

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Львівський національний університет імені Івана Франка**  
**Механіко-математичний факультет**  
**Кафедра механіки**

**Затверджено**  
на засіданні кафедри механіки  
механіко-математичного факультету  
Львівського національного  
університету імені Івана Франка  
(протокол № 1 від 27 серпня 2025 р.)



В.о. завідувача кафедри механіки  
Станкевич В.З.

**Силабус з навчальної дисципліни**  
**“Комп’ютерне моделювання задач термомеханіки”,**  
**що викладається в межах ОПП (ОПН)**  
**“Інформаційні технології моделювання механічних процесів і**  
**систем”**  
**другого (магістерського) рівня вищої освіти для здобувачів зі**  
**спеціальності F1 “Прикладна математика”**

<b>Назва дисципліни</b>	Комп'ютерне моделювання задач термомеханіки
<b>Адреса викладання дисципліни</b>	Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка м. Львів, вул. Університетська, 1
<b>Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна</b>	Механіко-математичний факультет Кафедра механіки
<b>Галузь знань, шифр та назва спеціальності</b>	F – Інформаційні технології F1 – Прикладна математика
<b>Викладачі дисципліни</b>	Станкевич Володимир Зенонович, професор кафедри механіки, доктор фізико-математичних наук, професор
<b>Контактна інформація викладачів</b>	volodymyr.stankevych@lnu.edu.ua <a href="https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/-----">https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/-----</a> ; Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 148. м. Львів, вул. Університетська, 1
<b>Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються</b>	Консультації в день проведення лекцій/лабораторних занять (за попередньою домовленістю). Також можливі онлайн-консультації через платформу ZOOM.
<b>Сторінка дисципліни</b>	
<b>Інформація про дисципліну</b>	Дисципліна “Комп'ютерне моделювання задач термомеханіки” є нормативною дисципліною зі спеціальності F1 – “Прикладна математика” для освітньої програми “Інформаційні технології моделювання механічних процесів і систем”, яка викладається в 1-му семестрі в обсязі 4-ох кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
<b>Коротка анотація дисципліни</b>	Спецкурс знайомить з числово-аналітичними методами розрахунків температурних напружень та деформацій в будівельних та механічних конструкціях і устаткуваннях. Спецкурс охоплює прикладну теорію термопружності, за основу якої прийнято квазістатичну теорію, яка ґрунтується на гіпотезах Дюамеля–Неймана (виключення з розгляду ефектів динамічності та зв'язаності пружного і температурного полів), а також на принципі суперпозиції механічної дії силових навантажень і температури. Спецкурс присвячений розрахункам на міцність та жорсткість елементів конструкцій під дією температурних навантажень.
<b>Мета та цілі дисципліни</b>	<b>Метою</b> вивчення дисципліни є: формування у студентів фундаментальних знань в області дослідження напружено-деформівного стану пружних тіл під дією температурних полів. <b>Завданням</b> вивчення навчальної дисципліни є: коректний вибір студентами розрахункових схем елементів конструкцій; формування навичок практичних розрахунків термопружного стану елементів машин під дією температурних навантажень; оволодіння комп'ютерним моделюванням дослідження термопружного та деформівного станів виробів.

