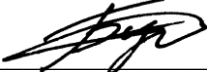


МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ЛЬВІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ІВАНА ФРАНКА  
Факультет механіко-математичний  
Кафедра математичної статистики і диференціальних рівнянь



**Затверджено**  
на засіданні кафедри математичної статистики  
і диференціальних рівнянь  
факультету механіко-математичного  
Львівського національного університету  
імені Івана Франка  
(протокол № 1 від 22 червня 2023 року)

Завідувач кафедри \_\_\_\_\_  \_\_\_\_\_ Бугрій О.М.

**Силабус з навчальної дисципліни**  
**«Теорія ймовірностей»**  
**що викладається в межах ОПШ**  
**«Статистичний аналіз даних»**  
**першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів з**  
**спеціальності «Статистика»**

<b>Назва дисципліни</b>	Теорія ймовірностей
<b>Адреса викладання дисципліни</b>	Львівський національний університет ім. Івана Франка
<b>Факультет та кафедра за якою закріплена дисципліна</b>	Механіко-математичний факультет, кафедра математичної статистики і диференціальних рівнянь
<b>Галузь знань, шифр та назва спеціальності</b>	«Математика та статистика» -11, «Статистика» -112
<b>Викладачі дисципліни</b>	Базилевич Ірина Богданівна, канд. фіз. – мат. наук, доцент, доцент кафедри математичної статистики і диференціальних рівнянь
<b>Контактна інформація викладачів</b>	<a href="mailto:iryna.bazylevych@lnu.edu.ua">iryna.bazylevych@lnu.edu.ua</a> <a href="https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/bazylevych_i_b">https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/bazylevych_i_b</a>
<b>Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються</b>	У день проведення пари. (267 ауд., головний корпус Львівського національного університету 2ед. Івана Франка) Можливі консультації в інші дні при узгодженні викладача та студентів.
<b>Сторінка дисципліни</b>	Сайт кафедри математичної статистики і диференціальних рівнянь механіко-математичного факультету Львівського національного університету Івана Франка <a href="https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/timov-112-bak23">https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/timov-112-bak23</a>
<b>Інформація про дисципліну</b>	Дисципліна «Теорія ймовірностей» є нормативною дисципліною з спеціальності «Статистика» для освітньої програми «Статистичний аналіз даних», яка викладається в 5 і 6 семестрі в обсязі 4 + 4 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS)
<b>Коротка анотація дисципліни</b>	Теорія ймовірностей займається математичним аналізом випадкових явищ. Предмет містить такі розділи «Випадкові події», «Випадкові величини та випадкові вектори», «Послідовності випадкових величин», «Граничні теореми», «Ланцюги Маркова»
<b>Мета вивчення дисципліни</b>	Теорія ймовірностей є базовою дисципліною для вивчення стохастичних явищ. У процесі вивчення вводиться поняття випадкової величини, випадкового вектора. Вона є базою для вивчення таких дисциплін як «Математична статистика», «Теорія випадкових процесів»
<b>Література для вивчення дисципліни</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. І.С. Агапова, М.Ф.Бондаренко, В.А. Дікарев, В.В. Семенець. Збірник задач з теорії ймовірностей з розв'язками. – Харків, ХНУРЕ, 2010. – 356 с.</li> <li>2. І.Б. Базилевич, О.А. Ярова. Індивідуальні завдання до розділу «Випадкові події» з курсу «Теорія ймовірностей» для здобувачів вищої освіти спеціальності 112-Статистика освітньо-професійної програми “Статистичний аналіз даних” – Львів: ЛНУ ім. Івана Франка, 2023. – 35с.</li> <li>3. І.Б. Базилевич, О.А. Ярова. Індивідуальні завдання до розділу «Випадкові величини» з курсу «Теорія ймовірностей» для здобувачів вищої освіти спеціальності 112-Статистика освітньо-професійної програми “Статистичний аналіз даних” – Львів: ЛНУ ім. Івана Франка, 2023. – 50 с.</li> <li>4. Гнеденко Б.В. Курс теорії ймовірностей. – К.: Видавництво Київського університету, 2010. – 464 с.</li> <li>5. В.В. Голомозий, М.В. Карташов, К.В. Ральченко. Збірник задач з теорії ймовірностей та математичної статистики. – К. ВПЦ</li> </ol>

