

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Механіко-математичний факультет
Кафедра математичної статистики і диференціальних рівнянь



Затверджено

На засіданні
кафедри математичної статистики і
диференціальних рівнянь
механіко-математичного факультету
Львівського національного університету
імені Івана Франка
(протокол № 1 від 22.06.2023 р.)

Завідувач кафедри: професор Олег БУГРІЙ

Силабус з навчальної дисципліни
“Методи оптимізації та керування”,
що викладається в межах ОПП
“ Статистичний аналіз даних ”
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
для здобувачів зі спеціальності 112 – Статистика

Львів 2023

<p>Назва дисципліни Адреса викладання дисципліни Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна Галузь знань, шифр та назва спеціальності</p>	<p>Методи оптимізації та керування</p> <p>м. Львів, вул. Університетська, 1</p> <p>Механіко-математичний факультет Кафедра математичної статистики і диференціальних рівнянь</p> <p>Галузь знань 11 Математика та статистика Спеціальність 112 Статистика</p>
<p>Викладачі дисципліни</p>	<p>Симотюк Михайло Михайлович, канд. фіз.-мат. наук, доцент кафедри математичної статистики і диференціальних рівнянь Ярова Оксана Анатоліївна, канд. фіз.-мат. наук, доцент кафедри математичної статистики і диференціальних рівнянь</p>
<p>Контактна інформація викладачів</p>	<p>mykhailo.samotiuk@lnu.edu.ua</p>
<p>Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються</p>	<p>Консультації в день проведення лекцій/лабораторних занять (за попередньою домовленістю).</p>
<p>Сторінка курсу</p>	<p>https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/moker-112-bak23</p>
<p>Інформація про дисципліну</p>	<p>Дисципліна «Методи оптимізації та керування» викладається в 7-му семестрі в обсязі 3 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS) та є нормативною дисципліною зі спеціальності 112 Статистика для освітньої програми «Статистичний аналіз даних».</p>
<p>Коротка анотація дисципліни</p> <p>Мета та цілі дисципліни</p> <p>Література для вивчення дисципліни</p>	<p>При вивченні курсу студенти засвоюють основні поняття та методи оптимізації функцій багатьох змінних, класичного варіаційного числення, оптимального керування. застосовують їх до вирішення основних задач оптимізації. При викладанні курсу використовуються елементи лінійної алгебри, аналітичної геометрії, математичного аналізу, функціонального аналізу, диференціальних рівнянь, рівнянь математичної фізики.</p> <p><i>Мета</i> курсу: ознайомити студентів із основними поняттями і методами теорії оптимізації функцій багатьох змінних, оптимізації інтегральних та термінальних функціоналів, теорії оптимального керування.</p> <p><i>Цілі</i> дисципліни: ознайомити з методами розв'язування задач математичного, опуклого та лінійного програмування, властивостями інтегральних та термінальних функціоналів, основами класичного варіаційного числення, теорії оптимального керування, викласти основні теоретичні положення та їх застосування до прикладних задач.</p> <ul style="list-style-type: none"> • 1) Лавренюк С.П. <i>Варіаційне числення й оптимальне керування</i>. – К.: НМК ВО, 1992. • 2) Козицький В.А., Бугрій М.І. <i>Методичні вказівки з методів оптимізації</i>. – Львів, 1996.