<p><b>Література для вивчення дисципліни</b></p>	<p style="text-align: center;"><i>Основна література</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Ю.С. Постольник, В.Ю. Солод. Інженерна термомеханіка. – Дніпродзержинськ: ДДТУ. – 2006. – 247 с.</li> <li>2. Barron R.F., Barron B.R. Design for Thermal Stresses. – John Wiley &amp; Sons Publ. – 2012. – 530 p.</li> <li>3. Noda N., Hetnarski R.B., Tanigawa Y. Thermal Stresses. – Taylor &amp; Francis Publ. – 2003. – 508 p.</li> <li>4. Hetnarski R.B., Eslami M.R. Thermal Stresses – Advanced Theory and Applications. – Springer. – 2009. – 579 p.</li> <li>5. Das B. Problems and Solutions in Thermoelasticity and Magnetoelastocity. – Springer. – 2017. – 112 p.</li> </ol> <p style="text-align: center;"><i>Додаткова література</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>6. Писаренко Г.С., Квітка О.Я., Уманський Е.С. Опір матеріалів. – К. : Вища школа, 2004. – 635 с.</li> <li>7. Bruhns O.T. Advanced Mechanics of Solids. – Springer. – 2003. – 206 p.</li> <li>8. Eslami M.R., Hetnarski R.B., Ignaczak J., Noda N., Sumi N., Tanigawa Y. Theory of Elasticity and Thermal Stresses. Explanations, Problems and Solutions. – Springer. – 2013. – 786 p.</li> <li>9. Kurowski P.M. Thermal Analysis with SolidWorks Simulation 2019 and Flow Simulation 2019. – SDC Publ. – 2019. – 296 p.</li> </ol>
<p><b>Обсяг курсу</b></p>	<p>Загальний обсяг: 120 годин. Аудиторних занять: 48 год., з них 32 год. лекцій та 16 годин лабораторних занять. Самостійної роботи: 72 год.</p>
<p><b>Очікувані результати навчання</b></p>	<p>У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен <b>знати</b>:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– методи визначення температурних напружень і деформацій в пружних тілах під дією теплового і силового навантажень;</li> </ul> <p><b>Вміти</b>:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– визначати температурні напруження і деформації у стрижневих елементах конструкцій під дією нерівномірного нагрівання (охолодження);</li> <li>– проводити розрахунки на міцність, жорсткість і стійкість статично-визначуваних та статично-невизначуваних стрижневих конструкцій при різних способах їх закріплення;</li> <li>– визначати температурні напруження і деформації у пластинах, тілах циліндричної та сферичної конфігурацій під дією нерівномірного нагрівання (охолодження);</li> <li>– використовувати наближені методи розв'язування задач термомеханіки;</li> <li>– моделювати засобами комп'ютерної симуляції термопружну поведінку механічних систем.</li> </ul>
<p><b>Ключові слова</b></p>	<p>Нерівномірне нагрівання (охолодження), температурні напруження і деформації, диференціальні рівняння термопружності.</p>
<p><b>Формат курсу</b></p>	<p>Очний, дистанційний</p>

	Проведення лекцій, лабораторних робіт і консультацій.
<b>Теми</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Предмет і основні завдання інженерної термомеханіки, основні гіпотези, реальний об'єкт і розрахункова модель у термомеханіці.</li> <li>2. Основні співвідношення та постава задач термопружності.</li> <li>3. Температурні зусилля та напруження у конусному брусі прямокутного та круглого поперечних перерізів.</li> <li>4. Температурні напруження в одно- та двошаровій балках при нерівномірному нагрівання (охолодження) її поверхонь.</li> <li>5. Диференціальні рівняння прогинів балки-стояка для випадку розподіленої зміни температури.</li> <li>6. Метод сил розкриття статичної невизначуваності стрижневих систем при сумісній дії теплового і силового навантажень.</li> <li>7. Дослідження термопружного стану круглої пластинки під дією симетричного та несиметричного (по товщині) теплового навантаження.</li> <li>8. Дослідження термопружного стану товстостінного циліндра під дією нерівномірного (по товщині стінки) теплового навантаження.</li> <li>9. Дослідження термопружного стану товстостінної сфери під дією нерівномірного (по товщині стінки) теплового навантаження.</li> </ol>
<b>Підсумковий контроль, форма</b>	Іспит у кінці семестру
<b>Пререквізити</b>	<p>Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- теоретичної механіки;</li> <li>- математичного аналізу;</li> <li>- опору матеріалів;</li> <li>- диференціальних рівнянь,</li> </ul> <p>достатніх для сприйняття методів термопружних розрахунків елементів конструкцій.</p>
<b>Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу</b>	Презентації, лекції Індивідуальні завдання Лабораторні роботи
<b>Необхідне обладнання</b>	<p>Для проведення лекційних занять: комп'ютер (мінімальні характеристики: процесор Intel Core i3, 4ГБ оперативної пам'яті), доступ до мережі Internet, засоби мультимедіа (в т.ч. проектор).</p> <p>Для проведення практичних/лабораторних занять: комп'ютер (мінімальні характеристики: процесор Intel Core i3, 4ГБ оперативної пам'яті), доступ до мережі Internet.</p> <p>Необхідне програмне забезпечення включає в себе ОС Windows 10, програмні додатки (MS Teams, Jupyter Notebook з вбудованим компілятором мови програмування Python).</p>
	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• індивідуальні завдання: 30% семестрової оцінки; максимальна</li> </ul>

**Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)**

кількість балів 30;

- опрацювання лекційного матеріалу: 10% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 10;

- виконання лабораторних робіт: 10% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 10;

- екзамен: 2 практичні завдання по 10 балів, 1 завдання з комп'ютерної симуляції на 10 балів, 2-а теоретичні питання по 10 балів. Всього: 50% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 50.