	<p>«Київський університет», 2015. – 366 с.</p> <p>6. Збірник задач з теорії ймовірностей. В.В. Голомозий, Ю.С. Мішура, К.В. Ральченко, М.В. Карташов, О.Г. Кукуш, С.В. Кушніренко, Г.М. Шевченко. – видавництво Київського ун-ту, 2023. – 214 с.</p> <p>7. М. В. Карташов. Імовірність. Процеси. Статистика. – Київ. Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2008. – 494 с.</p> <p>8. МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ до самостійних та лабораторних робіт з дисципліни “Додаткові розділи теорії ймовірностей” / Упорядники: В.В. Голомозий, М.В. Карташов, К.В. Ральченко - К., Видавничо-поліграфічний центр 'Київський університет', 2012 - 26 с.</p> <p>9. Є. О. Покровський, С.Є. Покровський, О.В. Савчук. Теорія ймовірностей і математична статистика. – Київ, КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 231 с.</p> <p>10. Збірник задач з теорії ймовірностей під ред. Скорохода А.В. – К.: Вища школа, 1976.- 384 с.</p> <p>11. І. М. Васильків. Основи теорії ймовірностей і математичної статистики: навч. посібник. – Львів: ЛНУ ім. Івана Франка, 2020. – 184 с.</p> <p>12. R. Durrett. Probability: Theory and Examples. Cambridge University Press. – 2013.-386 p.</p> <p>13. A. Klenke. Probability theory. A Comprehensive Course. - 2020</p> <p>14. Probability and Mathematical Statistics: Theory, Applications, and Practice in R. – USA, Colorado, Society for Industrial and Applied Mathematics (June 24, 2019), 2019.- 707 p.</p> <p>15. Prasanna Sahoo. Probability and Mathematical Statistics. – Louisville, 2008. – 703 p.</p>
<b>Обсяг курсу</b>	144 годин аудиторних. З них – 32(5 семестр )+32 (6 семестр) лекцій, 32 (5 семестр) + 32 (6 семестр) лабораторних занять та 112 (56+56) годин самостійної роботи.
<b>Очікувані результати</b>	<p>Після завершення цього курсу студент повинен</p> <p>Знати – поняття випадкової події, випадкової величини, дискретної випадкової величини, абсолютно неперервної випадкової величини, математичного сподівання та дисперсії, основні розподіли, види збіжностей послідовностей випадкових величин, закон великих чисел, посилений закон великих чисел, центральну граничну теорему, ланцюги Маркова.</p> <p>Уміти знаходити ймовірності випадкових подій, математичне сподівання та дисперсію випадкових величин, розподіл суми, різниці, добутку, частки, добутку випадкових величин, перевіряти чи для послідовності має місце ЗВЧ, знаходити матрицю перехідних ймовірностей у довільний момент часу.</p> <p>В результаті засвоєння матеріалу даного курсу студент набуде таких <b>загальних (ЗК) і спеціальних (фахових) (СК) компетентностей:</b></p> <p>ЗК-1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.</p> <p>ЗК-2. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.</p> <p>ЗК-3. Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності.</p> <p>ЗК-6. Навички використання інформаційних і комунікаційних технологій.</p> <p>ЗК-8. Здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел.</p>

ЗК-10. Здатність працювати в команді.

ЗК-11. Здатність до професійного спілкування з представниками інших професійних груп різного рівня (з експертами в інших галузях знань).

ЗК-12. Здатність працювати автономно.

ЗК-13. Визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов'язків.

СК-1. Здатність застосовувати у професійній діяльності знання та навички в галузях математичного аналізу, лінійної алгебри, геометрії, логіки, теорії функцій, диференціальних рівнянь.

