – методи визначення температурних напружень і деформацій в пружних тілах під дією теплового і силового навантажень; **Вміти:** – визначати температурні напруження і деформації у стрижневих елементах конструкцій під дією нерівномірного нагрівання (охолодження); – проводити розрахунки на міцність, жорсткість і стійкість статично-визначуваних та статично-невизначуваних стрижневих конструкцій при різних способах їх закріплень; – визначати температурні напруження і деформації у пластинах, тілах циліндричної та сферичної конфігурацій під дією нерівномірного нагрівання (охолодження); – використовувати наближені методи розв'язування задач термомеханіки; – моделювати засобами комп'ютерної симуляції термопружну

	поведінку механічних систем. **Набуті компетентності:** ІК. Здатність розв'язувати складні задачі дослідницького та/або інноваційного характеру у галузі прикладної математики ЗК01. Здатність генерувати нові ідеї (креативність) та нестандартні підходи до їх реалізації. ЗК03. Здатність оволодівати сучасними знаннями, формулювати та вирішувати проблеми. СК02. Здатність проводити наукові дослідження з розробки нових та адаптації існуючих математичних та комп'ютерних моделей для дослідження різноманітних механічних процесів, явищ і систем, здійснювати відповідні експерименти та аналізувати одержані результати. СК03. Здатність розробляти методи й алгоритми побудови, дослідження, аналітичного або числового розв'язання та програмної реалізації математичних моделей в області механіки, інших галузей та здійснювати їх аналіз. СК04. Здатність розробляти та досліджувати математичні та комп'ютерні моделі структурної механіки за допомогою спеціалізованих програмних засобів. СК05. Здатність проведення розрахунків елементів інженерних конструкцій на міцність, жорсткість і стійкість. СК07. Здатність проєктувати та розробляти програмне забезпечення для розв'язування формалізованих задач механіки. СК08. Здатність формалізувати та будувати моделі даних або знань, одержувати релевантні знання з великих обсягів даних, володіти методами експериментальної та статистичної механіки обробки експериментальних даних, обирати методи аналізу даних для розв'язання задач. РН04. Проводити розрахунки конструктивних елементів (стрижнів, балок, валів, пластин, оболонок) на міцність, жорсткість, довговічність, уникнення явища резонансу під дією періодичного навантаження. РН05. Використовувати методи статистичної механіки до широкого класу феноменологічних теорій незворотніх термодинамічних та термомеханічних процесів. РН06. Вміти визначати період докритичного росту тріщин високотемпературної повзучості в елементах конструкцій, визначати залишковий ресурс конструкційних матеріалів з тріщинами за їх циклічного обтяження та з урахуванням дії водневмісного середовища РН07. Застосовувати математичні методи інтегральних перетворень, нелінійної теорії пружності, в'язкопружності для розв'язання прикладних задач механіки, застосовувати отримані знання (реологічні моделі) до коректного опису деформування полімерних та композиційних матеріалів РН08. Розв'язувати задачі комп'ютерного моделювання шляхом використання сучасних програмних засобів CAD/CAE/CAM аналізу.