	<ul style="list-style-type: none"> • 3) Бугрій М.І. <i>Індивідуальні завдання з варіаційного числення та оптимального керування</i>. – Львів, 1997. • 4) Моклячук М.П. <i>Варіаційне числення. Екстремальні задачі: підручник</i>. – К., 2003. • 5) Моклячук М.П., Ямненко Р.Є. <i>Лекції з теорії вибору та прийняття рішень</i>. – К., 2007. • 6) Яровий А. Т., Страхов Є. М. <i>Методи оптимізації та варіаційне числення: навчально-методичний посібник</i>.– Одеса, 2017, ФОП «Сухачов», 156 с. • 7) R. T. Rockafellar. <i>Conjugate Duality and Optimization</i>. Society for Industrial and Applied Mathematics, 1989. First published in 1974. • 8) Donald E. Kirk. <i>Optimal Control Theory. An Introduction</i>. – Dover Publications (2004), 472 p. • 9) Joseph Z. Ben-Asher. <i>Optimal control theory with aerospace applications</i>. – American Institute of Aeronautics and Astronautics (2010). – 256 p. • 10) Jan Brinkhuis. <i>Convex Analysis for Optimization. A Unified Approach</i>. Graduate Texts in Operations Research. Springer, 2020, XXVII, 257 pp. https://doi.org/10.1007/978-3-030-41804-5 • 11) Onésimo Hernández-Lerma, Leonardo R. Laura-Guarachi, Saul Mendoza-Palacios, David González-Sánchez. <i>An Introduction to Optimal Control Theory: The Dynamic Programming Approach</i>, Texts in Applied Mathematics, 76, Springer, 2023. – 278 p.
<p>Обсяг курсу</p>	<p>Загальний обсяг: 90 годин. Аудиторних занять – 48 год., з них 32 год. лекцій, 16 год. практичних занять. Самостійної роботи – 42 год.</p>
<p>Очікувані результати навчання</p>	<p>У результаті вивчення курсу студент буде:</p> <p><i>Знати:</i> формулювання основних задач оптимізації функцій багатьох змінних, формулювання класичних варіаційних задач оптимізації функціоналів, формулювання задач оптимального керування, доведення теорем про розв’язність таких задач.</p> <p><i>Вміти:</i> розрізняти типи задач оптимізації функцій та функціоналів, типи задач оптимального керування, знаходити розв’язки задач класичної оптимізації, знаходити розв’язки та екстремалі варіаційних задач Лагранжа, задач з вільними та закріпленими кінцями, задач оптимального керування.</p> <p>В результаті засвоєння матеріалу даного курсу студент набуде таких загальних (ЗК) і спеціальних (фахових) (СК) компетентностей:</p> <p>ЗК-2. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях. ЗК-3. Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності. ЗК-6. Навички використання інформаційних і комунікаційних технологій. ЗК-8. Здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел. ЗК-12. Здатність працювати автономно. ЗК-13. Визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов’язків.</p> <p>СК-2. Здатність застосовувати у професійній діяльності знання та навички в галузях теорії ймовірностей, математичної статистики, теорії випадкових процесів.</p>

	<p>СК-3. Здатність здійснювати логічні математичні міркування із чітким зазначенням припущень та висновків.</p> <p>СК-5. Здатність до кількісно-статистичного мислення.</p> <p>СК-6. Здатність до ймовірнісного мислення, що передбачає сприйняття стохастичної природи явищ.</p> <p>СК-7. Здатність робити якісні висновки з кількісних даних.</p> <p>СК-8. Уміння працювати з інформаційними базами даних.</p> <p>СК-9. Здатність розробляти експериментальні та спостережувальні дослідження та аналізувати дані цих досліджень.</p> <p>СК-10. Здатність проводити дослідження ймовірнісно-статистичних моделей та інтерпретувати одержані результати.</p> <p>СК-11. Здатність використання обчислювальної техніки, спеціалізованих мов програмування та програмних засобів для розв'язання задач і здобуття додаткової інформації.</p> <p>СК-12. Здатність застосовувати ймовірнісно-статистичні методи в міждисциплінарному контексті.</p> <p>СК-14. Здатність до аналізу основ і властивостей статистичних алгоритмів та розуміння переваг і обмежень тих чи інших підходів, у тому числі до оцінки їх обґрунтованості й ефективності.</p> <p>СК-15. Здатність аналізувати основи і властивості базових економічних та фінансових структур, інтерпретувати показники фінансової діяльності, користуватися методами оптимального керування економічних та природних процесів.</p> <p>СК-16. Здатність застосовувати у професійній діяльності знання та навички з машинного навчання, обробки зображень і природної мови.</p> <p>СК-17. Здатність моделювати та пояснювати дані просторових і часових вибірок за допомогою знань і навичок з регресійного аналізу.</p> <p>і здобуде такі результати навчання (РН):</p> <p>РН-12. Вміти збирати та обробляти дані, застосовувати статистичні процедури для аналізу даних за допомогою обчислювальної техніки та програмних засобів.</p> <p>РН-15. Володіти математичними та статистичними методами аналізу, прогнозування та оцінки параметрів математичних моделей, статистичними методами інтерпретації та обробки числових даних.</p> <p>РН-17. Знати методи моделювання природничих та/або соціальних процесів.</p> <p>РН-19. Вміти оцінювати та забезпечувати якість виконуваних досліджень.</p> <p>РН-20. Вміти використовувати ймовірнісні та статистичні методи аналізу фінансових показників діяльності суб'єктів ринку.</p>
Ключові слова	Варіаційне числення, методи оптимізації, оптимальне керування.
Формат курсу	Очний
Теми	Див. Схема курсу
Підсумковий контроль, форма	Іспит у 7-му семестрі.
Пререквізити	Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з таких дисциплін: лінійної алгебри, аналітичної геометрії, математичного аналізу, функціонального аналізу, диференціальних рівнянь.
Навчальні методи та техніки, які	Інформаційні методи (лекція, бесіда, ілюстрація, демонстрація); дедуктивні методи на основі узагальнень; евристичні методи (проблемна лекція);