СК-2. Здатність застосовувати у професійній діяльності знання та навички в галузях теорії ймовірностей, математичної статистики, теорії випадкових процесів.

СК-3. Здатність здійснювати логічні математичні міркування із чітким зазначенням припущень та висновків.

СК-4. Здатність до математичного формулювання задач та вибору методів їх розв'язання.

СК-5. Здатність до кількісно-статистичного мислення.

СК-6. Здатність до ймовірнісного мислення, що передбачає сприйняття стохастичної природи явищ.

СК-7. Здатність робити якісні висновки з кількісних даних.

СК-9. Здатність розробляти експериментальні та спостережувальні дослідження та аналізувати дані цих досліджень.

СК-10. Здатність проводити дослідження ймовірнісно-статистичних моделей та інтерпретувати одержані результати.

СК-11. Здатність використання обчислювальної техніки, спеціалізованих мов програмування та програмних засобів для розв'язання задач і здобуття додаткової інформації.

СК-12. Здатність застосовувати ймовірнісно-статистичні методи в міждисциплінарному контексті.

СК-13. Здатність подавати статистичні процедури та результати їхнього застосування у формі, придатній для цільової аудиторії, до якої звертаються, як усно, так і письмово.

СК-14. Здатність до аналізу основ і властивостей статистичних алгоритмів та розуміння переваг і обмежень тих чи інших підходів, у тому числі до оцінки їх обґрунтованості й ефективності.

СК-15. Здатність аналізувати основи і властивості базових економічних та фінансових структур, інтерпретувати показники фінансової діяльності, користуватися методами оптимального керування економічних та природних процесів.

СК-16. Здатність застосовувати у професійній діяльності знання та навички з машинного навчання, обробки зображень і природної мови.

СК-17. Здатність моделювати та пояснювати дані просторових і часових вибірок за допомогою знань і навичок з регресійного аналізу.

і здобуде такі **результати навчання (РН)**:

РН-6. Володіти знаннями та вміннями з імовірнісних і статистичних розділів математики: побудова ймовірнісних просторів, обчислення ймовірностей подій та характеристик випадкових величин і векторів, граничні теореми, характеристики випадкових процесів, оцінювання характеристик сукупностей на основі спостережень, формулювання та перевірка статистичних гіпотез.

РН-7. Вміти будувати математичні моделі стохастичних експериментів, працювати зі стандартними ймовірнісними розподілами: нормальним, рівномірним, експоненціальним, біноміальним, пуассоновим, геометричним тощо.

	<p>PH-8. Вміти працювати з різними типами збіжності випадкових величин та розподілів, користуватися граничними законами теорії ймовірностей.</p> <p>PH-9. Вміти визначати числові та якісні характеристики випадкових подій, величин, елементів, процесів.</p> <p>PH-10. Вміти здійснювати статистичне точкове, інтервальне оцінювання параметрів розподілів випадкових величин і процесів, непараметричне оцінювання, тестувати статистичні гіпотези.</p> <p>PH-13. Вміти моделювати реалізації випадкових величин і процесів та використовувати результати моделювання для верифікації й аналізування ефективності статистичних процедур.</p> <p>PH-15. Володіти математичними та статистичними методами аналізу, прогнозування та оцінки параметрів математичних моделей, статистичними методами інтерпретації та обробки числових даних.</p> <p>PH-17. Знати методи моделювання природничих та/або соціальних процесів.</p> <p>PH-18. Вміти застосовувати ймовірно-статистичні моделі та методи для розв'язання прикладних проблем і задач.</p> <p>PH-19. Вміти оцінювати та забезпечувати якість виконуваних досліджень.</p>
<b>Ключові слова</b>	Ймовірність, випадкова подія, простір елементарних подій, сігма-алгебра, ймовірнісна міра, ймовірнісний простір, випадкова величина, випадковий вектор, функція розподілу випадкової величини, дискретна випадкова величина, абсолютно неперервна випадкова величина, сингулярна випадкова величина, математичне сподівання, дисперсія
<b>Формат курсу</b>	Очний
<b>Теми</b>	Див. <b>Схема курсу</b>
<b>Підсумковий контроль</b>	Іспит в кінці курсу
<b>Пререквізити</b>	Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з математичного аналізу, алгебри, дискретних моделей статистики, диференціальних рівнянь, теорії міри, функціонального аналізу, комплексного аналізу, достатніх для сприйняття категоріального апарату теорії ймовірностей.
<b>Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватись під час викладання курсу</b>	Читання лекцій з використання презентацій, застосування програмних методів для розв'язування задач, проектно-орієнтовне навчання.
<b>Необхідне обладнання</b>	проектор, комп'ютер, дошка, крейда
<b>Критерії оцінювання</b>	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Змістовий модуль 1: 8% семестрової оцінки за активну роботу на заняттях, 8% семестрової оцінки за виконання практичних аудиторних і домашніх завдань, 9% семестрової оцінки за колоквиум, максимальна кількість балів 25.</li> <li>• Змістовий модуль 2: 8% семестрової оцінки за активну роботу на заняттях, 8% семестрової оцінки за виконання практичних аудиторних і домашніх завдань, 9% семестрової оцінки за контрольну роботу максимальна кількість балів 25.</li> <li>• іспит: 50% семестрової оцінки, максимальна кількість балів 50.</li> </ul> <p><b>Академічна доброчесність:</b> Очікується, що роботи студентів будуть оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Списування та втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак</p>