Ключові слова	Нерівномірне нагрівання (охолодження), температурні напруження і деформації, диференціальні рівняння термопружності.
Формат курсу	Очний, дистанційний Проведення лекцій, лабораторних робіт і консультацій.
Теми	1. Предмет і основні завдання інженерної термомеханіки, основні гіпотези, реальний об'єкт і розрахункова модель у термомеханіці. 2. Основні співвідношення та постава задач термопружності. 3. Температурні зусилля та напруження у конусному брусі прямокутного та круглого поперечних перерізів. 4. Температурні напруження в одно- та двошаровій балках при нерівномірному нагрівання (охолодженні) її поверхонь. 5. Диференціальні рівняння прогинів балки-стояка для випадку розподіленої зміни температури. 6. Метод сил розкриття статичної невизначеності стрижневих систем при сумісній дії теплового і силового навантажень. 7. Дослідження термопружного стану круглої пластинки під дією симетричного та несиметричного (по товщині) теплового навантаження. 8. Дослідження термопружного стану товстостінного циліндра під дією нерівномірного (по товщині стінки) теплового навантаження. 9. Дослідження термопружного стану товстостінної сфери під дією нерівномірного (по товщині стінки) теплового навантаження.
Підсумковий контроль, форма	Іспит у кінці семестру
Пререквізити	Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з - теоретичної механіки; - математичного аналізу; - опору матеріалів; - диференціальних рівнянь, достатніх для сприйняття методів динамічних розрахунків елементів конструкцій.
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу	Презентації, лекції Індивідуальні завдання Лабораторні роботи
Необхідне обладнання	Комп'ютер, смартфон з доступом до Internet, лабораторне обладнання.
Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)	Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням: • практичні/самостійні завдання: 20% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 20; • індивідуальні навчально-дослідні завдання (самостійна робота): 15% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 15;

	• виконання лабораторних робіт: 15% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 15; • екзамен: 50% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 50. Підсумкова максимальна кількість балів 100. **Письмові роботи:** Очікується, що студенти виконають дві контрольні та лабораторні роботи. **Академічна доброчесність**: Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману. **Відвідання занять** є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та лабораторні зайняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів письмових робіт та індивідуальних завдань, передбачених курсом. **Література.** Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих. **Політика виставлення балів.** Враховуються бали набрані при поточному тестуванні, самостійній роботі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час лабораторного заняття; недопустимість пропусків та запізнень на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін. Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються. **Оцінювання індивідуального поточного контролю** відбувається шляхом захисту написаних студентом аудиторно/вдома 4-х практичних робіт (0-5 балів за одну роботу), ІНДЗ з 3-х завдань (0-5 балів за одне завдання) та 3-х аудиторних лабораторних робіт (0-5 балів за одну роботу). **Бали оцінювання написаних студентом вдома практичних робіт та аудиторних лабораторних робіт нараховуються за наступним співвідношенням:** 5 – робота цілком і повністю відображає завдання студента, містить правильні висновки і числові результати, студент має повне розуміння розглянутої теми, надає правильні відповіді на запитання по темі; 4 – робота цілком і повністю відображає завдання студента,

	містить правильні висновки, але незначні хибні числові результати, надає правильні відповіді на запитання по темі; 3 – робота в достатній мірі відображає завдання студента, містить допустимі висновки, студент достатньо розуміє принципи виконаної ним роботи, присутні неточності числових результатів, незначні помилки у відповідях на запитання по темі; 2 – робота містить загальні формулювання завдання, висновки нечіткі, студент не досить добре розуміє розглянутий матеріал, надає неточні/неконкретні відповіді на запитання по темі; 1 – робота не містить формулювання завдання, висновки необґрунтовані чи неповні, студент погано розуміє розглянутий матеріал, в більшості надає помилкові відповіді на питання по темі; 0 – робота не виконана/не відповідає темі, студент зовсім не засвоїв розглянутий матеріал. **Оцінювання завдань екзаменаційних робіт** відбувається шляхом перевірки написаної студентом в аудиторії письмової роботи, яка складається з 3-х практичних завдань по 10 балів, 1-го теоретичного питання на 10 балів, 10-х теоретичних питань по 1 балу. Відсотки нарахування балів оцінювання відповіді на кожне завдання по 10 балів нараховуються за наступним співвідношенням: 75-100% – тема відтворюється в повному обсязі, правильно, обґрунтовано, логічно; 50-75% – відтворюється значна частина розглянутої теми, проте присутні неточності та/або невідповідності; 25-50% – виявлено множинні неточності та невідповідності, пояснення відсутні чи частково помилкові; 0-25% – тему майже не розкрито, кількість викладеного матеріалу не відповідає загальним нормам обраного виду роботи. **Бали оцінювання відповіді на запитання екзаменаційних робіт (10 запитань по 1 балу):** 1 – відповідь на запитання написана повністю правильна, містить відповідні формули, рисунки та формулювання означень, теорем чи тверджень; 0 – відповідь відсутня/не відповідає сформульованому запитанню.
Питання до екзамену (чи питання на контрольні роботи)	– Основні гіпотези, реальний об’єкт і розрахункова модель у термомеханіці. – Основні співвідношення та постава задач зв’язаної термопружності для випадку усталених коливань; задачі температурних напружень; статичної задачі термопружності. – Температурні зусилля і напруження розтягування (стискування) у прямолінійному брусі. – Температурний згин балки. Визначальні диференціальні рівняння та крайові умови. – Температурні напруження і деформації у балці під дією сумісного теплового і силового навантажень.

