

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Механіко-математичний факультет
Кафедра теорії функцій і функціонального аналізу



Затверджено

На засіданні кафедри теорії функцій
І функціонального аналізу
механіко-математичного факультету
Львівського національного університету
імені Івана Франка
(протокол № 1 від 28 серпня 2023 р.)

Завідувач кафедри проф. Скасків О.Б.

Силабус з навчальної дисципліни
“Теорія міри та інтеграла”,
що викладається в межах ОПП “Статистичний аналіз даних”
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів з
спеціальності 112 - Статистика

Львів 2023 р.

Назва дисципліни	Теорія міри та інтеграла
Адреса викладання дисципліни	вул. Університетська, 1, 79-000, м. Львів, Механіко-математичний факультет ЛНУ ім. Івана Франка
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Механіко-математичний факультет Кафедра теорії функцій і функціонального аналізу
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	11 – Математика та статистика, 112 – Статистика
Викладачі дисципліни	Микитюк Ярослав Володимирович, доцент кафедри теорії функцій і функціонального аналізу; Сущик Наталія Степанівна, доцент кафедри теорії функцій і функціонального аналізу
Контактна інформація викладачів	yaroslav.mykytyuk@lnu.edu.ua , nataliya.sushchuk@lnu.edu.ua ; Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 373. м. Львів, вул. Університетська, 1
Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються	Консультації в день проведення лекцій/практичних занять (за попередньою домовленістю).
Сторінка курсу	https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/teoriia-miry-ta-intehrala-lebeha-112-statystyka
Інформація про дисципліну	Дисципліна “Теорія міри та інтеграла” є нормативною дисципліною з спеціальності 112 – статистика для освітньої програми “Статистичний аналіз даних”, яка викладається в 5-му семестрі в обсязі 3-ох кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
Коротка анотація дисципліни	Курс розроблено так, щоб надати учасникам знання про конструкцію міри Лебега та поняття вимірної функції як необхідних інструментів побудови інтегралів Лебега та Лебега-Стілтєса. Багато понять курсу є базовими поняттями теорії ймовірностей та статистики. Основну частину курсу займає розгляд практичних і теоретичних задач, які повинні розширити знання про міру множини та операцію інтегрування.
Мета та цілі дисципліни	Метою вивчення дисципліни є освоєння студентами теоретичних і практичних основ теорії міри та інтеграла Лебега для їх застосування в теоріях ймовірностей та статистики.
Література для вивчення дисципліни	1. Березанський Ю. М., Ус Г. Ф., Шефтель В. Г. Функціональний аналіз. – Львів, Видавець І. Є. Чижиков, 2014. – 560 с. 2. Федак І.В. Елементи теорії міри та інтеграла Лебега: Навчальний посібник. – Івано-Франківськ: Сімик, 2010. – 168с. 3. Микитюк Я. Теорія міри та інтеграла. Конспект лекцій та практичних занять, 2023 https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/teoriia-miry-ta-intehrala-lebeha-112-statystyka (Методичні матеріали) 4. Сторож О.Г. Задачі з теорії міри та функціонального аналізу: збірник задач. Львів: І. Чижиков, 2011. 151 с.

