

ЛЬВІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ІВАНА ФРАНКА

Механіко-математичний факультет

Кафедра механіки

Пояснювальна записка

до кваліфікаційної (дипломної) роботи

бакалавр

(освітньо-кваліфікаційний рівень)

на тему

Фотопружний аналіз напружено-деформованого стану
пластин з отворами

Виконала: студентка IV курсу,
група МТП-41,
спеціальність 113 Прикладна математика
спеціалізація Математичне моделювання
та комп'ютерна механіка

Семотюк А.О.

Керівник доц. Кузь І.С.

Рецензент Дов, в.ф.-м.н. Сеник А.П.
Каф. прикладної математики
НУ "Львівська політехніка"

Львів - 2023

ЛЬВІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ імені ІВАНА ФРАНКА

Факультет механіко-математичний
Кафедра механіки
Освітньо-кваліфікаційний рівень бакалавр
Спеціальність 113 прикладна математика
(шифр і назва)

Спеціалізація Математичне моделювання та комп'ютерна механіка

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Завідувач кафедри механіки
проф. Андрейків О.Є.
Андрейків 23 лютого 2023 року

ЗАВДАННЯ

НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ (ДИПЛОМНУ) РОБОТУ СТУДЕНТУ

Семотюк Анастасія Орестівна
(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи Фотопружний аналіз напружено-деформованого стану пластин з отворами

керівник роботи Кузь І.С., доцент
(прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)

затверджені Вченою радою факультету від 22 лютого 2023 року № 7

2. Строк подання студентом роботи 12 березня 2023 року

3. Вихідні дані до роботи Ланасюк В.В. До питання про визначення концентрації напружень у розтягнутій пластині з двома отворами / В.В. Ланасюк, М.Я. Саврук // Мат. методи та фіз.-мех. колд. - 2008 - Вип. 51. - № 2. - С. 112-123.

4. Зміст розрахунково-пояснювальної записки (перелік питань, які потрібно розробити) 1. Вступ; 2. Основи методу фотопружності; 3. Фотопружний аналіз напруженого стану пластин з отворами; 4. Висновки; 5. Список використаних джерел.

5. Перелік графічного матеріалу (з точним зазначенням обов'язкових креслень)

6. Консультанти розділів роботи

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв


7. Дата видачі завдання _____

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

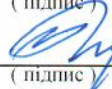
№ з/п	Назва етапів кваліфікаційної (дипломної) роботи	Строк виконання етапів роботи	Примітка

Студент


Керівник роботи




 (підпис)



 (підпис)



 (прізвище та ініціали)



 (прізвище та ініціали)

ЗМІСТ

ВСТУП.....	3
РОЗДІЛ 1. ОСНОВИ МЕТОДУ ФОТОПРУЖНОСТІ.....	5
РОЗДІЛ 2. ФОТОПРУЖНИЙ АНАЛІЗ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ ПЛАСТИН З ОТВОРАМИ.....	14
ВИСНОВКИ.....	20
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	21

ВСТУП

Розвиток індустріального та інформативного суспільства постійно вимагає розв'язання щораз складніших задач механіки твердого деформованого тіла (МДТТ). У зв'язку з цим актуальною задачею є удосконалення як моделей МДТТ з перенесенням акценту з лінійно й нелінійно пружних проблем на пружно-пластичні, так і методів розв'язування крайових задач, які побудовані на цих моделях. Багато з цих задач можуть бути сформульовані як плоскі. Серед методів їхнього розв'язання традиційно виділяють експериментальні, аналітичні, аналітико-числові та прямі числові. Причому для інженерної практики особливого значення мають дослідження, спрямовані на розвиток універсальних засобів, які дають змогу аналізувати напружено-деформований стан скінченних тіл (елементів конструкцій) довільної форми та якомога ширший спектр зміни їхніх механічних властивостей. Особливу роль в оцінюванні міцності, надійності і експлуатаційного ресурсу конструкцій та їхніх елементів відіграє міра концентрації напружень, яка в однорідних тілах зокрема виникає на отворах та розрізах.

Досліджень напружено-деформованого стану (НДС) пластинчастих елементів конструкцій стосується багато робіт вітчизняних та зарубіжних учених. Оскільки переважно пластинчасті конструкції є неоднорідними, хоча б вже за наявності отворів, то можливості застосування аналітичного розрахунку таких конструкцій є досить обмеженими. На розробку аналітичних та числових методів розрахунку пластинчастих елементів конструкцій, зокрема з отворами та тріщинами різної форми, спрямовані роботи Е. І. Григолюка та Л. А. Фільштинського, В. І. Гуляєва, О. Л. Гольденвейзера, О. С. Космодаміанського, С. Г. Лехницького, М. І. Мухелішвілі, В. В. Панасюка та М. П. Саврука, В. Л. Рвачова, Г. М. Савіна, Г. Т. Сулима, С. П. Тимошенка, С. Ling, R. Mindlin та інших.

Вагомий внесок в експериментальні дослідження НДС пластинчастих конструкційних елементів з концентраторами напружень зробили

А. Я. Александров, М. Х. Ахметзянов, І. П. Васильченко, Т. Ю. Кепич, В. В. Книш, М. П. Малежик, В. П. Нетребко, В. І. Савченко, Ю. І. Сорокатий, В. І. Тульчій, І. С. Чернишенко та інші.

Незважаючи на значну кількість публікацій, що стосуються розрахунку НДС пластин з концентраторами напружень, відчувається нестача комплексних експериментально-числових досліджень, у яких отримані експериментальні дані підтверджуються числовими та аналітичними результатами.

