

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Львівський національний університет імені Івана Франка**  
**Механіко-математичний факультет**  
**Кафедра математичної статистики і диференціальних рівнянь**



**Затверджено**

На засіданні  
кафедри математичної статистики і  
диференціальних рівнянь  
механіко-математичного факультету  
Львівського національного університету  
імені Івана Франка  
(протокол № 1 від 22.06.2023 р.)

Завідувач кафедри: Олег БУГРІЙ

**Силабус з навчальної дисципліни**  
**“ Чисельні методи ”,**  
**що викладається в межах ОПШ “ Статистичний аналіз даних ”**  
**першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів з**  
**спеціальності 112 - Статистика**

Львів 2023 р.

<b>Назва дисципліни</b>	Чисельні методи
<b>Адреса викладання дисципліни</b>	Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка м. Львів, вул. Університетська 1, 79000
<b>Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна</b>	Механіко-математичний факультет Кафедра математичної статистики і диференціальних рівнянь
<b>Галузь знань, шифр та назва спеціальності</b>	11 - Математика та статистика 112 – Статистика
<b>Викладачі дисципліни</b>	Бугрій О.М., доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри математичної статистики і диференціальних рівнянь
<b>Контактна інформація викладачів</b>	<a href="mailto:oleh.buhrii@lnu.edu.ua">oleh.buhrii@lnu.edu.ua</a> , <a href="http://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/buhrii_o_m">http://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/buhrii_o_m</a> ;
<b>Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються</b>	Консультації в день проведення лекцій/практичних занять (за попередньою домовленістю). Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 267. м. Львів, вул. Університетська, 1
<b>Сторінка курсу</b>	<a href="https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/cmet-112-bak23">https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/cmet-112-bak23</a>
<b>Інформація про дисципліну</b>	Дисципліна “Чисельні методи” є дисципліною вільного вибору студента з спеціальності 112 – Статистика для освітньої програми “Статистичний аналіз даних”, яка викладається в 5-му семестрі в обсязі 4-ох кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
<b>Коротка анотація дисципліни</b>	Курс розроблено для ознайомлення студентів з основними поняттями та методами сучасної теорії інтерполяції, чисельного розв’язування алгебричних та диференціальних рівнянь
<b>Мета та цілі дисципліни</b>	<i>Мета:</i> надати студентам основні поняття про чисельні методи обчислень і обчислювальні алгоритми, які використовуються в сучасних інформаційних технологіях <i>Цілі:</i> забезпечити знайомство студентів з загальною теорією методів обчислень і сформувані навички їх практичного використання; навчити студента вибирати і обґрунтувати чисельні методи розв’язування задач, вказувати область їх застосування, записувати алгоритм розв’язування, реалізовувати його на персональному комп’ютері і аналізувати точність отриманого результату.
<b>Література для вивчення дисципліни</b>	1) Шахно С.М., Дудикевич А.Т., Левицька С.М. <i>Практикум з чисельних методів</i> . Львів: ЛНУ ім. І. Франка, 2013. 2) Лопушанська Г.П., Бугрій О.М., Лопушанський А.О. <i>Диференціальні рівняння та рівняння математичної фізики</i> . – Підручник. – Львів: видавець І. Е. Чижиков. (1-е видання: 2012) 2-е видання: 2017. 3) Гончаров О.А., Васильєва Л.В., Юнда А.М. <i>Чисельні методи розв’язання прикладних задач</i> : Навч. посіб. – Суми: Сумський державний університет, 2020. 4) Ляшенко Б.М., Кривонос О.М., Вакалюк Т.А. <i>Методи обчислень</i> . Житомир: Вид-во ЖДУ, 2014.

