

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Механіко-математичний факультет
Кафедра алгебри, топології та основ математики



Затверджено

На засіданні
кафедри алгебри, топології та
основ математики
механіко-математичного факультету
Львівського національного університету
імені Івана Франка
(протокол № 1 від 29.08.2023 р.)

Завідувач кафедри: Тарас Банах

Силабус з навчальної дисципліни

“ Теорія графів ”,

що викладається в межах ОПП “ Статистичний аналіз даних ”
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів з
спеціальності 112 - Статистика

Львів 2023 р.

Назва дисципліни	Теорія графів
Адреса викладання дисципліни	Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка м. Львів, вул. Університетська 1, 79000
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Механіко-математичний факультет Кафедра алгебри, топології та основ математики
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	11 - Математика та статистика 112 - Статистика
Викладачі дисципліни	Романів Олег Миколайович, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри алгебри, топології та основ математики
Контактна інформація викладачів	oleh.romaniv@lnu.edu.ua , http://mmf.lnu.edu.ua/algstaff/1443 ;
Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються	Консультації в день проведення лекцій/практичних занять (за попередньою домовленістю). Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 375. м. Львів, вул. Університетська, 1
Сторінка курсу	http://mmf.lnu.edu.ua/algstu/2038 , https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/tgra-112-bak23
Інформація про дисципліну	Дисципліна “ Теорія графів ” є дисципліною вільного вибору студента з спеціальності 112 – Статистика для освітньої програми “Статистичний аналіз даних”, яка викладається в 7-му семестрі в обсязі 4-ох кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
Коротка анотація дисципліни	Графи і пов'язані з ними методи досліджень органічно пронизують на різних рівнях ледь чи не всю сучасну математику. Теорія графів розглядається як одна з гілок топології; безпосереднє відношення вона має також до алгебри і до теорії чисел. Графи ефективно використовуються в теорії планування та управління, теорії розкладів, соціології, математичній лінгвістиці, економіці, біології, медицині, географії. Широке застосування знаходять граfi в таких областях, як програмування, теорія кінцевих автоматів, електроніка, в рішенні імовірнісних і комбінаторних задач, знаходженні максимального потоку в мережі, найкоротшої відстані, максимального паросполучення, перевірки планарності графа та ін. Як особливий клас можна виділити задачі оптимізації на графах. Математичні розваги і головоломки теж є частиною теорії графів, наприклад, знаменита проблема чотирьох фарб, інтригуюча математиків і по сей день. Теорія графів швидко розвивається, знаходить все нові додатки і чекає молодих дослідників.
Мета та цілі дисципліни	<i>Мета:</i> формування у майбутніх спеціалістів повноцінних теоретичних знань та практичних навичок по застосуванню методів та алгоритмів теорії графів для різноманітних аспектів статистичного аналізу даних <i>Цілі:</i> викласти основні теоретичні положення теорії графів та базові методи розв'язання прикладних задач, сформувати вміння проводити аналіз математичних моделей, що описують реальні явища, за допомогою