Підсумкова максимальна кількість балів 100.

**Письмові роботи:** Очікується, що студенти виконають одне індивідуальне завдання.

**Академічна доброчесність:** Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.

**Відвідування занять** є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та лабораторні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідувати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів письмових робіт та індивідуальних завдань, передбачених курсом.

**Література.** Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.

**Політика виставлення балів.** Враховуються бали, набрані при поточному тестуванні, самостійній роботі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час лабораторного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.

Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.

**Оцінювання індивідуального практичного завдання** відбувається шляхом захисту написаних студентом вдома 3-х практичних робіт (0-10 балів за одну роботу) та 2-х аудиторних лабораторних робіт з комп'ютерної симуляції (0-5 балів за одну роботу).

**Бали оцінювання написаних студентом вдома практичних робіт та аудиторних лабораторних робіт нараховуються за наступним співвідношенням:**

9, 10 – робота цілком і повністю відображає завдання студента, містить правильні висновки і числові результати, ілюстрована відповідними рисунками/епюрами, які правильно відображають суть виконаного завдання, студент має повне розуміння розглянутої теми, надає правильні відповіді на запитання по темі;

7, 8 – робота цілком і повністю відображає завдання студента, містить правильні висновки, але незначні хибні числові результати, ілюстрована відповідними рисунками/епюрами, які правильно відображають суть виконаного завдання, студент має повне розуміння розглянутої теми, надає правильні відповіді на запитання по темі;

5, 6 – робота в достатній мірі відображає завдання студента, містить допустимі висновки, частково ілюстрована відповідними рисунками/епюрами, які частково відображають суть виконаного завдання, студент достатньо розуміє принципи виконаної ним роботи, присутні неточності числових результатів, незначні помилки у відповідях на запитання по темі;

3, 4 – робота містить загальні формулювання завдання, висновки нечіткі, частково відсутні необхідні рисунки/епюри, студент не досить добре розуміє розглянутий матеріал, надає неточні/неконкретні відповіді на запитання по темі;

1, 2 – робота не містить формулювання завдання, висновки необґрунтовані чи неповні, необхідні рисунки/епюри відсутні, студент погано розуміє розглянутий матеріал, в більшості надає помилкові відповіді на питання по темі;

0 – робота не виконана/не відповідає темі, студент зовсім не засвоїв розглянутий матеріал.

**Бали оцінювання комп'ютерної симуляції студентом відповідної аудиторної лабораторної роботи нараховуються за наступним співвідношенням:**

5 – правильно побудована геометрична модель досліджуваного об'єкту; коректно задано крайові умови закріплення та навантаження; вірно вибрано матеріал об'єкту, вид розрахунку та скінченно-елементне розбиття геометричної моделі; отримано правильні числові результати, які відображають фізичну суть поведінки досліджуваного об'єкту; студент має повне розуміння процесу комп'ютерного моделювання, надає правильні відповіді на запитання по темі;

4 – правильно побудована геометрична модель досліджуваного об'єкту; коректно задано крайові умови закріплення та навантаження; похибка у виборі матеріалу об'єкту/виду розрахунку/скінченно-елементного розбиття геометричної моделі; отримано частково хибні числові результати; студент має повне розуміння процесу комп'ютерного моделювання, надає правильні відповіді на запитання по темі;

3 – правильно побудована геометрична модель досліджуваного об'єкту; частково неправильний вибір крайових умов закріплення та навантаження; коректне задання матеріалу об'єкту, виду розрахунку, скінченно-елементного розбиття геометричної моделі; отримано частково хибні числові результати; студент має часткове розуміння процесу комп'ютерного моделювання,