РОЗДІЛ 1. ОСНОВИ МЕТОДУ ФОТОПРУЖНОСТІ

Метод фотопружності – один з експериментальних методів теорії пружності, який дає змогу визначити напруження в реальних пластинчастих елементах на моделях із прозорих матеріалів [3]. Основною необхідною для його реалізації властивістю матеріалу моделі є його здатність до подвійного променезаломлення, яку набувають деякі прозорі матеріали при появі в них напружень і деформацій. Завдяки простоті та універсальності цей метод має можливість широкого застосування в науці та техніці, особливо в останні роки, коли розвиток хімії дав нові оптично активні матеріали, а розвиток обчислювальної техніки – ефективні засоби цифрової обробки зображень. Він має переваги порівняно з механічними та оптичними тензометрами, тому що з'ясовує цілісну картину розподілу напружень, тоді як тензометри дають дані лише для окремих точок. Однак, на жаль, застосування методу фотопружності у зв'язку із загальнодоступними можливостями використання прямих обчислювальних методів (числового моделювання) за останні 20 років стало доволі рідкісним.

За допомогою інтерференційної картини безпосередньо визначаються не всі компоненти тензора напружень, а лише напрямки головних нормальних напружень та їхні різниці. Для того, щоб визначити окремо значення головних напружень або деформацій, потрібно виконати спеціальну операцію розділення напружень (деформацій). Розроблено низку числових та експериментальних методів розділення. Одним з них є інтерференційний метод отримання ізопахіт, тобто ліній однакових сум головних напружень. Цей метод ґрунтується на замірі зміни товщини моделі під навантаженням. Широке застосування мають також і числові методи розділення.

Для дослідження інженерних задач в умовах експлуатаційних навантажень та заради уникнення потреби створення окремих моделей

використовується метод фотопружних покриттів. Суть його полягає в тому, що на поверхню конструкції наносяться тонкі покриття із оптично чутливих матеріалів. Такі покриття деформуються разом з поверхнею, на яку вони нанесені без відчутного збурення напружено-деформованого стану конструкції. За допомогою пристроїв для роботи у відбитому світлі вимірюються оптичні ефекти в покриттях і вже за ними визначаються деформації і напруження в досліджуваних конструкціях.

Далі подамо деякі відомості з оптики, які необхідні для розуміння поляризаційно-оптичного методу в межах електромагнітної теорії. В електромагнітній теорії світло розглядається як змінне електромагнітне поле, яке розповсюджується в просторі. Воно описується векторами \vec{E} і \vec{H} напруженостей електричного та магнітних полів відповідно. В однорідному ізотропному середовищі вектори \vec{E} і \vec{H} взаємно перпендикулярні та нормальні до напрямку розповсюдження світла (рис. 1.1).

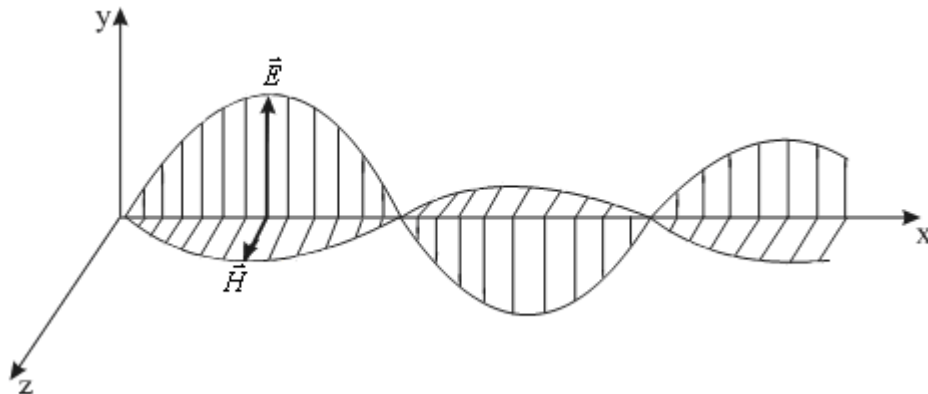


Рис. 1.1. Взаємна орієнтація напрямів коливань векторів \vec{E} та \vec{H}

Оскільки значення обох векторів \vec{E} і \vec{H} пов'язані між собою, то можна при розв'язуванні багатьох задач розглядати для простоти один з них. Прийнято пов'язувати розповсюдження світла з вектором \vec{E} .

Електромагнітні хвилі переважно не є строго монохроматичними, тобто складаються з декількох різних за частотою ν , а відповідно і за довжиною, хвиль. Білим світлом називають хвильовий пакет, який містить весь діапазон частот видимого світла, тобто для довжин хвиль $\lambda = 400 - 750$ нм.

Монохроматичне світло можна виділити з білого, наприклад, за допомогою світлофільтрів.

Якщо коливання вектора \vec{E} відбуваються лише в одній площині, то світло називається плоскополяризованим.

Середовище, в якому швидкість розповсюдження світла залежить від напрямку, називається оптично анізотропним, а якщо не залежить – оптично ізотропним. Оптичні властивості анізотропного середовища характеризуються тензором діелектричної проникності κ_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$). Для немагнітних середовищ цей тензор, аналогічно до тензорів напружень і деформацій, є симетричним тензором другого рангу.

Через кожну точку підданого просвічуванню середовища можна провести дві такі взаємно перпендикулярні й паралельні до осі просвічування площинки, на яких в площині, перпендикулярній до осі просвічування, відсутні дотичні напруження. Ці площинки називаються квазіголовними (як і нормальні напруження на них), на відміну від головних, де взагалі відсутні дотичні напруження. Аналогічно до квазіголовних напружень вводиться поняття квазіголовних компонент діелектричного тензора, які визначають властивості оптичного середовища для заданого напрямку просвічування.