	– Температурна втрата стійкості балки-стояка. – Метод сил розкриття статичної невизначуваності стрижневих систем під сумісною дією теплового і силового навантажень. – Визначальні співвідношення плоскої задачі термопружності в полярній системі координат. Дослідження термопружного стану круглої пластинки. – Визначальні співвідношення задач термопружності у циліндричній системі координат. Дослідження термопружного стану товстостінного циліндра. – Визначальні співвідношення задач термопружності у сферичній системі координат. Дослідження термопружного стану товстостінної сфери.
Опитування	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.

Схема курсу

Тиж.	**Тема, план, короткі тези**	**Форма діяльності (заняття)**	**Література. Ресурси в інтернеті**	**Завдання, год.**	**Термін виконання**
1-й семестр					
1	**Тема 1.** Роль наближених методів механіки та математики у дослідженнях проблем термомеханіки. Предмет і завдання інженерної термомеханіки.	лекц. самост. робота	[1−10]	2 опрацюв. лекційн. матеріалу 3	1 тиждень
1	**Тема 1.** Основні гіпотези, реальний об’єкт і розрахункова модель у термомеханіці. Основні співвідношення та постава задач зв’язаної термопружності.	лекц. самостійна робота	[1−8]	2 опрацюв. лекційн. матеріалу 3	1 тиждень
2	**Тема 2.** Температурні зусилля та напруження у конусних брусах прямокутного та круглого (кільцевого) поперечних перерізів, защемлених обидвома кінцями.	лаб. самостійна робота	[1-10]	2 опрацюв. лаборатор. матеріалу 3	1 тиждень
3	**Тема 3.** Основні співвідношення та пос-	лекц.	[1−10]	2	1 тиждень

	тава задач зв'язаної термопружності для випадку усталених коливань; задачі температурних напружень; статичної задачі термопружності.				
		самостійна робота		опрацюв. лекційн. матеріалу 3	
3	**Тема 3.** Температурні зусилля і напруження розтягування (стискування) у прямолінійному брусі. Визначальні диференціальні рівняння та крайові умови.	лекц.	[1−10]	2	1 тиждень
		самостійна робота		опрацюв. лекційн. матеріалу 3	
4	**Тема 4.** Визначення температурних зусиль у прямолінійному брусі за різних умов закріплень його кінців.	лаб.	[1-10]	2	1 тиждень
		самостійна робота		опрацюв. лаборатор. матеріалу 3	
5	**Тема 5.** Температурні зусилля і напруження розтягування (стискування) у двох паралельно з'єднаних прямолінійних брусах.	лекц.	[1−10]	2	1 тиждень
		самостійна робота		опрацюв. лекційн. матеріалу 3	
5	**Тема 5.** Температурний згин балки. Визначальні диференціальні рівняння та крайові умови. Загальна техніка визначення температурних зусиль.	лекц.	[1−10]	2	1 тиждень
		самостійна робота		опрацюв. лекційн. матеріалу 3	
6	**Тема 6.** Визначення температурних напружень у балці прямокутного перерізу від нерівномірного розподілу температури на її поверхнях.	лаб.	[1-10]	2	1 тиждень
		самостійна робота		опрацюв. лаборатор. матеріалу, 3	
7	**Тема 7.** Температурні зусилля, напруження і деформації у балці під дією нерівномірного розподілу температури на її поверхнях.	лекц.	[1−10]	2	1 тиждень
		самостійна робота		опрацюв. лекційн. матеріалу 3	

