МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Механіко-математичний факультет
Кафедра математичної статистики і диференціальних рівнянь

Затверджено
На засіданні
кафедри математичної статистики і
диференціальних рівнянь
механіко-математичного факультету
Львівського національного університету
імені Івана Франка
(протокол № 1 від 22.06.2023 р.)

Завідувач кафедри: професор Олег БУГРІЙ

Силабус з навчальної дисципліни

“Рівняння з частинними похідними”,

що викладається в межах ОПП

“ Статистичний аналіз даних ”

першого (бакалаврського) рівня вищої освіти

для здобувачів зі спеціальності 112 – Статистика

Львів 2023

Назва дисципліни	**Рівняння з частинними похідними**
Адреса викладання дисципліни	м. Львів, вул. Університетська, 1
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Механіко-математичний факультет Кафедра математичної статистики і диференціальних рівнянь
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	Галузь знань 11 Математика та статистика Спеціальність 112 Статистика
Викладачі дисципліни **Контактна інформація викладачів**	**Симотюк Михайло Михайлович**, канд. фіз.-мат. наук, с.н.с., доцент кафедри математичної статистики і диференціальних рівнянь mykhailo.samotiuk@lnu.edu.ua https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/symotiuk_m_m
Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються	Консультацію з теоретичних або практичних частин курсу можна отримати онлайн на нараді у Zoom, MS Teams у будь-який зручний для студентів та викладача час, а також очно в день проведення лекцій чи практичних занять за попередньою домовленістю.
Сторінка курсу	https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/rcp-112-bak23
Інформація про дисципліну	Дисципліна «Рівняння з частинними похідними» викладається в 6-му семестрі в обсязі 4 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS) та є нормативною дисципліною зі спеціальності 112 Статистика для освітньої програми “Статистичний аналіз даних”.
Коротка анотація дисципліни	Курс розроблено для ознайомлення студентів з основними поняттями і методами теорії рівнянь з частинними похідними другого порядку, а також математичними моделями фізичних, біологічних та економічних процесів, які описуються цими рівняннями. При викладанні курсу використовуються елементи лінійної алгебри та аналітичної геометрії, математичного аналізу, функціонального аналізу, диференціальних рівнянь.
Мета та цілі дисципліни	*Мета* курсу: ознайомити студентів із основними поняттями і методами теорії рівнянь з частинними похідними. *Цілі* дисципліни: ознайомити з методами розв’язування задач для найпростіших рівнянь з частинними похідними 2-го порядку, формулами для зображення розв’язків задач.
Література для вивчення дисципліни	1. *Бугрій О.М.* Методичні рекомендації до вивчення курсу “Рівняння математичної фізики” // Львів: ЛНУ, 2008. 2. Іванчов М.І. Вступ до теорії рівнянь у частинних похідних. Текст лекцій, Львів: Тріада плюс, 2004. 3. *Івасишен С.Д., Лавренчук В.П., Готинчан Т.І., Мельничук Л.М.* Рівняння математичної фізики: основні методи, приклади, задачі // Чернівці, 2016. 4. *Перестюк М.О., Маринець В.В.* Теорія рівнянь математичної