академічної недоброчесності в написанні завдань є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.

Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.

**Відвідання занять** є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та практичні/лабораторні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів робіт, передбачених курсом.

**Література.** Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.

**Політика виставлення балів.** Враховуються бали, набрані при поточному контролі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.

**Оцінювання практичних робіт** відбувається шляхом оцінки роботи студента під час проведення практичної роботи в аудиторії та захисту написаної студентом вдома практичної роботи.

Бали оцінювання аудиторного виконання практичних робіт нараховуються за наступним співвідношенням:

- 100% – студент в повному обсязі володіє навчальним матеріалом, має повне розуміння розглянутої теми, надає правильні відповіді на запитання по темі;
- 75% – студент достатньо розуміє розглянутий матеріал та принципи написаного ним коду програми, присутні неточності та незначні помилки у відповідях на запитання по темі;
- 50% – студент не досить добре розуміє розглянутий матеріал та написаний ним код програми, вагається та надає неточні/не конкретні відповіді на запитання по темі, код програми функціонує з помірними недоліками;
- 25% – студент погано розуміє розглянутий матеріал та написаний ним код програми, студент в більшості надає помилкові відповіді на питання по темі;
- 0 - студент зовсім не засвоїв розглянутий матеріалі.

Бали оцінювання домашнього завершення виконання практичних робіт та наданого звіту нараховуються за наступним співвідношенням:

- 100% – звіт цілком і повністю відображає індивідуальне завдання студента, містить правильні висновки, ілюстрований (за потреби) відповідними графіками і таблицями які правильно відображають суть виконаного завдання, студент має повне розуміння розглянутої теми, надає правильні відповіді на запитання по темі;
- 75% – звіт в достатній мірі відображає індивідуальне завдання студента, містить допустимі висновки, ілюстрований (за потреби) відповідними графіками і таблицями які частково відображають суть виконаного завдання, студент достатньо розуміє принципи