	<p>5) Костюшко І.А., Любашенко Н.Д., Третиник В.В. <i>Методи обчислень: Підручник</i>. – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, Вид-во «Політехніка». – 2021.</p> <p>6) Brownlee J. <i>Basics of Linear Algebra for Machine Learning. Discover the Mathematical Language of Data in Python</i>, 2021.</p> <p>7) Hunt J. <i>A Beginners Guide to Python 3 Programming</i>. Springer Nature Switzerland AG, 2020, 2023.</p> <p>8) Chapra S.C., Canale R.P. <i>Numerical Methods for Engineers</i>, 7th edition. New York: Mc Graw Hill Education, 2015.</p> <p>9) Дорошенко А.Ю., Погорілий С.Д., Дорогий Я.Ю., Глушко Є.В. <i>Програмування числових методів мовою Python</i>. Київ: В-во “Київський університет”, 2013.</p> <p>10) Андруник В.А., Висоцька В.А., Пасічник В.В., Чирун Л.Б., Чирун Л.В. <i>Чисельні методи в комп'ютерних науках</i>. Львів, Новий світ. Том 1 (2017), Том 2 (2018).</p>
<b>Обсяг курсу</b>	Загальний обсяг: 120 годин. Аудиторних занять: 48 год., з них 16 год. лекційних та 32 год. лабораторних. Самостійної роботи: 72 год.
<b>Очікувані результати навчання</b>	<p>У результаті вивчення даного курсу студент буде:</p> <p><b>знати:</b> основні поняття, визначення і проблеми курсу; вимоги до постановки основних задач чисельних методів; призначення й особливості застосування основних чисельних методів;</p> <p><b>вміти:</b> володіти математичним апаратом чисельних методів; застосовувати чисельні методи для розв'язування прикладних задач; реалізувати чисельні методи на сучасних персональних комп'ютерах.</p>
<b>Ключові слова</b>	Чисельні методи, інтерполяція функції, чисельне розв'язування рівнянь та систем рівнянь, Python.
<b>Формат курсу</b>	Очний
<b>Теми</b>	Див. <b>Схема курсу</b>
<b>Підсумковий контроль, форма</b>	Залік у кінці семестру
<b>Пререквізити</b>	<p>Для вивчення даного курсу студенти потрібні базові знання з:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Математичний аналіз.</li> <li>- Лінійна алгебра і аналітична геометрія.</li> <li>- Диференціальні рівняння.</li> <li>- Рівняння з частинними похідними.</li> <li>- Інформатика та програмування (Python).</li> </ul>
<b>Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу</b>	Інформаційні методи (лекція, бесіда, ілюстрація, демонстрація); дедуктивні методи на основі узагальнень; евристичні методи (проблемна лекція); інтерактивні методи (дискусія)
<b>Необхідне обладнання</b>	<p>Для проведення лекційних занять: комп'ютер (мінімальні характеристики: процесор Intel Core i3, 4ГБ оперативної пам'яті), доступ до мережі Internet, засоби мультимедіа (в т.ч. проектор).</p> <p>Для проведення практичних/лабораторних занять: комп'ютер (мінімальні характеристики: процесор Intel Core i3, 4ГБ оперативної пам'яті), доступ</p>