У довільному середовищі електромагнітну хвилю завжди можна подати у вигляді двох хвиль, плоскополяризованих у взаємно перпендикулярних напрямках [3]. В ізотропному середовищі швидкості обох складових хвиль однакові, а в анізотропному середовищі вони різні, причому напрямки площин поляризації цих двох хвиль збігаються з квазіголовними напрямками тензора діелектричної проникності. При деформації оптично ізотропної моделі відбувається зміна компонент тензора діелектричної проникності і вона стає оптично анізотропною (або змінюється міра оптичної анізотропії, якщо вона в початковому стані не була ізотропною). Тому плоскополяризовані в квазіголовних напрямках діелектричного тензора хвилі при проходженні через модель отримують зсув фаз Φ або оптичну різницю ходу δ , величина якої залежить від напружено-деформованого стану

елемента. Це явище було відкрито в 1816 р. Д. Брюстером у дослідах на склі та отримало назву штучного подвійного променезаломлення, а тепер частіше називається п'єзооптичним ефектом. Матеріали, що виразно виявляють такі властивості, будемо називати оптично чутливими або п'єзооптичними. До п'єзооптичних матеріалів належать скло, целулоїд, плексиглас, матеріали на основі фенолформальдегідних смол, епоксидних смол і багато інших прозорих матеріалів.

За теорією Максвелла оптична різниця δ ходу пропорційна різниці головних напружень $\sigma_1 - \sigma_2$, а напрямки головних діелектричних проникностей збігаються з напрямками головних напружень, а саме:

$$\delta = c_\sigma h(\sigma_1 - \sigma_2), \quad (1.1)$$

де c_σ – відносний оптичний коефіцієнт напружень; h – товщина моделі.

Викладені вище теоретичні відомості реалізовані в приладах (плоскому і круговому полярископах), до опису принципу роботи яких і перейдемо. Нехай монохроматична плоскополяризована хвиля проходить модель M у напрямку, перпендикулярному до площини рисунка. При деформуванні моделі квазіголовні напруження σ_1 і σ_2 збігаються з напрямками головних деформацій. Тоді, очевидно [3], ці напрямки будуть одночасно і напрямками головних осей тензора діелектричної проникності. Розкладаючи коливання $E = E_0 \cos \frac{2\pi}{\lambda} vt$ на складові по напрямках квазіголовних напружень та враховуючи зсув фаз, отриманий при проходженні променя світла крізь модель M , маємо (рис. 1.2):

$$E'_1 = E_0 \cos \alpha \cos \frac{2\pi}{\lambda} v(t - t_1),$$

$$E'_2 = E_0 \sin \alpha \cos \frac{2\pi}{\lambda} v(t - t_2).$$

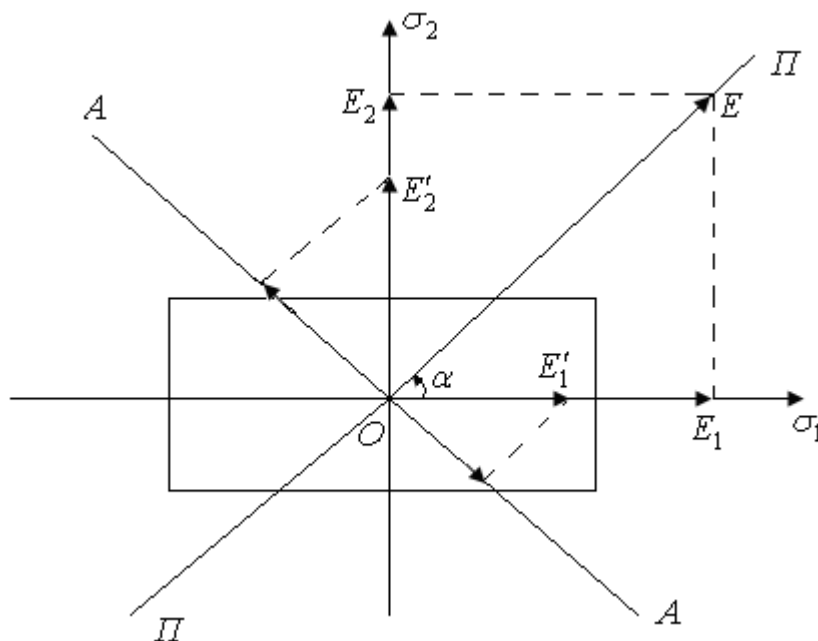


Рис. 1.2. Розклад коливань у навантаженій моделі

Різниця фаз цих променів буде дорівнювати

$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda} v(t_1 - t_2) = \frac{2\pi}{\lambda} \delta. \quad (1.2)$$

Підставляючи (1.2) у (1.3), отримаємо основний закон фотопружності (закон Вертгейма)

$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda} c_{\sigma} h(\sigma_1 - \sigma_2). \quad (1.3)$$

Щоб виміряти різницю фаз і визначити напрямок головних осей діелектричного тензора, потрібно використати явище інтерференції хвиль. Тому позаду просвічуваної моделі M встановлюється аналізатор, який пропускає коливання лише в площині $A-A$, перпендикулярній до $\Pi-\Pi$ (такий плоский полярископ називається схрещеним). Складові коливань, що пройшли крізь аналізатор, дорівнюватимуть

$$E_1' \sin \alpha = \frac{E_0}{2} \sin 2\alpha \cos \frac{2\pi}{\lambda} v(t - t_1),$$

$$E_2' \cos \alpha = \frac{E_0}{2} \sin 2\alpha \cos \frac{2\pi}{\lambda} v(t - t_2).$$