	методів теорії графів.
Література для вивчення дисципліни	<p>1) Романів О.М. Електронний навчальний курс «Теорія графів», 2023 http://mmf.lnu.edu.ua/algstu/2038</p> <p>2) Романів О.М. Електронний навчальний курс “Лінійна алгебра. Частина 1”, 2023 http://mmf.lnu.edu.ua/algstu/446.</p> <p>3) Андрійчук В.І., Комарницький М.Я., Іщук Ю.Б., Вступ до дискретної математики. Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2003. – 254с.</p> <p>4) Jonathan L. Gross, Jay Yellen, Mark Anderson , Graph Theory and Its Applications, CRC Press, Taylor & Francis Group, 2021, 577 pages.</p> <p>5) Karin R Saoub, Graph Theory: An Introduction to Proofs, Algorithms, and Applications, CRC Press, 2021, 437 pages.</p> <p>6) N. P. Shrimali, Nita H. Shah, Recent Advancements in Graph Theory, , CRC Press, 2020, 410 pages.</p> <p>4) Alan Gibbons, Algorithmic Graph Theory, Cambridge University Press, 1985, 272 pages.</p> <p>8) Thomas H. Cormen, Charles E. Leiserson, Ronald L. Rivest and Clifford Stein, Introduction to Algorithms, Third Edition, The MIT Press Cambridge, 2019, 1292 pages.</p> <p>9) Reinhard Diestel, Graph Theory, Springer-Verlag, Heidelberg Graduate Texts in Mathematics, Volume 173, 2021, 447 pages.</p> <p>10) Онлайн-курс « Вступ до теорії графів» на Coursera: https://www.coursera.org/learn/graphs</p> <p>11) Онлайн-курс « Алгоритми на графах» на Coursera: https://www.coursera.org/learn/algorithms-on-graphs</p>
Обсяг курсу	Загальний обсяг: 120 годин. Аудиторних занять: 64 год., з них 32 год. лекційних та 32 год. практичних занять. Самостійної роботи: 56 год.
Очікувані результати навчання	<p>У результаті вивчення даного курсу студент буде:</p> <p>знати: основні поняття теорії графів, способи зображення графів, .теореми, які характеризують дерева, алгоритми Краскала та Дейкстри, Ойлерові графи та алгоритм Флері, формулу Ойлера для плоских (планарних) графів, теорему Куратовського, матричні методи пошуку кількості шляхів між вершинами i та j довжини k (які містять k ребер) та пошуку найкоротшого шляху між вершинами зваженого графа, алгоритми пошуку вглиб і вшир, алгоритм Пріма пошуку каркасного дерева простого графа, алгоритм Едмондса пошуку максимального відгалуження орієнтованого графа, алгоритм топологічного сортування</p> <p>вміти: застосовувати теорію графів, знаходити співвідношення між числовими характеристиками графів, визначати ойлеровість та гамільтоновість конкретних графів, знаходити каркасні дерева графів, будувати попарно неізоморфні графи із заданими властивостями, знаходити матриці графів і переходити від одного до іншого зображення графа, шукати мінімальні каркасні дерева та оцінювати складність відповідних алгоритмів, застосовувати алгоритм Флері та оцінювати його складність, здійснювати перевірку планарності графів, будувати двоїтий граф і обчислювати значення його параметрів, застосовувати матричні методи пошуку кількості шляхів між вершинами i та j довжини k (які містять k ребер) та пошуку найкоротшого шляху між вершинами зваженого графа, будувати обхід вершин графів за допомогою алгоритмів пошуку вглиб і вшир,</p>

	шукати максимальне відгалуження орієнтованого графа та застосовувати алгоритм топологічного сортування.
Ключові слова	Графи, дерева, алгоритми на графах, оргграфи, планарні граfi, ойлерові граfi.
Формат курсу	Очний
Теми	Див. Схема курсу
Підсумковий контроль, форма	Залік у кінці семестру
Пререквізити	Для вивчення даного курсу студенти потрібні базові знання з: <ul style="list-style-type: none"> - Лінійна алгебра. - Дискретна математика. - Інформатика та програмування.
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу	Інформаційні методи (лекція, бесіда, ілюстрація, демонстрація); дедуктивні методи на основі узагальнень; евристичні методи (проблемна лекція); інтерактивні методи (дискусія)
Необхідне обладнання	Для проведення лекційних занять: комп'ютер (мінімальні характеристики: процесор Intel Core i3, 4ГБ оперативної пам'яті), доступ до мережі Internet, засоби мультимедіа (в т.ч. проектор). Для проведення практичних/лабораторних занять: комп'ютер (мінімальні характеристики: процесор Intel Core i3, 4ГБ оперативної пам'яті), доступ до мережі Internet. Необхідне програмне забезпечення включає ОС Windows 10, програмні додатки (MS Teams, MS Excel, Jupyter Notebook з вбудованим компілятором мови програмування Python).
Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)	Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються так: контрольні роботи №1, №2 : 2 x 20 = 40; колоквиуми №1, №2: 2 x 15 = 30; самостійні роботи --- 5 x 4 =20; премія за активну роботу на заняттях -- 10. Всього – 100. Остаточна кількість балів , які отримує студент після закінчення курсу: загальна кількість балів, набраних за семестр. <i>Примітка: Самостійні роботи студенти пишуть під час проведення практичних занять для перевірки засвоєння ними матеріалу цього заняття (5-10 хв). Написанням самостійних робіт також є контролем за відвідуванням занять, оскільки навіть за незначний результат самостійної роботи виставляється якась частина максимальної кількості балів за цю роботу і це фіксується в журналі.</i> Академічна доброчесність: Очікується, що роботи студентів будуть оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Списування та втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в написанні завдань є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману. Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються. Відвідання занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та практичні/лабораторні заняття курсу.

Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів робіт, передбачених курсом.