	<p>надає нечіткі відповіді на запитання по темі;  2 – правильно побудована геометрична модель досліджуваного об'єкту; частково неправильний вибір крайових умов закріплення та навантаження; похибка у виборі матеріалу об'єкту/виду розрахунку/скінченно-елементного розбиття геометричної моделі; отримано хибні числові результати; студент має часткове розуміння процесу комп'ютерного моделювання, надає нечіткі відповіді на запитання по темі;  1 – правильно побудована геометрична модель досліджуваного об'єкту; частково неправильний вибір крайових умов закріплення та навантаження; невірний вибір матеріалу об'єкту/виду розрахунку/скінченно-елементного розбиття геометричної моделі; отримано хибні числові результати; студент не розуміє процес комп'ютерного моделювання, не дає відповіді на запитання по темі;  0 – робота не виконана, студент зовсім не засвоїв розглянутий матеріал.</p> <p><b>Оцінювання завдань екзаменаційних робіт</b> відбувається шляхом перевірки написаної студентом в аудиторії письмової роботи, яка складається з 2-х практичних завдань по 10 балів, 1-го завдання з комп'ютерної симуляції по 10 балів, 2-х теоретичних питань по 10 балів.</p> <p>Відсотки нарахування балів оцінювання відповіді на кожне завдання нараховуються за наступним співвідношенням:  75-100% – тема відтворюється в повному обсязі, правильно, обґрунтовано, логічно;  50-75% – відтворюється значна частина розглянутої теми, проте присутні неточності та/або невідповідності;  25-50% – виявлено множинні неточності та невідповідності, пояснення відсутні чи частково помилкові;  0-25% – тему майже не розкрито, кількість викладеного матеріалу не відповідає загальним нормам обраного виду роботи.</p>
<p><b>Питання до екзамену (чи питання на контрольні роботи)</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Основні гіпотези, реальний об'єкт і розрахункова модель у термомеханіці.</li> <li>– Основні співвідношення та постава задач зв'язаної термопружності для випадку усталених коливань; задачі температурних напружень; статичної задачі термопружності.</li> <li>– Температурні зусилля і напруження розтягування (стискування) у прямолінійному брусі.</li> <li>– Температурний згин балки. Визначальні диференціальні рівняння та крайові умови.</li> <li>– Температурні напруження і деформації у балці під дією сумісного теплового і силового навантажень.</li> <li>– Температурна втрата стійкості балки-стояка.</li> <li>– Метод сил розкриття статичної невизначуваності стрижневих систем під сумісною дією теплового і силового навантажень.</li> <li>– Визначальні співвідношення плоскої задачі термопружності в</li> </ul>

	<p>полярній системі координат. Дослідження термопружного стану круглої пластинки.</p> <p>– Визначальні співвідношення задач термопружності у циліндричній системі координат. Дослідження термопружного стану товстостінного циліндра.</p> <p>– Визначальні співвідношення задач термопружності у сферичній системі координат. Дослідження термопружного стану товстостінної сфери.</p>
<b>Опитування</b>	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.

#### Схема курсу

Тиж.	Тема, план, короткі тези	Форма діяльності (заняття)	Література. Ресурси в інтернеті	Завдання, год.	Термін виконання
1	<b>Тема 1.</b> Роль наближених методів механіки та математики у дослідженнях проблем термомеханіки. Предмет і завдання інженерної термомеханіки.	лекц.	[1–8]	2	1 тиждень
2	<b>Тема 1.</b> Основні гіпотези, реальний об'єкт і розрахункова модель у термомеханіці. Основні співвідношення та постава задач зв'язаної термопружності.	лекц.	[1–8]	2	1 тиждень
2	<b>Тема 2.</b> Температурні зусилля та напруження у конусних брусах прямокутного та круглого (кільцевого) поперечних перерізів, защемлених обидвома кінцями. .	лаб.	[1–8]	2	1 тиждень
3	<b>Тема 3.</b> Основні співвідношення та постава задач зв'язаної термопружності для випадку усталених коливань; задачі температурних напружень; статичної задачі термопружності.	лекц.	[1–8]	2	1 тиждень
4	<b>Тема 3.</b> Температурні зусилля і напруження розтягування (стискування) у прямолінійному брусі. Визначальні диференціальні рівняння та крайові умови.	лекц.	[1–8]	2	1 тиждень
4	<b>Тема 4.</b> Визначення температурних зусиль у прямолінійному брусі за різних умов закріплень його кінців.	лаб.	[1–8]	2	1 тиждень
	<b>Тема 5.</b> Температурні зусилля і напруження розтя-				