Сумарне коливання в площині $A - A$ визначається із співвідношення

$$\frac{E_0}{2} \sin 2\alpha \left[\cos \frac{2\pi}{\lambda} v(t - t_1) - \cos \frac{2\pi}{\lambda} v(t - t_2) \right] = E_0 \sin 2\alpha \sin \frac{\Phi}{2} \sin \left(\frac{2\pi}{\lambda} vt - \frac{\Phi}{2} \right).$$

Пропорційна квадрату амплітуди інтенсивність світла дорівнюватиме

$$J = kE_0^2 \sin^2 2\alpha \sin^2 \frac{\Phi}{2}. \quad (1.4)$$

У тих зонах просвітленої моделі, де напрямок однієї з головних осей діелектричного тензора збігається з напрямком площини поляризації ($\alpha = 0$, $\alpha = \pi/2$), інтенсивність світла дорівнюватиме нулю. Темні лінії у відповідних областях моделі називають оптичними ізоклінами.

При пружній деформації моделі, яка до завантаження мала властивість оптичної ізотропії, оптичні ізокліни збігаються з геометричним місцем точок, для яких напрямки квазіголовних напружень колінеарні. Кут, що визначає орієнтацію осей квазіголовних напружень, називається параметром ізокліни.

Розглядаючи другий тригонометричний множник виразу (1.4), бачимо, що інтенсивність світла змінюється також і у залежності від величини зсуву фаз Φ . Причому, якщо $\Phi = 2\pi n$, то $J = 0$. Геометричне місце точок, для яких $\Phi = 2\pi n$, називають смугами (якщо використовують монохроматичне світло) або ізохромами (при білому світлі). Іншими словами, виходячи з (1.4), смуги (ізохром) – це геометричне місце точок з однаковою різницею головних напружень. Величину n називають порядком смуги і означають її як

кількість смуг, що проходить через вибрану точку моделі під час монотонного збільшення її навантажування від нуля до заданої величини P .

Одночасна присутність на зображенні моделі двох різних систем темних ліній (ізоклін і смуг) погіршує результати спостереження та точність вимірів. Щоб усунути картину ізоклін, в поле плоского поляризатора вставляють дві шлюдяні пластинки (рис. 1.3), кожна з яких викликає різницю ходу в $1/4$ довжини хвилі λ (круговий полярископ). Ці пластинки називатимемо чвертьхвильовими.

Розглянемо оптичний ефект такого приладу. Нехай коливання світла при вході в першу пластинку, яка встановлюється між моделлю та поляризатором, мають вигляд $E = \sqrt{2}E_0 \cos \omega t$, і нехай площина коливань такого променя утворює кут $\pi/4$ з напрямком головної осі тензора діелектричної проникливості цієї пластинки.

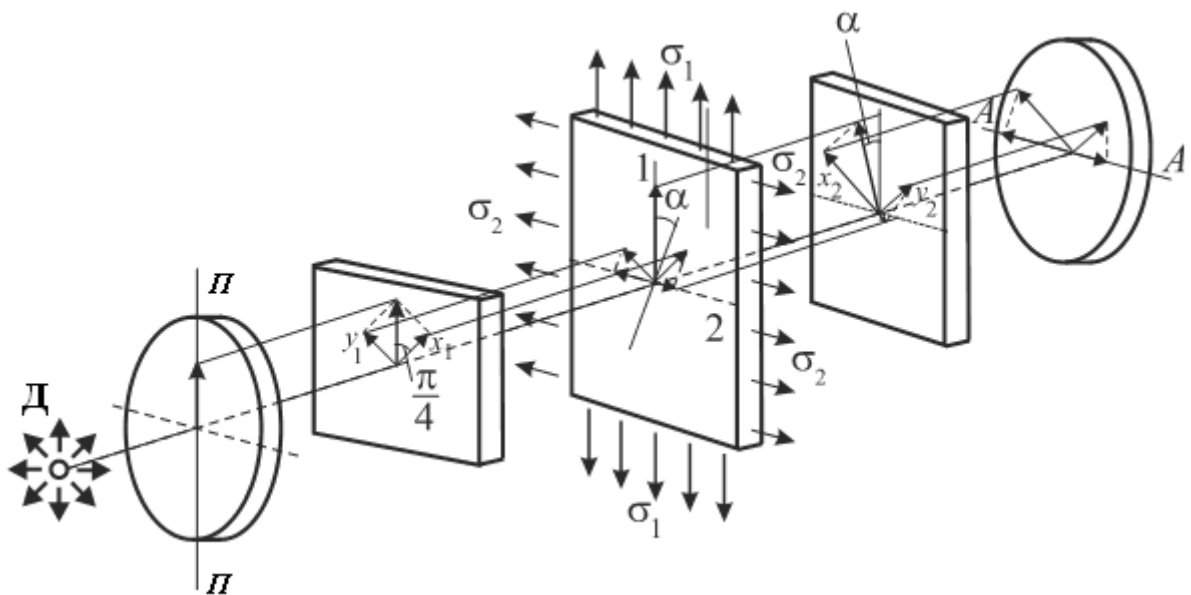


Рис. 1.3. Схема проходження променів через схрещений круговий полярископ

На рис. 1.3 D – джерело світла; x_i, y_i – напрями квазіголовних осей тензора діелектричної проникливості у чвертьхвильових пластинках.