	фізики // Київ: Либідь, 1993. 5. *Самойленко В.Г., Конет І.М.* Рівняння математичної фізики // К.: КНУ, 2014. 6. *Borodzik, M., Goldstein, P., Rybka, P., Zatorska-Goldstein, A.* Problems on Partial Differential Equations-Springer International Publishing (2019). 7. *Georgiev Svetlin G.* An Excursion Through Partial Differential Equations. – Springer (2023). 8. *Klibanov M.V., Li J.* Partial differential equations.. theory, numerical methods and ill-posed problems-Nova (2022). 9. *Lorenzi Luca, Rhandi Abdelaziz.* Semigroups of Bounded Operators and Second-Order Elliptic and Parabolic Partial Differential Equations. – CRC Press (2020). 10. *Olver Peter J.* Introduction to Partial Differential Equations. Instructor's Solution Manual – Springer (2020). 11. *Salsa Sandro, Verzini Gianmaria.* Partial Differential Equations in Action. From Modelling to Theory. – Springer (2022). 12. *Sobolev S. L.* Some applications of functional analysis in mathematical physics, American Mathematical Society, 2008, Series Translations of mathematical monographs, Vol. 90, 3rd ed, 286 p. 13. *Taylor Michael E.* Partial Differential Equations I. Basic Theory. – Springer Nature Switzerland (2023). 14. *Tikhonov A.N., Samarskii A.A.* Equations of Mathematical Physics, Dover Publ. 2011, 780 p. 15. *Vladimirov V.S.* Equations of mathematical physics, Marcel Dekker Incorporated, 1971, 426 p. 16. *Vladimirov V.S.* Methods of the Theory of Generalized Functions, CRC Press, 2002, Series “Analytical Methods and Special Functions”, Ed. 1, 327 p.
Обсяг курсу **Очікувані результати навчання**	Загальний обсяг: 120 годин. Аудиторних занять – 64 год., з них 32 год. лекцій, 32 год. практичних занять. Самостійної роботи – 56 год. У результаті вивчення курсу студент буде: *Знати***:** класифікацію рівнянь з частинними похідними, формулювання основних задач для рівнянь математичної фізики, обґрунтування коректності і властивостей розв’язків цих задач та методи їх розв’язування. *Вміти***:** знаходити тип рівняння з частинними похідними 2-го порядку, зводити до канонічного вигляду ці рівняння, розв’язувати задачу Коші та мішані задачі для рівнянь коливань та теплопровідності, розв’язувати крайові задачі для рівнянь Лапласа та Пуассона. В результаті засвоєння матеріалу даного курсу студент набуде таких **загальних (ЗК) і спеціальних (фахових) (СК) компетентностей**: ЗК-1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу. ЗК-2. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

	ЗК-3. Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності. ЗК-8. Здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел. ЗК-10. Здатність працювати в команді. ЗК-11. Здатність до професійного спілкування з представниками інших професійних груп різного рівня (з експертами в інших галузях знань. СК-1. Здатність застосовувати у професійній діяльності знання та навички в галузях математичного аналізу, лінійної алгебри, геометрії, логіки, теорії функцій, диференціальних рівнянь. СК-2. Здатність застосовувати у професійній діяльності знання та навички в галузях теорії ймовірностей, математичної статистики, теорії випадкових процесів. СК-3. Здатність здійснювати логічні математичні міркування із чітким зазначенням припущень та висновків. СК-4. Здатність до математичного формулювання задач та вибору методів їх розв'язання. СК-5. Здатність до кількісно-статистичного мислення. СК-6. Здатність до ймовірнісного мислення, що передбачає сприйняття стохастичної природи явищ. СК-7. Здатність робити якісні висновки з кількісних даних. СК-10. Здатність проводити дослідження ймовірнісно-статистичних моделей та інтерпретувати одержані результати. СК-12. Здатність застосовувати ймовірнісно-статистичні методи в міждисциплінарному контексті. СК-14. Здатність до аналізу основ і властивостей статистичних алгоритмів та розуміння переваг і обмежень тих чи інших підходів, у тому числі до оцінки їх обґрунтованості й ефективності. СК-15. Здатність аналізувати основи і властивості базових економічних та фінансових структур, інтерпретувати показники фінансової діяльності, користуватися методами оптимального керування економічних та природних процесів. СК-16. Здатність застосовувати у професійній діяльності знання та навички з машинного навчання, обробки зображень і природної мови. СК-17. Здатність моделювати та пояснювати дані просторових і часових вибірок за допомогою знань і навичок з регресійного аналізу. і здобуде такі **результати навчання (РН)**: РН-5. Володіти базовими знаннями та вміннями з фундаментальних розділів математики: математичного аналізу, алгебри, аналітичної геометрії, диференціальних рівнянь, у тому числі в частинних похідних. РН-15. Володіти математичними та статистичними методами аналізу, прогнозування та оцінки параметрів математичних моделей, статистичними методами інтерпретації та обробки числових даних. РН-17. Знати методи моделювання природничих та/або соціальних процесів.
Ключові слова	Рівняння з частинними похідними другого порядку, еліптичне рівняння, параболічне рівняння, гіперболічне рівняння, задача Коші, крайова задача, мішана задача, ряд Фур'є.
Формат курсу **Теми**	Очний, дистанційний Проведення лекцій, колоквіумів, практичних і контрольних робіт, консультацій. Див. **Схема курсу**
Підсумковий	Іспит у 6-му семестрі.

