

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Механіко-математичний факультет
Кафедра алгебри, топології та основ математики



Затверджено

На засіданні
кафедри алгебри, топології
та основ математики
механіко-математичного факультету
Львівського національного університету
імені Івана Франка
(протокол № 1 від 29.08.2023 р.)

Завідувач кафедри: Тарас БАНАХ

Силабус з навчальної дисципліни
“Топологія і диференціальна геометрія”,
що викладається в межах ОПШ “Статистичний аналіз даних”
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів з
спеціальності 112 - Статистика

Львів 2023 р.

Назва дисципліни	Топологія і диференціальна геометрія
Адреса викладання дисципліни	Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка м. Львів, вул. Університетська 1, 79000
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Механіко-математичний факультет Кафедра математичної статистики і диференціальних рівнянь
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	11 - Математика та статистика 112 – Статистика
Викладачі дисципліни	Банакх Т.О., доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри алгебри, топології та основ математики
Контактна інформація викладачів	taras.banakh@lnu.edu.ua , http://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/banakh_t_o ;
Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються	Консультації в день проведення лекцій/практичних занять (за попередньою домовленістю). Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 374. м. Львів, вул. Університетська, 1
Сторінка курсу	https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/topolohiia-i-dyferentsialna-heometriia
Інформація про дисципліну	Дисципліна “Топологія і диференціальна геометрія” є нормативною навчальною дисципліною зі спеціальності 112 – Статистика для освітньої програми “Статистичний аналіз даних”, яка викладається в 5-му семестрі в обсязі 3-ох кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
Коротка анотація дисципліни	Курс розроблено для ознайомлення студентів з основними поняттями та методами топології та диференціальної геометрії, та розуміння її зв'язку з іншими математичними дисциплінами.
Мета та цілі дисципліни	<i>Мета:</i> формування у майбутніх спеціалістів повноцінних теоретичних знань з топології та диференціальної геометрії та практичних навичок з розв'язування задач, що мають топологічну та геометричну природу <i>Цілі:</i> викласти основні теоретичні положення загальної топології та диференціальної геометрії, сформулювати розуміння природи топологічних задач та особливості застосування диференціального та інтегрального числення в геометрії.
Література для вивчення дисципліни	1) Никифорчин О.Р. <i>Вступ до топології</i> , Івано-Франківськ, 2017 2) Бокало Б.М., Гуран І.Й., Зарічний М.М. <i>Збірник задач з курсу диференціальної геометрії і топології</i> , Київ, 1994. 3) Петров Є.В. <i>Лекції з топології</i> , Харків, 2022 4) Banakh T.O. <i>Classical Set Theory: Theory of Sets and Classes</i> , Lviv, 2020 5) Engelking R. <i>General Topology</i> , Heldermann Verlag, 1989. 6) Morris S. <i>Topology without tears</i> , 2023 (https://www.topologywithouttears.net/topbook2023.pdf) 7) І.Й.Гуран, М.М.Зарічний, <i>Елементи диференціальної геометрії</i> , Львів, 1993. 8) G. Bredon, <i>Topology and Geometry</i> , Springer, 1993. 9) J.Robbin, D.Salamon, <i>Introduction to Differential Geometry</i> , 2022.

Обсяг курсу	Загальний обсяг: 90 годин. Аудиторних занять: 64 год., з них 32 год. лекційних та 32 год. практичних занять. Самостійної роботи: 26 год.
Очікувані результати навчання	<p>У результаті вивчення даного курсу студент буде:</p> <p>знати: основні поняття та результати загальної топології та диференціальної геометрії;</p> <p>вміти: розрізняти топологічні простори за їхніми топологічними властивостями, розв'язувати стандартні топологічні задачі, обчислювати кривину та скрут кривих.</p> <p>В результаті засвоєння матеріалу даного курсу студент набуде таких загальних (ЗК) і спеціальних (фахових) (СК) компетентностей:</p> <p>ЗК-1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу. ЗК-2. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях. ЗК-3. Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності. ЗК-8. Здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел. ЗК-10. Здатність працювати в команді. ЗК-11. Здатність до професійного спілкування з представниками інших професійних груп різного рівня (з експертами в інших галузях знань).</p> <p>СК-1. Здатність застосовувати у професійній діяльності знання та навички в галузях математичного аналізу, лінійної алгебри, геометрії, логіки, теорії функцій, диференціальних рівнянь. СК-2. Здатність застосовувати у професійній діяльності знання та навички в галузях теорії ймовірностей, математичної статистики, теорії випадкових процесів. СК-3. Здатність здійснювати логічні математичні міркування із чітким зазначенням припущень та висновків. СК-4. Здатність до математичного формулювання задач та вибору методів їх розв'язання. СК-5. Здатність до кількісно-статистичного мислення. СК-6. Здатність до ймовірнісного мислення, що передбачає сприйняття стохастичної природи явищ. СК-7. Здатність робити якісні висновки з кількісних даних. СК-10. Здатність проводити дослідження ймовірнісно-статистичних моделей та інтерпретувати одержані результати. СК-12. Здатність застосовувати ймовірнісно-статистичні методи в міждисциплінарному контексті. СК-14. Здатність до аналізу основ і властивостей статистичних алгоритмів та розуміння переваг і обмежень тих чи інших підходів, у тому числі до оцінки їх обґрунтованості й ефективності. СК-15. Здатність аналізувати основи і властивості базових економічних та фінансових структур, інтерпретувати показники фінансової діяльності, користуватися методами оптимального керування економічних та природних процесів. СК-16. Здатність застосовувати у професійній діяльності знання та навички з машинного навчання, обробки зображень і природної мови. СК-17. Здатність моделювати та пояснювати дані просторових і часових вибірок за допомогою знань і навичок з регресійного аналізу.</p> <p>і здобуде такі результати навчання (РН): РН-5. Володіти базовими знаннями та вміннями з фундаментальних розділів математики: математичного аналізу, алгебри, аналітичної</p>