	<p>написаного ним коду програми, присутні неточності та незначні помилки у відповідях на запитання по темі;  50% – звіт містить загальні формулювання завдання, висновки нечіткі, необхідні ілюстрації чи таблиці відсутні, студент не досить добре розуміє розглянутий матеріал та представлений код програми, надає неточні/не конкретні відповіді на запитання по темі;  25% – звіт не містить формулювання завдання, висновки необґрунтовані чи неповні, необхідні ілюстрації чи таблиці відсутні, студент погано розуміє розглянутий матеріал та представлений код програми, студент в більшості надає помилкові відповіді на питання по темі;  0 – звіт відсутній/не відповідає темі, студент зовсім не засвоїв розглянутий матеріал.</p> <p>Оцінювання колоквиуму та підсумкового тестування (завдання з тематики кожного змістового модуля) відбувається шляхом оцінки письмових відповідей студента на поставлені запитання.  Відсотки нарахування балів оцінювання відповіді на кожне запитання нараховуються за наступним співвідношенням:  75-100% – тема відтворюється в повному обсязі, правильно, обґрунтовано, логічно;  50-75% – відтворюється значна частина розглянутої теми, проте присутні неточності та/або невідповідності;  25-50% – виявлено множинні неточності та невідповідності, пояснення відсутні чи частково помилкові;  0-25% – тему майже не розкрито, кількість викладеного матеріалу не відповідає загальним нормам обраного виду роботи.  Критерії оцінювання результатів неформальної освіти:  Нарахування балів відбувається за публікацію студентом тез доповідей на конференціях, наукових статей, за участь студента у діяльності наукових гуртків, семінарів, круглих столів, конкурсів, участь у заходах неформальної освіти, за отримання сертифікатів про проходження навчання на різних освітніх платформах (Coursera, Prometheus тощо), курсах провідних ІТ компаній за тематикою навчальної дисципліни. Кількість балів визначається відсотком покриття результатів відповідної активності до вимог результатів навчання з навчальної дисципліни.</p>
<p><b>Питання до екзамену</b></p>	<p>1 . Означення:  А) простору елементарних подій  Б) елементарної події  В) достовірної події  Г) неможливої події  Д) протилежної події  Е) несумісних подій  Є) незалежних подій  Ж) повної групи подій  З) умовних ймовірностей  И) класичне означення ймовірності  І) означення ймовірності в дискретному просторі елементарних подій  Ї) геометричне означення ймовірності  Й) статистичне означення ймовірності  К) випадкової величини  Л) функції розподілу випадкової величини  М) дискретної випадкової величини</p>

- Н) алгебри і сігма-алгебри  
 О) ймовірнісної міри  
 П) ймовірнісного простору  
 Р) аксіоматика теорії ймовірностей  
 С) монотонного класу  
 Т) найімовірнішого числа в схемі Бернуллі  
 У) суми, добутку, різниці, симетричної різниці подій  
 Ф) найменша сігма-алгебра, що містить  $K$ , найменший монотонний клас, що містить  $K$   
 Ч) Борелівської множини на площині та в  $n$ -вимірному просторі  
 Х) попарної незалежності, незалежності в сукупності.  
 Ш) математичного сподівання дискретної випадкової величини  
 Щ) початкового моменту  $vv$ , центрального моменту, дисперсії, середньо-квадратичного відхилення, асиметрії, ексцесу.
2. Поняття  
 А) випадкової події  
 Б) постановка задачі для схеми Бернуллі
3. Формули  
 А) множення ймовірностей  
 Б) Байєса  
 В) повної ймовірності.
4. Теореми:  
 А) Формула повної ймовірності  
 Б) формула Байєса  
 В) вивід формули схеми Бернуллі  
 Г) вивід формули для найімовірнішого числа в схемі Бернуллі.  
 Д) закон Пуассона  
 Е) локальна теорема Муавра-Лапласа  
 Є) інтегральна теорема Муавра-Лапласа  
 Ж) відхилення відносної частоти від теоретичної ймовірності  
 З) про існування мінімальної сігма-алгебри  
 И) про існування мінімального монотонного класу.  
 І) Критерій для того, щоб алгебра була сігма-алгеброю  
 Ї) Теорема про еквівалентності для скінченно-адитивної міри на алгебрі  
 Й) Каратеодорі  
 К) про неперервність ймовірнісної міри для монотонних класів (стор. 41 Г, С, Я)  
 Л) приклад попарно незалежних подій, але не незалежних подій в сукупності
5. Властивості:  
 А) ймовірностей  
 Б) умовних ймовірностей  
 В) незалежних подій  
 Г) функції розподілу  
 Д) дій над подіями
- 2-га частина.
1. Дискретна випадкова величина.
  2. Математичне сподівання диск. вип. величини та його властивості.
  3. Біноміальний розподіл, його числові характеристики (вивід).