	<p>до мережі Internet. Необхідне програмне забезпечення включає в себе ОС Windows 10, програмні додатки (MS Teams, Jupyter Notebook з вбудованим компілятором мови програмування Python).</p>
<p><b>Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)</b></p>	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Змістовий модуль 1: 5% семестрової оцінки за активну роботу на заняттях, 30% семестрової оцінки за виконання практичних/лабораторних аудиторних і домашніх завдань, 15% семестрової оцінки за колоквиум, максимальна кількість балів 50.</li> <li>• Змістовий модуль 2: 5% семестрової оцінки за активну роботу на заняттях, 30% семестрової оцінки за виконання практичних/лабораторних аудиторних і домашніх завдань, максимальна кількість балів 35.</li> <li>• Контрольне тестування: 15% семестрової оцінки, максимальна кількість балів 15.</li> </ul> <p>Підсумкова максимальна кількість балів 100.</p> <p><b>Академічна доброчесність:</b> Очікується, що роботи студентів будуть оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Списування та втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в написанні завдань є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p>Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p> <p><b>Відвідання занять</b> є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та практичні/лабораторні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів робіт, передбачених курсом.</p> <p><b>Література.</b> Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p><b>Політика виставлення балів.</b> Враховуються бали, набрані при поточному контролі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p> <p><b>Оцінювання практичних/лабораторних робіт</b> (2 змістових модулів містять по 6 лабораторних робіт кожен, загалом 12 лабораторних робіт, максимальна кількість балів: 60) відбувається шляхом оцінювання роботи студента під час проведення практичної/лабораторної роботи в аудиторії (0-3 балів за одну роботу) та оцінювання результатів її домашнього самостійного завершення (0-2 бали за одну роботу).</p> <p>Бали оцінювання аудиторного виконання практичних/лабораторних робіт нараховуються за наступним співвідношенням:</p> <p>3 – студент в повному обсязі володіє навчальним матеріалом, має повне розуміння розглянутої теми, надає правильні відповіді на запитання по</p>

	<p>темі, код програми функціонує відповідно до завдання;  2 – студент не досить добре розуміє розглянутий матеріал та написаний ним код програми, вагається та надає неточні/не конкретні відповіді на запитання по темі, код програми функціонує з помірними недоліками;  1 – студент погано розуміє розглянутий матеріал та написаний ним код програми, студент в більшості надає помилкові відповіді на питання по темі, код програми не функціонує належним чином;  0 - студент зовсім не засвоїв розглянутий матеріал, написаний ним код програми не відповідає темі/не функціонує взагалі.</p> <p>Бали оцінювання домашнього завершення виконання практичних/лабораторних робіт нараховуються за наступним співвідношенням:  2 – звіт цілком і повністю відображає індивідуальне завдання студента, містить правильні висновки, ілюстрований (за потреби) відповідними графіками і таблицями які правильно відображають суть виконаного завдання, студент має повне розуміння розглянутої теми, надає правильні відповіді на запитання по темі, код програми функціонує відповідно до завдання;  1 – звіт містить загальні формулювання завдання, висновки нечіткі, необхідні ілюстрації чи таблиці відсутні, студент не досить добре розуміє розглянутий матеріал та представлений код програми, надає неточні/не конкретні відповіді на запитання по темі, код програми функціонує з помірними недоліками;  0 – звіт відсутній/не відповідає темі, студент зовсім не засвоїв розглянутий матеріал, написаний ним код програми не відповідає темі/не функціонує/відсутній взагалі.</p> <p><b>Оцінювання контрольного тестування</b> (завдання з тематики кожного змістового модуля) відбувається шляхом оцінки письмових відповідей студента на поставлені запитання.  Відсотки нарахування балів оцінювання відповіді на кожне запитання нараховуються за наступним співвідношенням:  75-100% – тема відтворюється в повному обсязі, правильно, обґрунтовано, логічно;  50-75% – відтворюється значна частина розглянутої теми, проте присутні неточності та/або невідповідності;  25-50% – виявлено множинні неточності та невідповідності, пояснення відсутні чи частково помилкові;  0-25% – тему майже не розкрито, кількість викладеного матеріалу не відповідає загальним нормам обраного виду роботи.</p> <p><b>Критерії оцінювання результатів неформальної освіти:</b>  Нарахування балів відбувається за публікацію студентом тез доповідей на конференціях, наукових статей, за участь студента у діяльності наукових гуртків, семінарів, круглих столів, конкурсів, участь у заходах неформальної освіти, за отримання сертифікатів про проходження навчання на різних освітніх платформах (Coursera, Prometheus тощо), курсах провідних ІТ компаній за тематикою навчальної дисципліни. Кількість балів визначається відсотком покриття результатів відповідної активності до вимог результатів навчання з навчальної дисципліни</p>
<b>Питання для</b>	Інтерполяція функцій за допомогою кубічних сплайнів