7	**Тема 7.** Температурні напруження і деформації у балці під дією сумісного теплового і силового навантажень.	лекц. самостійна робота	[1−10]	2 опрацюв. лекційн. матеріалу 3	1 тиждень
8	**Тема 8.** Комп'ютерна симуляція термопружного стану прямолінійного бруса сталого поперечня з двома защемленими кінцями.	лаб. самостійна робота	[1-10]	2 опрацюв. лабораторн. матеріалу 3	1 тиждень
9	**Тема 9.** Температурна втрата стійкості балки-стояка. Визначальні диференціальні співвідношення та крайові умови.	лекц. самостійна робота	[1−10]	2 опрацюв. лекційн. матеріалу 3	1 тиждень
9	**Тема 9.** Дослідження термопружного стану та втрати стійкості балки-стояка за різних крайових умов закріплення її кінців.	лекц. самостійна робота	[1−10]	2 опрацюв. лекційн. матеріалу, ІНДЗ 3	1 тиждень
10	**Тема 10.** Комп'ютерна симуляція термопружного стану балки прямокутного перерізу.	лаб. самостійна робота	[1-10]	2 опрацюв. лабораторн. матеріалу 3	1 тиждень
11	**Тема 11.** Статично-невизначувані стрижневі системи під сумісною дією теплового і силового навантажень.	лекц. самостійна робота	[1−10]	2 опрацюв. лекційн. матеріалу, ІНДЗ 3	1 тиждень
11	**Тема 11.** Метод сил розкриття статичної невизначуваності стрижневих систем під сумісною дією теплового і силового навантажень.	лекц. самостійна робота	[1−10]	2 опрацюв. лекційн. матеріалу 3	1 тиждень
12	**Тема 12.** Комп'ютерна симуляція термопружного стану круглої пластинки.	лаб. самостійна робота	[1-10]	2 опрацюв. лабораторн.	1 тиждень

				матеріалу З	
13	**Тема 13.** Визначальні співвідношення плоскої задачі термопружності в полярній системі координат. Дослідження термопружного стану круглої пластинки під рівномірним (по товщині пластинки) нагріванням.	лекц. самостійна робота	[1−10]	2 опрацюв. лекційн. матеріалу, ІНДЗ З	1 тиждень
13	**Тема 13.** Термопружний згин круглої пластинки.	лекц. самостійна робота	[1−10]	2 опрацюв. лекційн. матеріалу З	1 тиждень
14	**Тема 14.** Комп'ютерна симуляція термопружного стану товстостінного циліндра.	лаб. самостійна робота	[1-10]	2 опрацюв. лабораторн. матеріалу З	1 тиждень
15	**Тема 15.** Визначальні співвідношення задач термопружності у циліндричній системі координат. Дослідження термопружного стану товстостінного циліндра.	лекц. самостійна робота	[1−10]	2 опрацюв. лекційн. матеріалу, ІНДЗ З	1 тиждень
15	**Тема 15.** Визначальні співвідношення задач термопружності у сферичній системі координат. Дослідження термопружного стану товстостінної сфери.	лекц. самостійна робота	[1−10]	2 опрацюв. лекційн. матеріалу З	1 тиждень
16	**Тема 16.** Комп'ютерна симуляція термопружного стану товстостінної сфери.	лаб. самостійна робота	[1-10]	2 опрацюв. лабораторн. матеріалу З	1 тиждень
16	Проведення іспиту				