<p>будуть використовуватися під час викладання курсу</p>	<p>інтерактивні методи (дискусія).</p>
<p>Необхідне обладнання</p> <p>Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)</p>	<p>Для проведення лекційних занять: комп'ютер (мінімальні характеристики: процесор Intel Core i3, 4ГБ оперативної пам'яті), доступ до мережі Internet, засоби мультимедіа (в т.ч. проектор).</p> <p>Для проведення практичних/лабораторних занять: комп'ютер (мінімальні характеристики: процесор Intel Core i3, 4ГБ оперативної пам'яті), доступ до мережі Internet.</p> <p>Необхідне програмне забезпечення включає в себе ОС Windows 10, програмні додатки (MS Teams, MS Excel).</p> <p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Змістовий модуль 1: 8% семестрової оцінки за контрольну роботу, 8% семестрової оцінки за колоквиум, 9% семестрової оцінки за присутність та активність на заняттях, виконання домашніх завдань, максимальна кількість балів 25. • Змістовий модуль 2: 8% семестрової оцінки за контрольну роботу, 8% семестрової оцінки за колоквиум, 9% семестрової оцінки за присутність та активність на заняттях, виконання домашніх завдань, максимальна кількість балів 25. • іспит: 50% семестрової оцінки, максимальна кількість балів 50. <p>Загалом 100 балів.</p> <p>Академічна доброчесність: Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману. Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p> <p>Відвідування занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та практичні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів письмових робіт та індивідуальних завдань, передбачених курсом.</p> <p>Література. Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p>Політика виставлення балів. Враховуються бали, набрані при поточному тестуванні, самостійній роботі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях, не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p>

	<p>Оцінювання практичних робіт (2 змістових модулі містять по одній контрольній роботі, по 4 практичні роботи кожен, загалом 2 контрольні роботи та 8 практичних робіт, максимальна кількість балів – 34 бали) відбувається шляхом оцінки роботи студента під час проведення контрольної роботи в аудиторії (0-8 балів за одну роботу), під час проведення практичного заняття в аудиторії (0-1 балів за одне практичне заняття), а також захисту написаної студентом вдома практичної роботи (0-3 балів за одну роботу).</p> <p>Бали оцінювання контрольної роботи нараховуються шляхом оцінки письмових відповідей за наступним співвідношенням:</p> <p>7-8 балів – тема відтворюється в повному обсязі, правильно, обґрунтовано, логічно;</p> <p>5-6 балів – відтворюється значна частина розглянутої теми, проте присутні неточності та/або невідповідності;</p> <p>3-4 бали – виявлено множинні неточності та невідповідності, пояснення відсутні чи частково помилкові;</p> <p>1-2 бали – тему майже не розкрито, кількість викладеного матеріалу не відповідає загальним нормам обраного виду роботи.</p> <p>0 балів – тему не розкрито.</p> <p>Бали оцінювання за виконане домашнє завдання нараховуються за наступним співвідношенням:</p> <p>3 – звіт за домашнім завданням цілком і повністю відображає індивідуальне завдання студента, містить правильні висновки, ілюстрований (за потреби) відповідними графіками, які правильно відображають суть виконаного завдання, студент має повне розуміння розглянутої теми, надає правильні відповіді на запитання по темі;</p> <p>2 – звіт достатньою мірою відображає індивідуальне завдання студента, містить допустимі висновки, водночас у роботі присутні неточності, незначні помилки у відповідях на запитання по темі;</p> <p>1 – звіт містить загальні формулювання завдання, висновки нечіткі, відповіді є помилковими, необхідні графіки відсутні, студент слабо розуміє розглянутий матеріал, надає нечіткі відповіді на запитання за темою;</p> <p>0 – звіт відсутній/не відповідає темі, студент зовсім не засвоїв розглянутий матеріал.</p> <p>Критерії оцінювання результатів неформальної освіти:</p> <p>Нарахування балів відбувається за публікацію студентом тез доповідей на конференціях, наукових статей, за участь студента у діяльності наукових гуртків, семінарів, круглих столів, конкурсів, участь у заходах неформальної освіти, за отримання сертифікатів про проходження навчання на різних освітніх платформах (Coursera, Prometheus тощо), курсах провідних ІТ компаній за тематикою навчальної дисципліни. Кількість балів визначається відсотком покриття результатів відповідної активності до вимог результатів навчання з навчальної дисципліни.</p>
<p>Питання до екзамену</p>	<p>Означення і властивості опуклих множин і функцій; методи оптимізації функцій багатьох змінних; означення та властивості першої та другої варіації функціоналів; формулювання і доведення принципів Лагранжа для задач математичного, опуклого програмування, задач варіаційного числення; теорія двоїстості; симплекс-метод; формулювання основних задач класичного варіаційного числення, умови їх розв'язності; вигляд рівнянь Ейлера та крайових умов, які виникають при оптимізації функціоналів; формулювання основних задач теорії оптимального керування, умови їх розв'язності; вигляд функції Лагранжа, формулювання і доведення принципу максимуму Понтрягіна.</p>