Література. Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.

Політика виставлення балів. Враховуються бали, набрані при поточному контролі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.

Оцінювання практичних робіт відбувається шляхом оцінки роботи студента під час проведення практичної роботи в аудиторії та захисту написаної студентом вдома практичної роботи.

Бали оцінювання аудиторного виконання практичних робіт нараховуються за наступним співвідношенням:

100% – студент в повному обсязі володіє навчальним матеріалом, має повне розуміння розглянутої теми, надає правильні відповіді на запитання по темі, код програми функціонує відповідно до завдання;

75% – студент достатньо розуміє розглянутий матеріал та принципи написаного ним коду програми, присутні неточності та незначні помилки у відповідях на запитання по темі, код програми функціонує відповідно до завдання;

50% – студент не досить добре розуміє розглянутий матеріал та написаний ним код програми, вагається та надає неточні/не конкретні відповіді на запитання по темі, код програми функціонує з помірними недоліками;

25% – студент погано розуміє розглянутий матеріал та написаний ним код програми, студент в більшості надає помилкові відповіді на питання по темі, код програми не функціонує належним чином;

0 - студент зовсім не засвоїв розглянутий матеріал, написаний ним код програми не відповідає темі/не функціонує взагалі.

Бали оцінювання домашнього завершення виконання практичних робіт та наданого звіту нараховуються за наступним співвідношенням:

100% – звіт цілком і повністю відображає індивідуальне завдання студента, містить правильні висновки, ілюстрований (за потреби) відповідними графіками і таблицями які правильно відображають суть виконаного завдання, студент має повне розуміння розглянутої теми, надає правильні відповіді на запитання по темі, код програми функціонує відповідно до завдання;

75% – звіт в достатній мірі відображає індивідуальне завдання студента, містить допустимі висновки, ілюстрований (за потреби) відповідними графіками і таблицями які частково відображають суть виконаного завдання, студент достатньо розуміє принципи написаного ним коду програми, присутні неточності та незначні помилки у відповідях на запитання по темі, код програми функціонує відповідно до завдання;

50% – звіт містить загальні формулювання завдання, висновки нечіткі,

	<p>необхідні ілюстрації чи таблиці відсутні, студент не досить добре розуміє розглянутий матеріал та представлений код програми, надає неточні/не конкретні відповіді на запитання по темі, код програми функціонує з помірними недоліками;</p> <p>25% – звіт не містить формулювання завдання, висновки необґрунтовані чи неповні, необхідні ілюстрації чи таблиці відсутні, студент погано розуміє розглянутий матеріал та представлений код програми, студент в більшості надає помилкові відповіді на питання по темі, код програми не функціонує належним чином;</p> <p>0 – звіт відсутній/не відповідає темі, студент зовсім не засвоїв розглянутий матеріал, написаний ним код програми не відповідає темі/не функціонує взагалі.</p> <p>Критерії оцінювання результатів неформальної освіти: Нарахування балів відбувається за публікацію студентом тез доповідей на конференціях, наукових статей, за участь студента у діяльності наукових гуртків, семінарів, круглих столів, конкурсів, участь у заходах неформальної освіти, за отримання сертифікатів про проходження навчання на різних освітніх платформах (Coursera, Prometheus тощо), курсах провідних ІТ компаній за тематикою навчальної дисципліни. Кількість балів визначається відсотком покриття результатів відповідної активності до вимог результатів навчання з навчальної дисципліни</p>
<p>Питання для контрольного тестування</p>	<p>Означення і приклади графів. Ізоморфізм графів. Лема про рукостискання. (Знати означення основних класів графів, поняття ізоморфізму графів та вміти будувати попарно неізоморфні графи із заданими властивостями.) Матриці зв'язані з графами.. Списки і таблиці спряженості для зображення графів. (Вміти знаходити матриці графів і переходити від одного до іншого зображення графа). Деревя. Теореми, які характеризують дерева. Каркасне дерево графа. Алгоритми Краскала та Дейкстри. (Знати основні властивості дерев, вміти шукати мінімальні каркасні дерева та оцінювати складність відповідних алгоритмів.) Ойлерові графи та алгоритм Флері. (Знати необхідні та достатні умови ойлеровості (напівойлеровості) графів, вміти застосовувати алгоритм Флері та оцінювати його складність.) Плоскі (планарні) графи. Формула Ойлера. Узагальнення Формули Ойлера на планарні графи із k компонентами зв'язності та графи роду g. Теорема Куратовського. (Знати формулювання означень, теорем і наслідків з них, вміти застосовувати знання для перевірки планарності графів.) Двоїстий граф. Регулярні і правильні графи. (Вміти будувати двоїстий граф і обчислювати значення його параметрів.) Матричні методи пошуку кількості шляхів між вершинами і та j довжини k (які містять k ребер) та пошуку найкоротшого шляху між вершинами зваженого графа. Алгоритм пошуку вглиб і відповідний обхід вершин графа. Алгоритм Пріма пошуку каркасного дерева простого графа та його обчислювальна складність. Алгоритм Едмондса пошуку максимального відгалуження орієнтованого графа та його обчислювальна складність. Алгоритм топологічного сортування</p>
<p>Опитування</p>	<p>Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.</p>