	геометрії, диференціальних рівнянь, у тому числі в частинних похідних. PH-15. Володіти математичними та статистичними методами аналізу, прогнозування та оцінки параметрів математичних моделей, статистичними методами інтерпретації та обробки числових даних. PH-17. Знати методи моделювання природничих та/або соціальних процесів.
Ключові слова	Метричний простір, топологічний простір, неперервна функція, гомеоморфізм, замикання, внутрішність, межа, властивості відокремлення, компактність зв'язність, гладка крива, кривина кривої, скрут кривої, гладка поверхня.
Формат курсу	Очний
Теми	Див. Схема курсу
Підсумковий контроль, форма	Іспит у кінці семестру
Пререквізити	Для вивчення даного курсу бажано мати базові знання з курсів: <ul style="list-style-type: none"> - Математичний аналіз. - Дискретна математика. - Основи математичної логіки та теорії множин - Лінійна алгебра і аналітична геометрія
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу	Інформаційні методи (лекція, бесіда, ілюстрація, демонстрація); дедуктивні методи на основі узагальнень; інтерактивні методи (дискусія, мозковий штурм)
Необхідне обладнання	Для проведення лекційних занять: дошка та крейда. Для проведення практичних/лабораторних занять: дошка та крейда, доступ до мережі Internet.
Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)	Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням: <ul style="list-style-type: none"> • 10% семестрової оцінки за активну роботу на заняттях, контроль виконання домашніх завдань на практичних заняттях, максимальна кількість балів 10; • 30% індивідуальне завдання, максимальна кількість балів 30; • 10% відсотків за топологічний диктант в середині семестру, максимальна кількість балів 10; • 50% відсотків за іспит, максимальна кількість балів 50. Підсумкова максимальна кількість балів 100. Академічна доброчесність: Очікується, що (індивідуальні) роботи студентів будуть оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Списування та втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в написанні завдань є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману. Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються. Відвідання занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та практичні/лабораторні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися

термінів визначених для виконання всіх видів робіт, передбачених курсом.
Література. Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.

Політика виставлення балів. Враховуються бали, набрані при поточному контролі, контролі відвідуваності, активність на заняттях, захист індивідуальних робіт, результати топологічних диктантів. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.

Оцінювання індивідуальних робіт та диктанту: індивідуальне завдання (містить 45 задач, по 5 з кожної теми, роздається на початку семестру) оцінюється у результаті захисту студентом проробленої роботи, максимальна кількість балів за індивідуальну роботу 30, топологічний диктант (20-30 запитань на розуміння означень та прикладів), максимальна кількість балів за диктант: 10. Оцінювання активності на заняття та контроль виконаних домашніх завдань проводиться на кожному практичному занятті. Максимальна кількість балів з цей вид діяльності 10. Бали оцінювання індивідуальних робіт та аудиторного виконання практичних робіт нараховуються за наступним співвідношенням:

75%-100% – студент в повному обсязі володіє навчальним матеріалом, має повне розуміння розглянутої теми, може сам згенерувати доведення, зокрема в індивідуальному завданні

50%-75% – студент достатньо розуміє розглянутий матеріал, знає означення та приклади, проте плутається в доведеннях;

25%-50% – студент не досить добре розуміє розглянутий матеріал, пропускає квантори в означеннях, наводить невластиві приклади до тих чи інших топологічних понять;

0%-25% – студент погано розуміє розглянутий матеріал, плутається в означеннях, не може навести прикладів до означень, не розуміє що у нього написано в його ж індивідуальному завданні.

Оцінювання іспиту відбувається шляхом оцінки письмових відповідей студента з теоретичної частини (форма контролю - топологічний диктант, максимальна кількість балів 25) та практичної частини (розв'язування типових топологічних задач (максимальна кількість балів 25).