контроль, форма	Письмово.
Пререквізити	Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з таких дисциплін: лінійної алгебри, аналітичної геометрії, математичного аналізу, функціонального аналізу, диференціальних рівнянь.
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу	Інформаційні методи (лекція, бесіда, ілюстрація, демонстрація); дедуктивні методи на основі узагальнень; евристичні методи (проблемна лекція); інтерактивні методи (дискусія).
Необхідне обладнання	Для проведення лекційних занять: комп'ютер (мінімальні характеристики: процесор Intel Core i3, 4ГБ оперативної пам'яті), доступ до мережі Internet, засоби мультимедіа (в т.ч. проектор). Для проведення практичних/лабораторних занять: комп'ютер (мінімальні характеристики: процесор Intel Core i3, 4ГБ оперативної пам'яті), доступ до мережі Internet. Необхідне програмне забезпечення включає в себе ОС Windows 10, програмні додатки (MS Teams).
Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)	Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням: • Змістовий модуль 1: 8% семестрової оцінки за 2 контрольні роботи, 8% семестрової оцінки за 1 колоквіум, 3% семестрової оцінки за присутність та активність на заняттях, 6% семестрової оцінки за виконання 6 самостійних завдань, максимальна кількість балів 25. • Змістовий модуль 2: 8% семестрової оцінки за 2 контрольні роботи, 8% семестрової оцінки за 1 колоквіум, 3% семестрової оцінки за присутність та активність на заняттях, 6% семестрової оцінки за виконання 6 самостійних завдань, максимальна кількість балів 25. • іспит: 50% семестрової оцінки, максимальна кількість балів 50. Загалом 100 балів. Бали нараховуються так: контрольні роботи № 1–№ 4: 4 х 4 балів = 16 балів; колоквіуми № 1, № 2: 2 х 8 балів = 16 балів; самостійні роботи № 1–№ 12 12 х 1 бал = 12 балів; присутність та активна робота на заняттях – 6 балів, всього – 50 балів за роботу в семестрі. **Іспит** – 50 балів. Всього – 100 балів. **Академічна доброчесність**: Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахуванння викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману. Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються. **Відвідування занять** є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та практичні зайняття курсу. Студенти

	повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів, визначених для виконання всіх видів письмових робіт та індивідуальних завдань, передбачених курсом. **Література.** Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих. **Політика виставлення балів.** Враховуються бали, набрані при поточному тестуванні, самостійній роботі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнень на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях, не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін. **Оцінювання практичних робіт** (2 змістових модулі містять по 2 контрольні роботи по 4 бали, 6 практичних робіт кожен, загалом за курс 4 контрольні роботи та 12 практичних робіт, максимальна кількість балів – 34 бали) відбувається шляхом оцінки роботи студента під час проведення контрольної роботи в аудиторії (0-4 балів за одну роботу), під час проведення практичного заняття в аудиторії (0-0,5 балів за одне практичне заняття), а також захисту написаного студентом вдома **самостійного завдання** (0-1 балів за одне завдання). Бали оцінювання **контрольної роботи** нараховуються шляхом оцінки письмових відповідей за наступним співвідношенням: 4 бали – тема відтворюється в повному обсязі, правильно, обґрунтовано, логічно; 3 бали – відтворюється значна частина розглянутої теми, проте присутні неточності та/або невідповідності; 2 бали – виявлено множинні неточності та невідповідності, пояснення відсутні чи частково помилкові; 1 бал – тему майже не розкрито, кількість викладеного матеріалу не відповідає загальним нормам обраного виду роботи. 0 балів – тему не розкрито. Бали оцінювання за виконане **самостійне завдання** нараховуються за наступним співвідношенням: 1 бал – звіт за домашнім завданням цілком і повністю відображає індивідуальне завдання студента, містить правильні висновки, ілюстрований (за потреби) відповідними графіками, які правильно відображають суть виконаного завдання, студент має повне розуміння розглянутої теми, надає правильні відповіді на запитання по темі; 2/3 балу – звіт достатньою мірою відображає індивідуальне завдання студента, містить допустимі висновки, водночас у роботі присутні неточності, незначні помилки у відповідях на запитання по темі; 1/3 балу – звіт містить загальні формулювання завдання, висновки нечіткі, відповіді є помилковими, необхідні графіки відсутні, студент слабо розуміє розглянутий матеріал, надає нечіткі відповіді на запитання за темою; 0 балів – звіт відсутній/не відповідає темі, студент зовсім не засвоїв розглянутий матеріал. За активну роботу на практичному занятті студент може отримати 0,5 балів за заняття.