<p><b>контрольного тестування</b></p>	<p>Розділені різниці. Властивості розділених різниць.  Скінченні різниці. Факторіальні многочлени. Розклад функцій в ряд за факторіальними многочленами.  Інтерполяційні многочлени Ньютона.  Інтерполяційні многочлени Лагранжа. Точність інтерполяційних формул.  Квадратичне наближення. Алгебраїчні многочлени найкращого квадратичного наближення. Ортогональні алгебраїчні многочлени на дискретних вузлах.  Метод найменших квадратів побудови алгебраїчних многочленів найкращого квадратичного наближення.  Побудова формул для чисельного диференціювання з використанням інтерполяційних многочленів Ньютона та за допомогою методу невизначених коефіцієнтів.  Методи Рунге-Ромберга та Ейткена покращення точності формул для чисельного диференціювання.  Точність формул для чисельного диференціювання. Процедура регуляризації по кроку.  Метод побудови квадратурних формул з використанням інтерполяційних многочленів та за допомогою методу невизначених коефіцієнтів.  Точність квадратурних формул наближеного обчислення інтегралів.  Складові квадратурні формули. Точність складових квадратурних формул.  Адаптивний алгоритм чисельного інтегрування з використанням квадратурної формули Сімпсона.  Методи Рунге-Ромберга та Ейткена покращення точності квадратурних формул для обчислення інтегралів.  Метод Гауса розв'язку системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Алгоритм методу Гауса з вибором головного елемента по стовпцях  Метод прогонки розв'язку системи лінійних алгебраїчних рівнянь з трьохдіагональною матрицею  LU-розклад матриці. Ітераційні методи уточнення розв'язків системи лінійних алгебраїчних рівнянь  Ітераційні методи розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь.  Методи простої ітерації, метод Якобі, метод Гауса-Зейделя  Задачі лінійної алгебри: обчислення визначника, знаходження оберненої матриці з використанням LU-розкладу матриці  Задачі лінійної алгебри: знаходження власних значень та власних векторів матриць  Однокрокові ітераційні методи розв'язку нелінійних рівнянь з одним невідомим: метод простої ітерації, метод Ньютона, метод Чебишова  Однокрокові ітераційні методи розв'язку нелінійних рівнянь з одним невідомим: метод хорд, метод парабол, метод зворотної інтерполяції  Обчислення швидкості збіжності ітераційних методів розв'язку нелінійних рівнянь з одним невідомим: метод простої ітерації, метод Ньютона, метод хорд  Властивості коренів алгебраїчних рівнянь. Метод Ньютона по схемі Горнера знаходження дійсних коренів алгебраїчних рівнянь  Властивості коренів алгебраїчних рівнянь. Метод Ліна знаходження комплексних коренів алгебраїчних рівнянь  Метод золотого перетину одновимірної оптимізації  Метод Фібоначчі одновимірної оптимізації  Метод Хука-Дживса багатовимірної оптимізації</p>
---------------------------------------	--

	<p>Задача Коші для звичайних диференціальних рівнянь першого порядку: однокрокові методи Рунге-Кутта для розв'язку</p> <p>Задача Коші для звичайних диференціальних рівнянь першого порядку: методи оцінки локальної похибки методів Рунге-Кутта розв'язку задачі, алгоритм автоматичного вибору величини кроку</p> <p>Задача Коші для звичайних диференціальних рівнянь першого порядку: формули Адамса прогнозу та корекції розв'язку задачі</p> <p>Задача Коші для звичайних диференціальних рівнянь першого порядку: дослідження точності, збіжності та стійкості методу прогнозу та корекції Адамса другого порядку</p> <p>Задача Коші для звичайних диференціальних рівнянь першого порядку: метод невизначених коефіцієнтів побудови методів прогнозу та корекції чисельного розв'язку</p> <p>Крайова задача для звичайних диференціальних рівнянь другого порядку: чисельні методи розв'язку, метод скінченних різниць</p> <p>Крайова задача для звичайних диференціальних рівнянь другого порядку: точність різницевих рівнянь розв'язку, підвищення точності різницевих рівнянь, підвищення точності різницевої апроксимації крайових умов.</p>
<b>Опитування</b>	<p>Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.</p>