Розкладаючи коливання вздовж напрямів цих осей і вважаючи, що коливання вздовж осі x_1 випереджають за фазою коливання вздовж осі y_1 на $\Phi_0 = \pi/2$, на виході з першої пластинки отримаємо

$$E'_{x_1} = \sqrt{2}E_0 \cos \omega t \cos \frac{\pi}{4} = E_0 \cos \omega t ,$$

$$E'_{y_1} = \sqrt{2}E_0 \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) \cos \frac{\pi}{4} = E_0 \sin \omega t .$$

Далі розкладемо отримані коливання по напрямках квазіголовних напружень σ_1 і σ_2 у пластинці M (σ_1 складає кут α з площиною коливань):

$$E_1 = E_0 \left[\cos \omega t \cos \left(\frac{\pi}{4} + \alpha \right) + \sin \omega t \sin \left(\frac{\pi}{4} + \alpha \right) \right] = E_0 \cos \left[\omega t - \left(\frac{\pi}{4} + \alpha \right) \right],$$

$$E_2 = E_0 \left[-\sin \omega t \cos \left(\frac{\pi}{4} + \alpha \right) + \cos \omega t \sin \left(\frac{\pi}{4} + \alpha \right) \right] = E_0 \sin \left[\omega t - \left(\frac{\pi}{4} + \alpha \right) \right].$$

Спільним для всіх складових зсувом фаз можна знехтувати (він не спричинить зміни зображення). Ввівши нові позначення E_1^* і E_2^* замість E_1 і E_2 , отримаємо

$$E_1^* = E_0 \cos \omega t , \quad E_2^* = E_0 \sin \omega t .$$

Після проходження світла через навантажену модель маємо

$$E'_1 = E_0 \cos \omega(t - t_1), \quad E'_2 = E_0 \sin \omega(t - t_2).$$

Осі другої пластинки $\lambda/4$, яку встановимо між моделлю і аналізатором, зорієнтуємо так, щоб кути x_1Ox_2 і y_1Oy_2 були прямими (див. рис. 1.3). Тоді

$$E_{x_2} = E_0 \left[\cos \omega(t - t_1) \cos \left(\frac{\pi}{4} - \alpha \right) - \sin \omega(t - t_2) \sin \left(\frac{\pi}{4} - \alpha \right) \right],$$

$$E_{y_2} = E_0 \left[\sin \omega(t - t_2) \cos \left(\frac{\pi}{4} - \alpha \right) - \cos \omega(t - t_1) \sin \left(\frac{\pi}{4} - \alpha \right) \right].$$

Після виходу з другої чвертьхвильової пластинки

$$E'_{x_2} = E_0 \left[\sin \omega(t - t_1) \cos \left(\frac{\pi}{4} - \alpha \right) + \cos \omega(t - t_2) \sin \left(\frac{\pi}{4} - \alpha \right) \right],$$

$$E'_{y_2} = E_{y_2}.$$

Якщо аналізатор схрещений з поляризатором, то після виходу з аналізатора маємо

$$E_\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} [E'_{x_2} - E'_{y_2}] = \frac{\sqrt{2}}{2} E_0 \sin \frac{\omega(t - t_2)}{2} \cos \left[\omega t + \frac{\pi}{4} - \alpha + \omega \frac{t_1 + t_2}{2} \right].$$

Інтенсивність світла дорівнюватиме

$$J = kE_0^2 \sin^2 \frac{\Phi}{2}.$$

Як бачимо, в такий спосіб ізокліни вдалося усунути.

РОЗДІЛ 2

ФОТОПРУЖНИЙ АНАЛІЗ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ ПЛАСТИН З ОТВОРАМИ

Відомо, що поле напружень у пружних пластинах (навіть з ненавантаженими внутрішніми отворами) не залежать від пружних сталих матеріалу (теорема Леві – Мітчелла). Тому за однакового навантаження на межі, наприклад, металевої та епоксидної (оптично чутливої) пластин однакової форми напруження у відповідних точках будуть однаковими. Оскільки напружений стан епоксидної пластини можна дослідити за допомогою методу фотопружності, то можна бути певним, що такі ж напруження виникають і в металевій чи якійсь іншій лінійно пружній пластині тієї ж форми.

2.1. Квадратний отвір

Розглянемо плоску оптично ізотропну пластину з квадратним отвором за одновісного розтягу (див. рис. 2.1), яка виготовлена з епоксидної смоли ЕД-20 (100 вагових частин) з додаванням пластифікатора (дибутилфталату (20 вагових частин)) та затверджувача (поліетиленполіаміну (12,5 вагових частин)). Технологія виготовлення оптично чутливих зразків на основі епоксидних смол детально описана у роботі [1].

На рис. 2.1 зображено геометрію пластинчастого елемента з крайовими умовами. Тут введені безрозмірні координати $x^0 \equiv x/l$ та $y^0 \equiv y/l$, де l – сторона квадратного отвору. Квадратний отвір є вільним від навантажень ($\sigma_m = 0, \sigma_{n\tau} = 0$). До правого та лівого країв пластинчастого елемента прикладене безрозмірне рівномірне нормальне напруження $\sigma_{xx}^0 = P^0 \equiv P/\sigma_s$, де σ_s - межа течіння.