	Оцінювання колоквіумів (2 змістових модулі містять по одному колоквіуму, загалом 2 колоквіуми, максимальна кількість балів за обидва колоквіуми – 16 балів) відбувається шляхом оцінки письмових відповідей студента на поставлені запитання. Відсотки нарахування балів оцінювання відповіді на кожне запитання нараховуються за наступним співвідношенням: 75-100% – тема відтворюється в повному обсязі, правильно, обґрунтовано, логічно; 50-75% – відтворюється значна частина розглянутої теми, проте присутні неточності та/або невідповідності; 25-50% – виявлено множинні неточності та невідповідності, пояснення відсутні чи частково помилкові; 0-25% – тему майже не розкрито, кількість викладеного матеріалу не відповідає загальним нормам обраного виду роботи. **Критерії оцінювання результатів неформальної освіти:** Нарахування балів відбувається за публікацію студентом тез доповідей на конференціях, наукових статей, за участь студента у діяльності наукових гуртків, семінарів, круглих столів, конкурсів, участь у заходах неформальної освіти, за отримання сертифікатів про проходження навчання на різних освітніх платформах (Coursera, Prometheus тощо), курсах провідних IT компаній за тематикою навчальної дисципліни. Кількість балів визначається відсотком покриття результатів відповідної активності до вимог результатів навчання з навчальної дисципліни.
Питання до екзамену	Поняття рівняння з частинними похідними. Лінійні, майже лінійні та квазілінійні рівняння другого порядку. Класифікація і зведення до канонічного вигляду майже лінійних рівнянь другого порядку. Метод характеристик знаходження розв’язків лінійних гіперболічних рівнянь з двома незалежними змінними. Математичні моделі процесів коливань, теплопровідності, дифузії. Задача Коші для рівняння коливань, рівняння теплопровідності у необмеженій області. Задачі Коші для диференціально-операторних рівнянь першого та другого порядків. Мішані задачі для рівнянь коливань, теплопровідності і дифузії. Крайові задачі для рівнянь Лапласа і Пуассона. Гармонічні функції та їх застосування до розв'язування задач Діріхле та Неймана для рівнянь Лапласа і Пуассона.
Опитування	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.

Схема курсу

“ Рівняння з частинними похідними”