**Схема курсу “Чисельні методи”  
для студентів спеціальності 112 - Статистика**

Тижні	Лекційний курс		Практичні заняття		К-сть год СР	Літе- ратура
	Назва теми	К-сть год	Назва теми	К-сть год		
1	2	3	4	5	6	7
1	Вступ до теорії сплайнів та інтерполяційних многочленів. Інтерполяційні многочлени Ньютона та їх застосування	2	Робота в середовищі Google Colaboratory. Jupyter Notebook. Основні бібліотеки для візуалізації та аналізу даних	2	5	[1]-[10], Сайт курсу
2		0	Лаб.1. Інтерполяція кубічними сплайнами	2	4	[1]-[10], Сайт курсу
3	Наближення функції факторіальними многочленами. Поняття про найкраще наближення функції в метричному просторі	2	Лаб.2. Розділені різниці. Інтерполяційні многочлени Ньютона	2	5	[1]-[10], Сайт курсу
4		0	Лаб.3. Скінченні різниці. Факторіальні многочлени	2	4	[1]-[10], Сайт курсу
5	Чисельне диференціювання функції однієї змінної. Чисельне інтегрування функції однієї змінної	2	Лаб.4. Знаходження алгебраїчних многочленів найкращого квадратичного наближення методом найменших квадратів	2	5	[1]-[10], Сайт курсу
6		0	Лаб.5. Чисельне диференціювання. Методи підвищення точності	2	4	[1]-[10], Сайт курсу
7	Системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Задачі лінійної алгебри та методи їх розв'язування	2	Лаб. 6. Складові квадратурні формули для чисельного інтегрування. Методи підвищення точності. Адаптивний алгоритм	2	5	[1]-[10], Сайт курсу
8		0	Колоквіум	2	4	[1]-[10], Сайт курсу
9	Нелінійні рівняння та методи їх розв'язування. Системи нелінійних рівнянь. Вступ до теорії оптимізації	2	Лаб.7. LU-розклад матриці	2	5	[1]-[10], Сайт курсу
10		0	Лаб.8. Ітераційні методи розв'язування системи лінійних алгебраїчних рівнянь	2	4	[1]-[10], Сайт курсу
11	Відшукування екстремумів функції однієї та багатьох змінних.	2	Лаб.9. Однокрокові та багатокрокові чисельні методи розв'язування нелінійних рівнянь з одним невідомим. Метод Ньютона по схемі Горнера та метод Ліна розв'язування алгебраїчних	2	5	[1]-[10], Сайт курсу



			рівнянь			
12		0	Лаб.10. Метод Хука Дживса	2	4	[1]-[10], Сайт курсу
13	Однокрокові та багатокрокові методи розв'язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь першого порядку	2	Лаб.11. Метод Рунге-Кутта розв'язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь першого порядку	2	5	[1]-[10], Сайт курсу
14		0	Лаб.12. Методи прогнозу і корекції для розв'язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь першого порядку	2	4	[1]-[10], Сайт курсу
15	Крайова задача для звичайних диференціальних рівнянь другого порядку. Задачі для диференціальних рівнянь з частинними похідними	2	Підсумкове лабораторне заняття	2	5	[1]-[10], Сайт курсу
16		0	Підсумкове заняття	2	4	[1]-[10], Сайт курсу
	<b>Разом</b>	<b>32</b>		<b>16</b>	<b>72</b>	
	Викладач: <b>Бугрій О.М.</b>		Викладач: <b>Бугрій О.М.</b>			