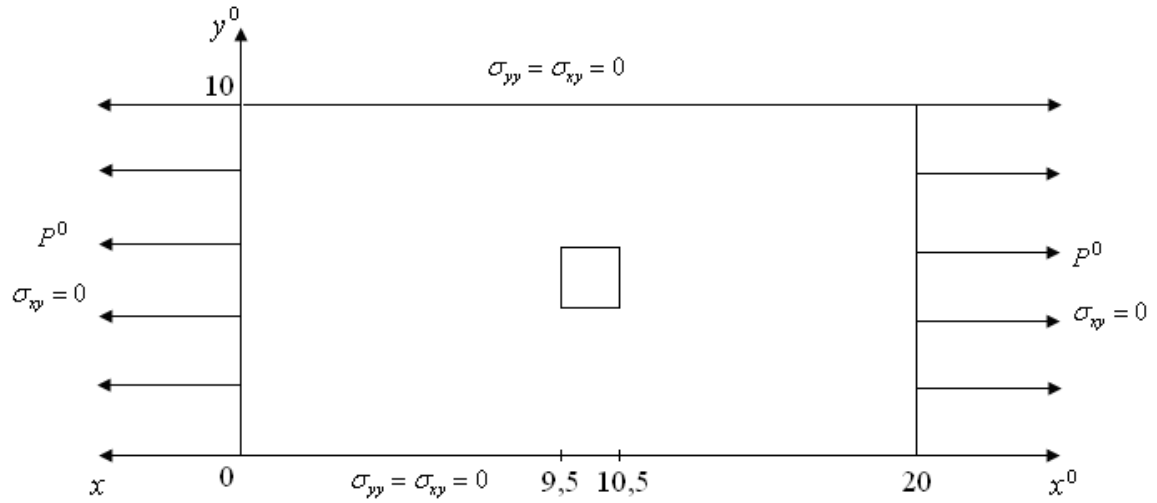


Рис. 2.1. Пластинчастий елемент з квадратним отвором та крайовими умовами на зовнішній межі

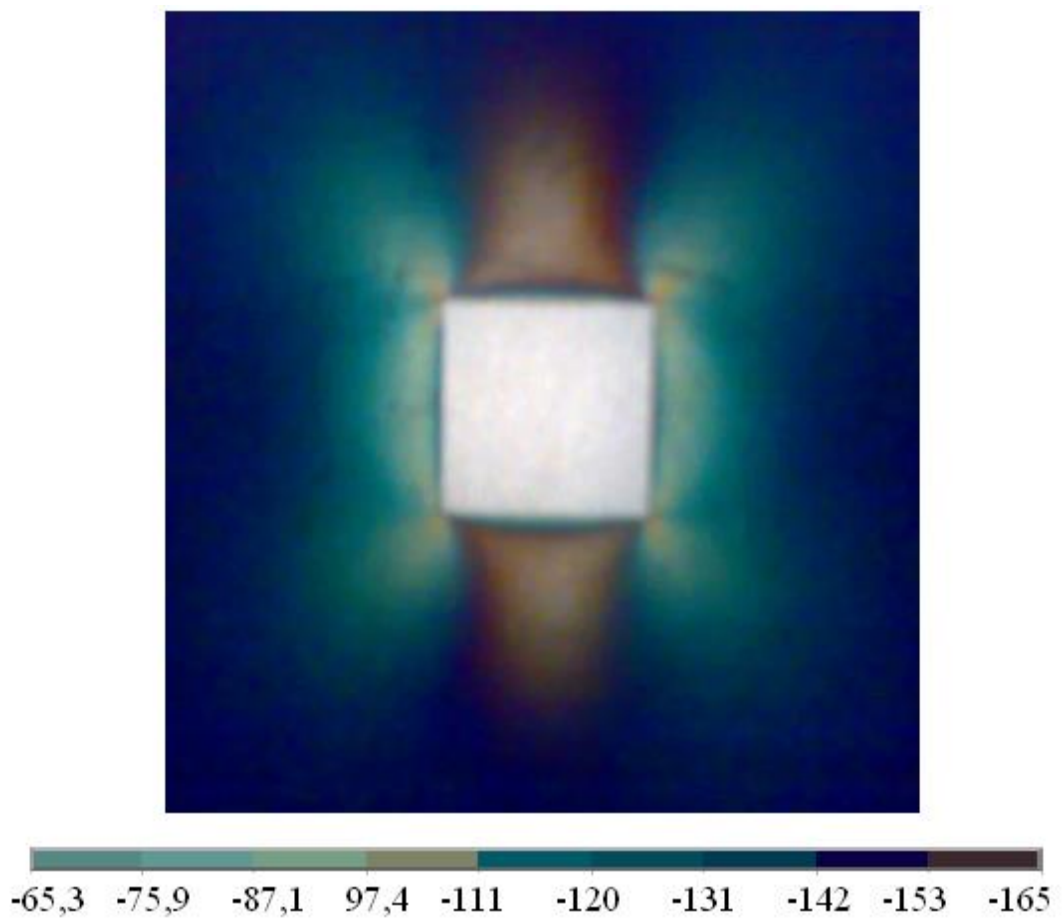


Рис. 2.2. Поле ізохром у пластині з квадратним отвором за одновісного розтягу (схему задачі див. на рис. 2.1)

На рис. 2.2 подано збільшену фотографію поля ізохром (які є, за означенням, ізолініями різниць головних напружень $\sigma_2 - \sigma_1$) для центральної частини цієї пластини, отриману за допомогою приладу ППУ-7 (круговий полярископ) у лабораторії кафедри механіки Львівського національного університету імені Івана Франка.

Найбільших значень за абсолютною величиною різниці головних напружень $\sigma_2 - \sigma_1$ досягають над верхньою та нижньою сторонами отвору, а найменших – посередині лівої та правої його сторін.

2.2. Повернутий квадратний отвір

Розглянемо таку ж плоску оптично чутливу пластину з повернутим квадратним отвором під дією рівномірного розтягувального навантаження вздовж горизонтальної осі (див. рис. 2.3).