для студентів спеціальності 112 - Статистика

Тижні	Лекційний курс		Практичні заняття		К-сть год СР	Літе-ратура
	Назва теми	К-сть год	Назва теми	К-сть год		
1	2	3	4	5	6	7
1	Класифікація і зведення до канонічного вигляду рівнянь 2-го порядку. Метод характеристик знаходження загальних розв’язків та розв’язків задачі Коші для лінійних гіперболічних рівнянь з 2-ма незалежними змінними.	2	Класифікація і зведення до канонічного вигляду майже лінійних рівнянь 2-го порядку зі сталими коефіцієнтами.	2	3	[1-16] Сайт курсу
2	Математичні моделі процесів коливань, процесів теплопровідності, дифузії, стаціонарних процесів коливань та теплопровідності. Поняття коректності задач для рівнянь з частинними похідними.	2	Метод характеристик знаходження загальних розв’язків та розв’язків задачі Коші для лінійних гіперболічних рівнянь з 2-ма незалежними змінними.	2	4	[1-16] Сайт курсу
3	Задача Коші для рівняння коливань. Формули Кірхгофа, Пуассона, Д’Аламбера розв’язку задачі Коші для рівняння коливань. Існування, єдиність та неперервна залежність від вхідних даних розв’язку задачі Коші.	2	Задача Коші для рівняння коливань у необмеженій області.	2	4	[1-16] Сайт курсу
4	Задача Коші для рівняння теплопровідності. Принцип максимуму для розв'язків рівняння теплопровідності. Фундаментальний розв’язок рівняння теплопровідності. Формула Пуассона розв’язку задачі Коші. Існування, єдиність та неперервна залежність від вхідних даних розв’язку задачі Коші.	2	Задача Коші для рівняння теплопровідності у необмеженій області.	2	4	[1-16] Сайт курсу
5	Колоквіум № 1	2	Контрольна робота № 1	2	3	[1-16] Сайт курсу
6	Класичний розв’язок першої мішаної задачі для однорідного рівняння коливання струни.	2	Знаходження власних значень і власних елементів диференціальних операторів, розвинення функцій у ряди Фур’є за власними елементами.	2	4	[1-16] Сайт курсу
7	Деякі факти функціонального	2	Метод Фур’є розв’язування мі-	2	4	[1-16]

	аналізу: банахові, гільбертові простори, узагальнені похідні, простори Соболєва. Властивості замкнених, самоспряжених, невід'ємних (додатних) та компактних лінійних операторів у гільбертових просторах.		шаних задач для рівняння коливань струни з однорідними крайовими умовами.			Сайт курсу
8	Задача Коші для диференціально-операторних рівнянь другого порядку та умови її коректності.	2	Метод Фур'є розв'язування мішаних задач для рівняння коливань струни з неоднорідними крайовими умовами.	2	3	[1-16] Сайт курсу
9	Існування, єдиність та неперервна залежність від вхідних даних узагальнених розв'язків мішаних задач для рівняння коливань.	2	Метод Фур'є розв'язування мішаних задач для рівняння коливань прямокутної мембрани.	2	3	[1-16] Сайт курсу
10	Класичний розв'язок першої мішаної задачі для однорідного рівняння теплопровідності.	2	Контрольна робота № 2	2	3	[1-16] Сайт курсу
11	Задача Коші для диференціально-операторних рівнянь першого порядку, сильний і слабкий розв'язки.	2	Метод Фур'є розв'язування мішаних задач для рівняння теплопровідності в стержні.	2	3	[1-16] Сайт курсу
12	Існування, єдиність та неперервна залежність від вхідних даних узагальнених розв'язків мішаних задач для рівняння теплопровідності.	2	Метод Фур'є розв'язування мішаних задач для рівняння теплопровідності в круговому диску.	2	4	[1-16] Сайт курсу
13	Розв'язування задачі Коші для диференціально-операторного рівняння з використанням теорії півгруп обмежених лінійних операторів в гільбертовому просторі.	2	Контрольна робота № 3	2	3	[1-16] Сайт курсу
14	Крайові задачі для рівнянь еліптичного типу. Гармонічні функції та їх властивості: інтегральне зображення, нескінченна диференційованість, середні значення на сфері та в кулі, принцип екстремуму, поведінка на нескінченності	2	Метод Фур'є розв'язування крайових задач для рівняння Пуассона в прямокутнику.	2	4	[1-16] Сайт курсу
15	Застосування гармонічних функцій та функції Гріна при дослідженні коректності задач Діріхле, Неймана для рівнянь Лапласа, Пуассона.	2	Метод Фур'є розв'язування крайових задач для рівняння Лапласа і Пуассона в кругових областях.	2	4	[1-16] Сайт курсу
16	Теоретичний колоквіум 2.	2	Контрольна робота № 4	2	3	[1-16] Сайт курсу
	Разом	**32**		**32**	**56**	
	Викладач: **Симотюк М.М.**		Викладач: **Симотюк М.М.**			