Відсотки нарахування балів оцінювання відповіді на кожне запитання нараховуються за наступним співвідношенням:

75-100% – відповіді коректні, тема відтворюється в повному обсязі, правильно, обґрунтовано, логічно;

50-75% – відтворюється значна частина розглянутої теми, проте присутні неточності та/або невідповідності;

25-50% – виявлено множинні неточності та невідповідності, пояснення відсутні чи частково помилкові;

0-25% – тему майже не розкрито, кількість викладеного матеріалу не відповідає загальним нормам обраного виду роботи.

	<p>Критерії оцінювання результатів неформальної освіти: Нарахування балів відбувається за публікацію студентом тез доповідей на конференціях, наукових статей, за участь студента у діяльності наукових гуртків, семінарів, круглих столів, конкурсів, участь у заходах неформальної освіти, за отримання сертифікатів про проходження навчання на різних освітніх платформах (Coursera, Prometheus, Puzuna Reading, тощо). Кількість балів визначається відсотком покриття результатів відповідної активності до вимог результатів навчання з навчальної дисципліни</p>
Питання до іспиту.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Множини, класи, аксіоми теорії множин та класів. 2. Зліченні та незліченні множини. 3. Метричні простори. Кулі і сфери. 4. Відкриті і замкнені множини. Топологія метричного простору. 5. База і передбаза топологічного простору. 6. Операції над множинами в топологічних просторах: внутрішність, замикання, межа. 7. Неперервні відображення. Гомеоморфізми. 8. Індуктивні і проєктивні топології. 9. Операції над топологічними просторами (підпростір, топологічна сума, добуток, фактор-простір). Приклади. 10. Аксіоми відокремлюваності. 11. Лема Урисона. 12. Теорема Тітце-Урисона про продовження неперервних відображень. 13. Аксіоми зліченності. 14. Метризаційна теорема Урисона та універсальність гільбертового куба. 15. Компактність. Паракомпактність. 16. Зв'язність. 17. Топологічні многовиди. 18. Гладкі многовиди 19. Дотичний простір до многовиду 20. Ріманові многовиди.
Опитування	<p>Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.</p>

**Схема курсу “Топологія і диференціальна геометрія”
для студентів спеціальності 112 - Статистика**

Тижні	Лекційний курс		Практичні заняття		К-сть год СР	Літе- ратура
	Назва теми	К-сть год	Назва теми	К-сть год		
1	2	3	4	5	6	7
1	Елементи теорії множин та класів.	2	Елементи теорії множин та класів. Зліченні множини.	2	1	[4] Сайт курсу
2	Метрики та метричні простори	2	Приклади метрик та метричних просторів	2	1	[1], [2], [3] Сайт курсу
3	Топології та топологічні простори. База та передбаза.	2	Приклади топологій. Задання топологій за допомогою баз	2	1	[1], [2], [3] Сайт курсу
4	Операції над множинами у топологічних просторах: замикання, внутрішність, межа.	2	Внутрішність, замикання та межа рідмножин у топологічних просторах	2	1	[1], [2], [3] [5],[6] Сайт курсу
5	Неперервні відображення та гомеоморфізми.	2	Неперервні відображення та гомеоморфізми	2	1	[1], [2], [3] [5],[6] Сайт курсу
6	Операції над топологічними просторами: підпростір, сума, добуток, фактор-простір	2	Операції над топологічними просторами. Приклади.	2	1	[1], [2], [3] [5],[6] Сайт курсу
7	Аксиоми відокремлення у топологічних просторах	2	Аксиоми відокремлення у топологічних просторах	2	2	[1], [2], [3] Сайт курсу
8	Лема Урисона. Теорема Тітце-Урисона про продовження функцій	2	Нормальні простори та лема Урисона	2	2	[1], [2], [3] [5],[6] Сайт курсу
9	Умови зліченності у топологічних просторах	2	Умови зліченності у топологічних просторах	2	2	[1], [2], [3] Сайт курсу
10	Метризаційна теорема Урисона та універсальність гільбертового куба	2	Топологічний диктант.	2	2	[5],[6] Сайт курсу
11	Компактність та паракомпактність	2	Компактні та паракомпактні простори. Приклади	2	2	[5],[6] Сайт курсу
12	Зв'язність та лінійна зв'язність	2	Зв'язність та лінійна зв'язність. Приклади.	2	2	[5],[6] Сайт курсу
13	Топологічні многовиди	2	Топологічні многовиди. Атласи	2	2	[5],[6] Сайт курсу
14	Гладкі многовиди.	2	Гладкі многовиди. Гладкі атласи.	2	2	[1], [5],[6] Сайт курсу
15	Дотичний простір гладкого многовиду	2	Дотичний простір гладкого многовиду.	2	2	[1],[5],[6] Сайт курсу
16	Ріманові метрики та ріманові многовиди	2	Ріманові метрики та Ріманові многовиди	2	2	[1], [2], [3] Сайт курсу
	Разом	32		32	26	
	Викладач: Банах Т.О.		Викладач: Банах Т.О.			