Обсяг курсу	Загальний обсяг: 90 годин. Аудиторних занять: 32 год., з них 16 год. лекцій та 16 год. практичних робіт. Самостійної роботи: 58 год.
Очікувані результати навчання	<p>В результаті вивчення даного курсу студент повинен</p> <p>Знати: поняття абстрактної міри та простору з мірою, побудову міри Лебега, поняття вимірної функції, побудову інтеграла Лебега, властивості інтеграла Лебега, основи теорії диференціювання, інтеграл Лебега-Стільтьєса.</p> <p>Вміти: знаходити міру Лебега множин, обчислювати інтеграли Лебега, здійснювати граничний перехід під знаком інтеграла, обчислювати інтеграли Лебега-Стільтьєса.</p> <p>В результаті засвоєння матеріалу даного курсу студент набуде таких загальних (ЗК) і спеціальних (фахових) (СК) компетентностей:</p> <p>ЗК-1 Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;</p> <p>ЗК-2 Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях;</p> <p>ЗК-3 Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності;</p> <p>СК-2 Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі;</p> <p>СК-3 Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу,</p> <p>СК-4. Здатність до математичного формулювання задач та вибору методів їх розв'язання.</p> <p>СК-5. Здатність до кількісно-статистичного мислення.</p> <p>СК-6. Здатність до ймовірнісного мислення, що передбачає сприйняття стохастичної природи явищ.</p> <p>СК-7. Здатність робити якісні висновки з кількісних даних.</p> <p>СК-9. Здатність розробляти експериментальні та спостережувальні дослідження та аналізувати дані цих досліджень.</p> <p>СК-10. Здатність проводити дослідження ймовірнісно-статистичних моделей та інтерпретувати одержані результати.</p> <p>СК-12. Здатність застосовувати ймовірнісно-статистичні методи в міждисциплінарному контексті.</p> <p>СК-13. Здатність подавати статистичні процедури та результати їхнього застосування у формі, придатній для цільової аудиторії, до якої звертаються, як усно, так і письмово.</p> <p>СК-14. Здатність до аналізу основ і властивостей статистичних алгоритмів та розуміння переваг і обмежень тих чи інших підходів, у тому числі до оцінки їх обґрунтованості й ефективності.</p> <p>СК-15. Здатність аналізувати основи і властивості базових економічних та фінансових структур, інтерпретувати показники фінансової діяльності, користуватися методами оптимального керування економічних та природних процесів.</p> <p>СК-17. Здатність моделювати та пояснювати дані просторових і часових вибірок за допомогою знань і навичок з регресійного аналізу.</p> <p>і здобуде такі результати навчання (РН):</p> <p>РН-6 Знати методи математичного моделювання природничих та/або соціальних процесів;</p> <p>РН-8. Вміти працювати з різними типами збіжності випадкових величин та розподілів, користуватися граничними законами теорії ймовірностей.</p> <p>РН-19 Знати теоретичні основи і застосовувати методи математичної</p>

	фізики для моделювання реальних фізичних, біологічних, екологічних, соціально- економічних та інших процесів і явищ.
Ключові слова	Вимірні множини, міра Лебега, вимірні функції, збіжність майже скрізь, інтеграл Лебега, абсолютно неперервні функції, інтеграл Лебега-Стілтєса
Формат курсу	Очний
Теми	Див. Схему курсу
Підсумковий контроль, форма	Екзамен у кінці семестру
Пререквізити	Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з математичного аналізу достатніх для сприйняття поняття інтеграла Лебега.
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу	Презентації, лекції Контрольні завдання. Самостійне конкурсне розв'язування навчальних вправ.
Необхідне обладнання	Комп'ютер з можливістю підключення до інтернету
Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються наступним чином:</p> <ul style="list-style-type: none"> • В семестрі студент повинен написати три контрольні роботи. У кожній роботі є від шести до восьми стандартних учбових завдань і сумарно за ці контрольні студент може отримати 40 балів. • На кожній лекції пропонуються завдання, які сумарно оцінюються в 10 балів. • Проведення екзамену. Екзамен складається з письмової роботи і її захисту в усній формі. • письмова екзаменаційна робота оцінюється в 30 балів і складається з 5-7 різнопланових теоретичних і практичних завдань. • Захист результатів письмової роботи відбувається у формі співбесіди. Студент повинен обґрунтувати свої висновки, відповісти на питання, що виникають в процесі захисту (20 балів). • Підсумкова максимальна кількість балів 100. <p>Письмові роботи: Заплановано три письмові роботи під час семестру і одну письмову роботу під час екзамену.</p> <p>Академічна доброчесність: Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p>Відвідання занять є важливою складовою навчання. Очікується, що студенти відвідають усі лекції та практичні заняття курсу. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів письмових робіт та тестових завдань, передбачених курсом.</p> <p>Література. Уся література, яку студенти не зможуть знайти</p>

самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.

Політика виставлення балів. Враховуються бали набрані при виконанні контрольних робіт та бали за конкурсне роз'язування вправ. Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.

Оцінювання письмових робіт.

Відсотки нарахування балів оцінювання нараховуються за наступним співвідношенням:

75-100% – тема відтворюється в повному обсязі, правильно, обґрунтовано, логічно;

50-75% – відтворюється значна частина розглянутої теми, проте присутні неточності та/або невідповідності;

25-50% – виявлено множинні неточності та невідповідності, пояснення відсутні чи частково помилкові;

0-25% – тему майже не розкрито, кількість викладеного матеріалу не відповідає загальним нормам обраного виду роботи.

Оцінювання екзамену відбувається шляхом оцінки письмових відповідей студента на поставлені запитання.

Відсотки нарахування балів оцінювання відповіді на кожне запитання нараховуються за наступним співвідношенням:

75-100% – тема відтворюється в повному обсязі, правильно, обґрунтовано, логічно;

50-75% – відтворюється значна частина розглянутої теми, проте присутні неточності та/або невідповідності;

25-50% – виявлено множинні неточності та невідповідності, пояснення відсутні чи частково помилкові;

0-25% – тему майже не розкрито, кількість викладеного матеріалу не відповідає загальним нормам обраного виду роботи.