На рис. 2.3 зображено геометрію пластинчастого елемента з таким же за розміром квадратним отвором, як і на рис. 2.1, який, проте, повернутий на кут 45° щодо свого центру. Квадратний отвір є вільним від навантажень ($\sigma_{nn} = 0, \sigma_{n\tau} = 0$). До правого та лівого країв пластинчастого елемента прикладене безрозмірне рівномірне горизонтальне розтягувальне напруження $\sigma_{xx}^0 = P^0 \equiv P/\sigma_s$.

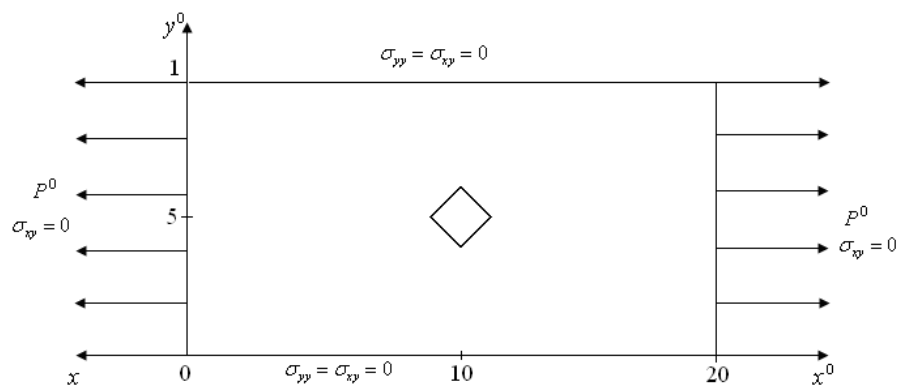


Рис. 2.3. Пластинчастий елемент з повернутим квадратним отвором та крайовими умовами на зовнішній межі

На рис. 2.4 подано збільшену фотографію поля ізохром для області навколо отвору в цій пластині.

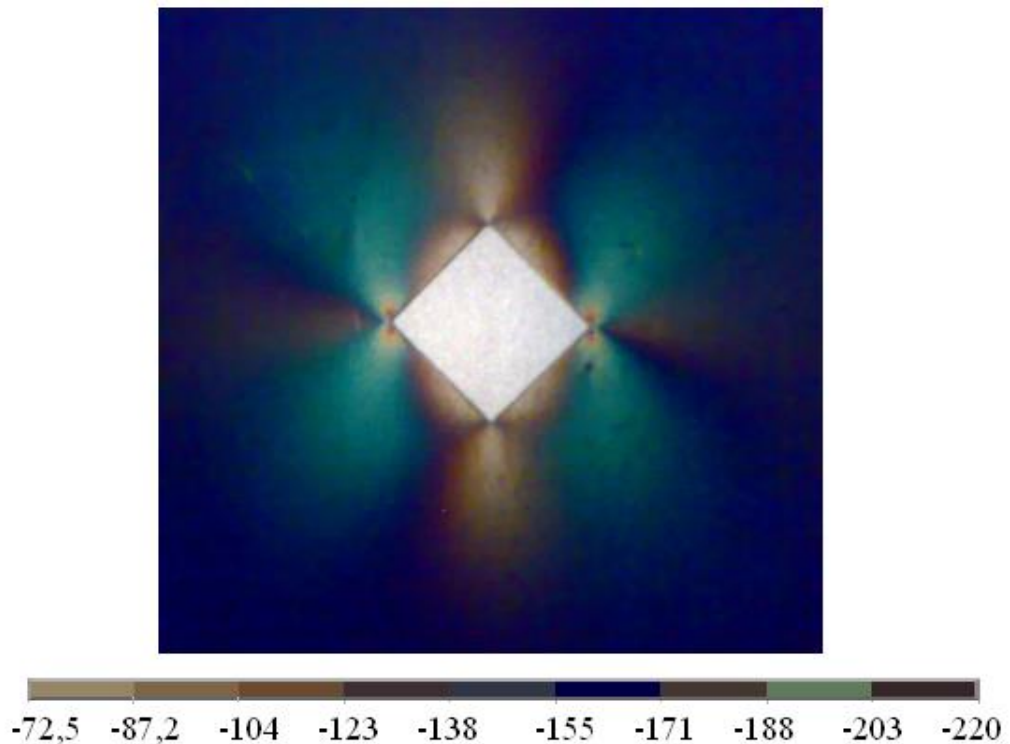


Рис. 2.4. Поле ізохром у пластині з повернутим квадратним отвором за одновісного розтягу (схему задачі див. на рис. 2.3)

Найбільших значень за абсолютною величиною різниці головних напружень $\sigma_2 - \sigma_1$ досягають навколо верхнього та нижнього кутів отвору, а найменших – навколо лівого та правого його кутів.

2.3. Круговий отвір

Розглянемо плоску оптично ізотропну пластину з круговим отвором за одновісного розтягу вздовж горизонтальної осі (див. рис. 2.5). На рис. 2.6 подано збільшену фотографію поля ізохром для області навколо отвору в цій пластині.