5	гування (стискування) у двох паралельно з'єднаних прямолінійних брусах.	лекц.	[1–8]	2	1 тиждень
6	<b>Тема 5.</b> Температурний згин балки. Визначальні диференціальні рівняння та крайові умови. Загальна техніка визначення температурних зусиль.	лекц.	[1–8]	2	1 тиждень
6	<b>Тема 6.</b> Визначення температурних напружень у балці прямокутного перерізу від нерівномірного розподілу температури на її поверхнях.	лаб.	[1–8]	2	1 тиждень
7	<b>Тема 7.</b> Температурні зусилля, напруження і деформації у балці під дією нерівномірного розподілу температури на її поверхнях.	лекц.	[1–8]	2	1 тиждень
8	<b>Тема 7.</b> Температурні напруження і деформації у балці під дією сумісного теплового і силового навантажень.	лекц.	[1–8]	2	1 тиждень
8	<b>Тема 8.</b> Комп'ютерна симуляція термопружного стану прямолінійного бруса сталого попереччя з двома зацемленими кінцями.	лаб.	[9]	2	1 тиждень
9	<b>Тема 9.</b> Температурна втрата стійкості балки-стояка. Визначальні диференціальні співвідношення та крайові умови.	лекц.	[1–8]	2	1 тиждень
10	<b>Тема 9.</b> Дослідження термопружного стану та втрати стійкості балки-стояка за різних крайових умов закріплення її кінців.	лекц.	[1–8]	2	1 тиждень
10	<b>Тема 10.</b> Комп'ютерна симуляція термопружного стану балки прямокутного перерізу.	лаб.	[9]	2	1 тиждень
11	<b>Тема 11.</b> Статично-невизначувані стрижневі системи під сумісною дією теплового і силового навантажень.	лекц.	[1–8]	2	1 тиждень
12	<b>Тема 11.</b> Метод сил розкриття статичної невизначуваності стрижневих систем під сумісною дією теплового і силового навантажень.	лекц.	[1–8]	2	1 тиждень
12	<b>Тема 12.</b> Комп'ютерна симуляція термопружного стану круглої пластинки.	лаб.	[9]	2	1 тиждень
	<b>Тема 13.</b> Визначальні спі-				

13	ввідношення плоскої задачі термопружності в полярній системі координат. Дослідження термопружного стану круглої пластинки під рівномірним (по товщині пластинки) нагріванням.	лекц.	[1–8]	2	1 тиждень
14	<b>Тема 13.</b> Термопружний згин круглої пластинки.	лекц.	[1–8]	2	1 тиждень
14	<b>Тема 14.</b> Комп'ютерна симуляція термопружного стану товстостінного циліндра.	лаб.	[9]	2	1 тиждень
15	<b>Тема 15.</b> Визначальні співвідношення задач термопружності у циліндричній системі координат. Дослідження термопружного стану товстостінного циліндра.	лекц.	[1–8]	2	1 тиждень
16	<b>Тема 15.</b> Визначальні співвідношення задач термопружності у сферичній системі координат. Дослідження термопружного стану товстостінної сфери.	лекц.	[1–8]	2	1 тиждень
16	<b>Тема 16.</b> Комп'ютерна симуляція термопружного стану товстостінної сфери.	лаб.	[9]	2	1 тиждень
16	Проведення іспиту			48	
<b>Матеріали для самостійного опрацювання</b>					
6	Дослідження термопружного стану стрижневих елементів конструкцій з композитних матеріалів.	самостійне опрацювання	[1–9]	6	2 тижні
9	Комп'ютерний аналіз термопружного стану прямокутних пластин з різнотипними крайовими умовами закріплення країв.	самостійне опрацювання	[1–9]	6	2 тижні
14	Комп'ютерний аналіз термопружного стану двошарових товстостінних циліндра та сфери.	самостійне опрацювання	[1–9]	6	2 тижні