**Схема курсу “Теорія графів”
для студентів спеціальності 112 - Статистика**

Тижні	Лекційний курс		Практичні заняття		К-сть год СР	Літе- ратура
	Назва теми	К-сть год	Назва теми	К-сть год		
1	2	3	4	5	6	7
1	Вступ до теорії графів	2	Степінь вершини. Шляхи та цикли. Зв'язність. Древа і ліси	2	3	[2]-[9], Сайт курсу
2	Дводольні графи. Мінори. Ейлерові тури. Інші поняття графів.	2	Дводольні графи. Мінори. Ейлерові тури.	2	4	[2]-[9], Сайт курсу
3	Зіставлення, покриття та упаковка	2	Зіставлення в дводольних графах. Зіставлення в загальних графах. Теорема Ердоша-Поса. Упаковка дерев і деревовидність. Покриття шляху.	2	3	[2]-[9], Сайт курсу
4	Зв'язність	2	2-зв'язні графи і підграфи. Структура 3-зв'язних графів. Теорема Менгера. Теорема Мейдера. З'єднання пар вершин	2	4	[2]-[9], Сайт курсу
5	Планарні графи	2	Топологічні передумови. Плоскі графи. Малюнки. Планарні графи: теорема Куратовського. Критерії алгебраїчної планарності. Двоїстість площини.	2	3	[2]-[9], Сайт курсу
6	Розфарбування	2	Розфарбування карт і плоских графів. Розфарбовування вершин. Фарбування країв. Розфарбовування списку. Ідеальні графи.	2	4	[2]-[9], Сайт курсу
7	Потоки	2	Тиражі. Потоки в мережах. Групові потоки. k-потоки для малих k. Подвійність забарвлення потоку. Припущення Тутте.	2	3	[2]-[9], Сайт курсу
8	Теоретичний колоквіум	2	Контрольна робота №1	2	4	[2]-[9], Сайт курсу
9	Екстремальна теорія графів	2	Підграфи. Мінори. Гіпотеза Хадвігера. Лема про регулярність Шемереді. Застосування леми про регулярність	2	3	[2]-[9], Сайт курсу
10	Нескінченні графи	2	Основні поняття, факти та прийоми. Доріжки, дрова та кінці. Однорідні та універсальні графи.	2	4	[2]-[9], Сайт курсу
11	Зв'язність і відповідність	2	Зв'язність і відповідність. Рекурсивні структури. Графи з кінцями: повна картина. Нескінченні графи як межі скінченних.	2	3	[2]-[9], Сайт курсу
12	Теорія Рамсея для графів.	2	Оригінальні теореми Рамсея. Числа Рамсея. Індуковані теоре-	2	4	[2]-[9], Сайт курсу

			ми Рамсея. Властивості Рамсея та зв'язність.			
13	Цикли Гамільтона	2	Достатні умови. Цикли Гамільтона та послідовності ступенів. Цикли Гамільтона в квадраті графа	2	3	[2]-[9], Сайт курсу
14	Випадкові графи	2	Поняття випадкового графа. Імовірнісний метод. Властивості майже всіх графів. Порогові функції та секундні моменти.	2	4	[2]-[9], Сайт курсу
15	Мінори графа.	2	Квазі-впорядкування. Теорема про дерева. Дерево-декомпозиції. Ширина дерева. Дереворозкладання та заборонені мінори. Мінорна теорема про граф.	2	3	[2]-[9], Сайт курсу
16	Підсумковий колоквіум. Підсумкове заняття	2	Контрольна робота №2		4	[2]-[9], Сайт курсу
	Разом	32		32	56	
	Викладач: Романів О.М.		Викладач: Романів О.М.			