4. Геометричний розподіл, його числові характеристики (вивід).
5. Розподіл Пуассона розподіл, його числові характеристики (вивід).
6. Гіпергеометричний розподіл, його числові характеристики (вивід).
7. Від'ємний біноміальний розподіл, його числові характеристики (вивід).
8. Дискретний рівномірний розподіл, його числові характеристики (вивід).
9. Випадкові події породжені випадковими величинами.
10. Абсолютно неперервні випадкові величини та властивості щільності.
11. Сингулярна випадкова величина. Теорема про структуру довільної випадкової величини.
12. Інтеграл Лебега та математичне сподівання довільної випадкової величини.
13. Властивості математичного сподівання (властивості інтеграла Лебега).
14. Інтеграл Лебега-Стільтьєса та математичне сподівання довільної випадкової величини.
15. Числові характеристики випадкових величин. Дисперсія.
16. Властивості дисперсії.
17. Рівномірний розподіл, його числові характеристики (вивід).
18. Показниковий розподіл, його числові характеристики (вивід).
19. Нормальний розподіл, його числові характеристики (вивід).
20. Гамма-розподіл, його числові характеристики (вивід).
21. Розподіл Коші.
22. Розподіл функції випадкової величини.
23. Незалежні випадкові величини.
24. Дискретні випадкові вектори.
25. Абсолютно неперервні випадкові вектори. Розподіл функції випадкового вектора.

#### ОЗНАЧЕННЯ.

1. Характеристична функція.
2. Твірна функція
3. Симетричний розподіл
4. Збіжність за ймовірністю.
5. Збіжність в середньому.
6. Збіжність в середньоквадратичному.
7. Збіжність з ймовірністю 1.
8. Означення слабої збіжності.
9. Збіжність за розподілом.
10. Збіжність в основному.
11. Нескінченно-подільного розподілу.
12. Означення елементарних систем.
13. Закон великих чисел.
14. Посилений закон великих чисел.
15. Центральна гранична теорема.
16. Ланцюг Маркова.
17. Ймовірність переходу на  $n$  кроці.
18. Рівняння Колмогорова-Чепмена.
19. Однорідний ланцюг Маркова.
20. Стаціонарний розподіл.

21. Рекурентний та нерекурентний стани.
22. Досяжний стан.
23. Сполучні стани.

#### ФОРМУЛИ

1. Для щільності суми незалежних абсолютно-неперервних випадкових величин. (Вигляд і виведення)
2. Для щільності різниці незалежних абсолютно-неперервних випадкових величин. (Вигляд і виведення).
3. Для щільності добутку незалежних абсолютно-неперервних випадкових величин (Вигляд і виведення).
4. Для щільності частки незалежних абсолютно-неперервних випадкових величин. (Вигляд і виведення).

#### ВЛАСТИВОСТІ.

1. Властивості характеристичних функцій 1.
2. Властивості характеристичних функцій 2.
3. Властивості характеристичних функцій 3.
4. Властивості твірних функцій 1.
5. Властивості твірних функцій 2.
6. Властивості збіжності за ймовір., в середньому, в середньо квадр. 1
7. Властивості збіжності за ймовір., в середньому, в середньо квадр. 2
8. Властивості збіжності за ймовір., в середньому, в середньо квадр. 3