Критерії оцінювання результатів неформальної освіти:

Нарахування балів відбувається за публікацію студентом тез доповідей на конференціях, наукових статей, за участь студента у діяльності наукових гуртків, семінарів, круглих столів, конкурсів, участь у заходах неформальної освіти, за отримання сертифікатів про проходження навчання на різних освітніх платформах за тематикою навчальної дисципліни. Кількість балів визначається відсотком покриття результатів відповідної активності до вимог результатів навчання з навчальної дисципліни

Питання до екзамену.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Системи множин. 2. Загальне поняття міри та її властивості. 3. Верхня міра та її властивості. 4. Алгебра вимірних множин. 5. Лебегове продовження міри. 6. Поняття вимірної функції та її властивості. 7. Еквівалентні функції, збіжність майже скрізь. 8. Теорема Єгорова та Лебега про збіжності. 9. Інтеграл Лебега простої функції та його властивості; 10. Загальне означення інтеграл Лебега та його властивості. 11. Нерівність Чебишева. 12. Абсолютна неперервність інтеграла Лебега. 13. Зліченна адитивність інтеграла Лебега. 14. Теорема Лебега про мажоровану збіжність. 15. Теорему Леві про монотонну збіжність. 16. Теорема Фату. 17. Зв'язок інтеграла Лебега та інтеграла Рімана; 18. Монотонні функції та їх властивості. 19. Теорема Лебега про похідну монотонної функції. 20. Функції обмеженої варіації та їх властивості. 21. Абсолютно неперервні функції. 22. Теорема про похідну інтеграла зі змінною межею. 23. Теорема про рівність Ньютона-Лейбніца. 24. Дійснозначні міри. Розклад Гана. 25. Дійснозначні міри. Розклад Жордана. 26. Розклад міри на атомарну і неперервну частини. 27. Абсолютно неперервна та сингулярна частини міри. 28. Теорема про похідну Радона-Нікодима; 29. Інтеграл Лебега-Стілтєса та його властивості. 30. Інтеграл Рімана-Стілтєса та його властивості. 31. Перша теорема Хеллі. 32. Друга теорема Хеллі.
Опитування	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.

Схема курсу

Тиж-день	Лекції		Практичні заняття		СР К-ть год Л-ра
	Назва теми	К-сть год	Назва теми	К-сть год	
1			Тема 1. Теоретико-множинні співвідношення. Системи множин.	2	3 [1-4]
2	Тема 1. Системи множин. Загальне поняття міри та її	2			2

	властивості. Верхня міра та її властивості.				[1-4]
3			Тема 2. Елементарні властивості міри Лебега. Знаходження міри Лебега множини.	2	3 [1-4]
4	Тема 2. Алгебра вимірних множин. Лебегове продовження міри. Поняття вимірної функції та її властивості.	2			2 [1-4]
5			Тема 3. Знаходження інтеграла Лебега.	2	3 [1-4]
6	Тема 3. Збіжність майже скрізь і за мірою. Теорема Єгорова та Лебега. Інтеграл Лебега простої функції та його властивості.	2			2 [1-4]
7			Тема 4. Граничний перехід під інтегралом Лебега.	2	3 [1-4]
8	Тема 4. Загальне означення інтеграла Лебега та його властивості. Нерівність Чебишева. Абсолютна неперервність та зліченна адитивність інтеграла Лебега.	2			2 [1-4]
9			Тема 5. Функції обмеженої варіації. Знаходження варіації функції.	2	3 [1-4]
10	Тема 5. Теорема про граничний перехід під інтегралом Лебега. Функції обмеженої варіації та їх властивості.	2			2 [1-4]

11			Тема 6. Абсолютно неперервні функції. Абстрактні міри.	2	3 [1-4]
12	Тема 6. Теорема Лебега про похідну монотонної функції. Абсолютно неперервні функції. Теорема про похідну інтеграла зі змінною межею.	2			2 [1-4]
13			Тема 7. Знаходження інтеграла Стільтьєса.	2	3 [1-4]
14	Тема 7. Теорема про рівність Ньютона-Лейбніца. Дійснозначні міри. Похідна Радона-Нікодима.	2			3 [1-4]
15			Тема 8. Контрольна робота.	2	3 [1-4]
16	Тема 8. Інтеграл Лебега-Стільтьєса та Рімана-Стільтьєса. Теорема Хеллі.	2			3 [1-4]
	Разом	16		16	42
	Викладач: доцент Микитюк Я.В.		Викладач: доцент Сущик Н.С.		