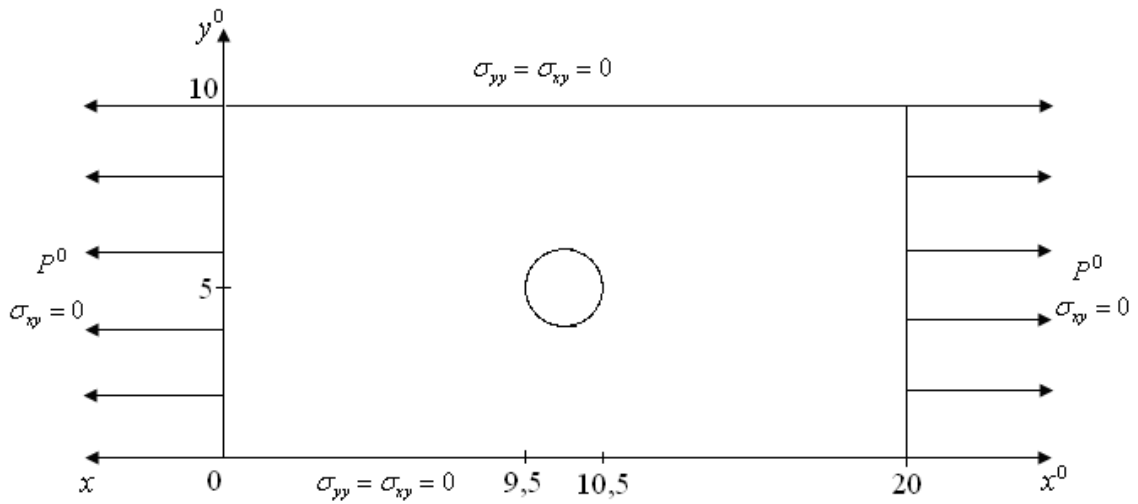


Рис. 2.5. Пластинчастий елемент з круговим отвором та крайовими умовами на зовнішній межі

На рис. 2.5 зображено геометрію пластинчастого елемента із зазначеними крайовими умовами. Тут введені безрозмірні координати $x^0 \equiv x/d$ та $y^0 \equiv y/d$, де d – діаметр кругового отвору. Круговий отвір є вільним від навантажень ($\sigma_{nn} = 0, \sigma_{n\tau} = 0$).

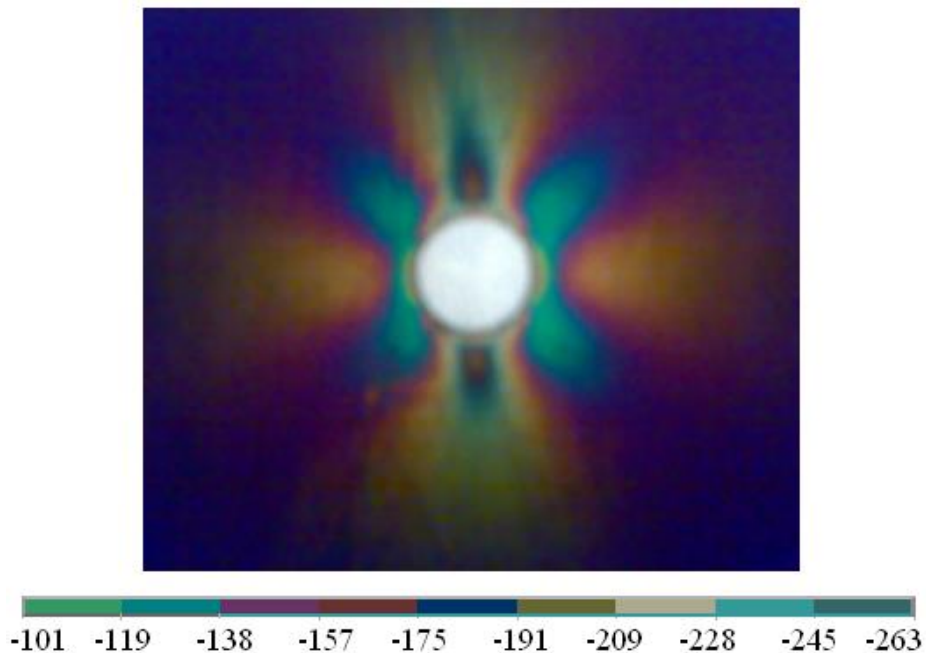


Рис. 2.6. Поле ізохром у пластині з круговим отвором за однісного розтягу (схему задачі див. на рис. 2.5)

Найбільших значень за абсолютною величиною ці різниці досягають навколо верхньої та нижньої межі отвору, а найменших – поблизу лівої та правої частин його межі.

ВИСНОВКИ

Отримані експериментальні результати повністю підтверджують якісні та кількісні картини розподілу напружень у пластинах з отворами, отримані за допомогою аналітичних результатів, зокрема у пластині з круговим отвором (задача Кірша), тим самим додатково обґрунтовуючи вірогідність експериментальних даних.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Панасюк В. В. До питання про визначення концентрації напружень у розтягнутій пластині з двома отворами / В. В. Панасюк, М. П. Саврук // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2008. – Вип. 51. – № 2. – С. 112–123.
2. Рвачев В. Л. Теория R-функций и некоторые ее приложения / В. Л. Рвачев. – К.: Наук. думка, 1982. – 552 с.
3. Савин Г. Н. Распределение напряжений около отверстий / Г. Н. Савин. – К.: Наук. думка, 1968. – 888 с.
4. Сулим Г. Т. Основи математичної теорії термопружної рівноваги деформівних твердих тіл з тонкими включеннями / Г. Т. Сулим. – Львів: Дослідно-видавничий центр НТШ, 2007. – 716 с.
5. Ling C. B. The stresses in a plate containing an overlapped circular hole / C. B. Ling // J. Appl. Phys. – 1948. – Vol. 19. – No. 4. – P. 405–411.
6. Mindlin R. D. Stress distribution around a hole near the edge of plate under tension / R. D. Mindlin // Proc. Soc. Exptl. Stress. Analysis, 1948. – Vol. 5. – No. 2. – P. 56–68.