Опитування	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.
-------------------	--

**Схема курсу “ Методи оптимізації та керування ”
для студентів спеціальності 112 - Статистика**

Тижні	Лекційний курс		Практичні заняття			Літе- ратура
	Назва теми	К-сть год	Назва теми	К-сть год	К-сть год СР	
1	2	3	4	5	6	7
1	Класичні задачі безумовної та умовної оптимізації з обмеженнями у вигляді рівностей і нерівностей. Метод невизначених множників Лагранжа.	2	Загальні принципи безумовної та умовної оптимізації функцій багатьох змінних.	2	3	[1-11]
2	Основи опуклого аналізу: опуклі функції, множини, субдиференціал. Теореми про відокремлюваність опуклих множин. Задачі опуклого програмування. Теорема Каруша-Куна-Такера.	2			2	[1-11]
3	Основні приклади і форми задач лінійного програмування (ЗЛП). Задача про розподіл ресурсів, задача про перевезення, задача про харчовий раціон, Геометричне розв'язування ЗЛП у двовимірному просторі.	2	Задачі математичного і опуклого програмування	2	3	[1-11]
4	Перетворення Лежандра. Теорема Фенхеля-Моро. Знаходження перетворень Лежандра для різних типів функцій (лінійних, квадратичних, показникових, логарифмічних).	2			2	[1-11]
5	Симплекс-метод розв'язування канонічної задачі лінійного програмування. Двоїстість у лінійному програмуванні. Схема обґрунтування симплекс-методу.	2	Геометричний зміст ЗЛП. Симплекс-метод розв'язування канонічної ЗЛП. Застосування двоїстості у лінійному програмуванні.	2	3	[1-11]
6	Варіація функціоналів та її застосування. Основні леми варіаційного числення (леми Лагранжа і Дюбуа-Реймона).	2			2	[1-11]
7	Найпростіша варіаційна задача. Варіаційна задача Больца: скалярний і векторний випадки.	2	Найпростіша задача варіаційного числення, задача Больца, задача з рухомими кінцями та ізопериметрична задача.	2	4	[1-11]
8	Задача з рухомими кінцями. Ізопериметрична задача.	2			2	[1-11]
9	Задача зі старшими похідними. Узагальнення леми Дюбуа-Реймона.	2	Контрольна робота 1.	2	3	[1-11]

10	Теоретичний колоквіум 1.	2			2	[1-11]
11	Метод множників Лагранжа для гладких задач з обмеженнями у вигляді рівностей і нерівностей у нормованих просторах.	2	Задача зі старшими похідними. Задача Лагранжа з диференціальними та алгебричними в'язями.	2	3	[1-11]
12	Задача Лагранжа.	2			2	[1-11]
13	Приклади задач оптимального керування: задача про оптимальну швидкість, навігаційна задача керування кораблем, задача про найбільшу дальність польоту ракети, задача про виведення супутника на кругову орбіту, задача про м'яку посадку. Формалізація задач оптимального керування.	2	Найпростіші задачі оптимального керування. Оптимізація задачі зі закріпленими кінцями	2	3	[1-11]
14	Принцип максимуму Понтрягіна у загальній задачі оптимального керування та у задачі з вільним кінцем. Голкові варіації керувань та їх властивості.	2			3	[1-11]
15	Умови екстремуму 2-го порядку для найпростішої задачі варіаційного числення та задачі Больца. Умови Лежандра, Якобі, Вейерштраса.	2	Задача оптимальної швидкодії. Повне дослідження на екстремум найпростішої задачі варіаційного числення для випадку квадратичного функціоналу.	2	3	[1-11]
16	Теоретичний колоквіум 2.	2	Контрольна робота 2.		2	[1-11]
	Разом	32		16	42	
	Викладач: Симотюк М.М.		Викладач: Ярова О.А.			