#### Теореми.

1. Теорема про розподіл суми незалежних вв., які мають нормальний розподіл (використовуючи характеристичну функцію).
2. Теорема про розподіл суми незалежних вв., які мають гамма-розподіл (використовуючи характеристичну функцію).
3. Нерівність Колмогорова.
4. Теореми Чебишова, Хінчина, Бернуллі, Маркова ЗВЧ.
5. Теорема Колмогорова про необхідні та достатні умови ЗВЧ.
6. Теорема про необхідні та достатні умови збіжності з ймов. 1
7. Лема Бореллі-Кантеллі.
8. Теорема (наслідок) про існування підпоследовності збіжної за ймовірністю послідовності, яка збігається з ймовірністю 1.
9. Необхідні і достатні умови збіжності за ймовірністю
10. Теореми Колмогорова ПЗВЧ.
11. Теореми про обернення для характеристичних функцій.
12. Граничні теореми для твірних функцій.(Пряма)
13. Граничні теореми для характеристичних функцій (обернена).
14. Теорема Бохнера-Хінчина, теорема Марцинкевича, теорема Пойа.
15. Центральна гранична теорема. Випадок однаково розподілених незалежних випадкових величин.
16. ЦГТ. Теорема Ляпунова.
17. Теореми Хеллі.
18. Властивості нескінченно-подільних розподілів.
19. Теорема про канонічне подання характеристичної функції нескінченно-подільного розподілу.
20. Гранична теорема для нескінченно-подільних розподілів.

	<ol style="list-style-type: none"><li>21. Граничні теореми для сум.</li><li>22. Умови збіжності до нормального розподілу.</li><li>23. Теорема про ланцюги Маркова.</li><li>24. Теорема про існування граничного розподілу ланцюга Маркова.</li><li>25. Теорема про необхідну та достатню умову рекурентності стану ланцюга Маркова.</li></ol>
<b>Опитування</b>	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано в кінці вивчення курсу.

**Схема курсу “Теорія ймовірностей”  
для студентів спеціальності 112 – Статистика**

Тижні	Лекційний курс		Лабораторні заняття		К-сть год СР	Література
	Назва теми	К-сть год	Назва теми	К-сть год		
1	2	3	4	5	6	7
<b>5 семестр</b>						
1	Основні поняття теорії ймовірностей. Класичне означення ймовірності..	2	Основні поняття теорії ймовірностей. Класичне означення ймовірності..	2	3	[1]-[2], [4]-[15] Сайт курсу
2	Статистичне означення ймовірності, ймовірність в дискретному просторі елементарних подій.	2	Статистичне означення ймовірності, ймовірність в дискретному просторі елементарних подій.	2	4	[1]-[2], [4]-[15] Сайт курсу
3	Геометричні ймовірності	2	Геометричні ймовірності	2	3	[1]-[2], [4]-[15] Сайт курсу
4	Тема 4. Поняття сигма-алгебри, ймовірнісної міри. Аксиоматика теорії ймовірностей.	2	Тема 4. Поняття сигма-алгебри, ймовірнісної міри. Аксиоматика теорії ймовірностей.	2	4	[1]-[2], [4]-[15] Сайт курсу
5	Умовні ймовірності, Формула повної ймовірності, формула Байєса.	2	Умовні ймовірності. Формула повної ймовірності, формула Байєса	2	3	[1]-[2], [4]-[15] Сайт курсу
6	Незалежні події. Формула схеми Бернуллі. Найімовірніше число в схемі Бернуллі.	2	Незалежні події. Формула схеми Бернуллі. Найімовірніше число в семі Бернуллі	2	4	[1]-[2], [4]-[15] Сайт курсу
7	Асимптотичні формули в схемі Бернуллі	2	Асимптотичні формули в схемі бернуллі	2	3	[1]-[2], [4]-[15] Сайт курсу
8	Інтегральна теорема Муавра-Лапласа. Статистичне застосування інтегральної теореми Муавра-Лапласа.	2	Інтегральна теорема Муавра-Лапласа. Статистичне застосування інтегральної теореми Муавра-Лапласа	2	4	[1]-[2], [4]-[15] Сайт курсу
9	Означення випадкової величини. Функція розподілу випадкової величини. Дискретні випадкові величини.	2	Означення випадкової величини. Функція розподілу випадкової величини. Дискретні випадкові величини.	2	3	[1],[3]-[15], Сайт курсу
10	Випадкові події породжені випадковими величинами	2	Випадкові події породжені випадковими величинами	2	3	[1],[3]-[15], Сайт курсу
11	Неперервні випадкові величини	2	Неперервні випадкові величини	2	3	[1],[3]-[15], Сайт курсу
12	Поняття математичного сподівання. Числові характеристики випадкових	2	Поняття математичного сподівання. Числові характеристики випадкових	2	4	[1],[3]-[15], Сайт курсу

	величин.		величин.			
13	Найважливіші дискретні розподіли. Їх числові характеристики	2	Найважливіші дискретні розподіли. Їх числові характеристики	2	3	[1],[3]-[15], Сайт курсу
14	Найважливіші абсолютно неперервні розподіли. Їх математичне сподівання та дисперсія.	2	Найважливіші абсолютно неперервні розподіли. Їх математичне сподівання та дисперсія.	2	4	[1],[3]-[15], Сайт курсу
15	Розподіл функції випадкової величини. Незалежні випадкові величини.	2	Розподіл функції випадкової величини. Незалежні випадкові величини.	2	3	[1],[3]-[15], Сайт курсу
16	Випадкові вектори. Дискретні та абсолютно неперервні випадкові вектори.	2	Випадкові вектори. Дискретні та абсолютно неперервні випадкові вектори	2	4	[1],[3]-[15], Сайт курсу
6 семестр						
17	Розподіл суми, добутку, різниці, частки незалежних випадкових величин	2	Розподіл суми, добутку, різниці, частки незалежних випадкових величин	2	4	[1],[3]-[15], Сайт курсу
18	Характеристичні функції випадкових величин.	2	Характеристичні функції випадкових величин.	2	3	[1],[3]-[15], Сайт курсу
19	Твірні функції (Генератриса).	2	Твірні функції (Генератриса).	2	4	[1],[3]-[15], Сайт курсу
20	Послідовність випадкових величин. Збіжність за ймовірністю.	2	Послідовність випадкових величин. Збіжність за ймовірністю.	2	3	[1],[3]-[15], Сайт курсу
21	Збіжність в середньому, в середньоквадратичному. Їх властивості та зв'язок із збіжністю за ймовірністю	2	Збіжність в середньому, в середньоквадратичному. Їх властивості та зв'язок із збіжністю за ймовірністю	2	4	[1],[3]-[15], Сайт курсу
22	Закон великих чисел	2	Закон великих чисел	2	3	[1],[3]-[15], Сайт курсу
23	Збіжність з ймовірністю 1.	2	Тема 23. Збіжність з ймовірністю 1.	2	4	[1],[3]-[15], Сайт курсу
24	Посилений закон великих чисел.	2	Посилений закон великих чисел.	2	3	[1],[3]-[15], Сайт курсу
25	Слаба збіжність, збіжність за розподілом.	2	Слаба збіжність, збіжність за розподілом.	2	4	[1],[3]-[15], Сайт курсу
26	Теорема обернення для характеристичної функції	2	Теорема обернення для характеристичної функції	2	3	[1],[3]-[15], Сайт курсу
27	Центральна гранична теорема	2	Центральна гранична теорема	2	4	[1],[3]-[15], Сайт курсу
28	Нескінченно-подільні розподіли.	2	Нескінченно-подільні розподіли.	2	3	[4],[8] сайт курсу
29	Ланцюги Маркова	2	Ланцюги Маркова	2	4	[1],[3]-[15], Сайт курсу
30	Теорема про граничні ймовірності	2	Теорема про граничні ймовірності	2	3	[1],[3]-[15], Сайт курсу

31	Рекурентні і нерекурентні стани	2	Рекурентні і нерекурентні стани	2	4	[1],[3]-[15], Сайт курсу
32	Класифікація станів ланцюга Маркова	2	Класифікація станів ланцюга Маркова	2	3	[1],[3]-[15], Сайт курсу
	<b>Разом</b>	<b>64</b>		<b>64</b>	<b>112</b>	
	Викладач: <b>Базилевич І.Б.</b>		Викладач: <b>Базилевич І.Б.</b>			