

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Механіко-математичний факультет
Кафедра алгебри, топології та основ математики



Затверджено

На засіданні кафедри алгебри,
топології та основ математики
механіко-математичного
факультету
Львівського національного
університету імені Івана Франка
(протокол № 1 від 29.08. 2023 р.)

Завідувач кафедри алгебри,
топології та основ математики

Тарас БАНАХ

Силабус з навчальної дисципліни
«ТЕОРІЯ ЧИСЕЛ»,
що викладається в межах ОПП “ Статистичний аналіз даних ”
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів з
спеціальності 112 - Статистика

Назва дисципліни	Теорія чисел
Адреса викладання дисципліни	Львівський національний університет імені Івана Франка, механіко-математичний факультет, м. Львів, вул. Університетська, 1, 79000
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Механіко-математичний факультет Кафедра алгебри, топології та основ математики
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	11 – Математика та статистика 112 – Статистика
Викладачі дисципліни	Мельник Іванна Орестівна, кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри алгебри, топології та основ математики
Контактна інформація викладачів	e-mail: ivanna.melnyk@lnu.edu.ua https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/melnyk-i-o м. Львів, вул. Університетська, 1, ауд. 375.
Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються	Консультації в день проведення лекцій або практичних занять (за попередньою домовленістю). Можливі консультації онлайн через Telegram, а також в Zoom (за попередньою домовленістю). Для погодження часу консультацій слід писати на електронну пошту викладача.
Сторінка дисципліни	https://e-learning.lnu.edu.ua/course/view.php?id=4812
Інформація про дисципліну	Дисципліна «Теорія чисел» є нормативною дисципліною циклу професійної та практичної підготовки зі спеціальності 112 – Статистика для освітньої програми «Статистичний аналіз даних» першого (бакалаврського) рівня вищої освіти, яка викладається в третьому семестрі в обсязі 3 кредити (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
Коротка анотація дисципліни	Навчальну дисципліну розроблено таким чином, щоб надати здобувачам першого (бакалаврського) рівня необхідні знання для отримання загальних і фахових компетенцій з теорії чисел, які дозволять засвоювати пов'язані з нею дисципліни та використовувати набуті знання в професійній діяльності. Ця діяльність може, зокрема, бути пов'язаною з побудовою і дослідженням математичних моделей захисту інформації, основами криптографії.
Мета та цілі дисципліни	Мета: ознайомити студентів з основними поняттями та теоретичними положеннями теорії чисел, напрямками наукових досліджень, вказати сфери застосування теорії чисел в різних задачах математики, програмування, комп'ютерних наук, криптографії тощо. Цілі: викласти базові поняття та основні положення теорії чисел, ознайомити з методами розв'язування задач з теорії чисел, які можуть бути використані в побудові математичних моделей різних природних процесів.
Література для вивчення дисципліни	1. Андрійчук В. І., Забавський Б. В. Алгебра і теорія чисел. – Львів: ЛНУ ім. І. Франка, 2009. – 266 с. 2. Романів О. М. Електронний текст лекцій з курсу «Теорія чисел» 2023// http://mmf.lnu.edu.ua/algstu/302 3. Романів О. М. Електронний текст матеріалів для практичних занять по курсу «Теорія чисел», 2023// http://mmf.lnu.edu.ua/algstu/302

	<ol style="list-style-type: none"> 4. <i>Завало С. Т., Костарчук В. Н., Хацет Б. І.</i> Алгебра і теорія чисел. Ч.2. – К.: Вища школа, 1976. – 384 с. 5. Алгебра і теорія чисел. Практикум. Ч. 2 / С. Т. Завало, С. С. Левіщенко, В. В. Пилаєв, І. О. Рокицький. – К.: Вища школа, 1986. – 264 с. 6. Навчально-методичний посібник з алгебри і теорії чисел / Уклад. О. Л. Горбачук, М. Я. Комарницький, Ю. П. Матурін. – Львів: Видавничий центр ЛНУ ім. І.Франка, 2006. – 106 с. 7. <i>Flath D. E.</i> Introduction to Number Theory // American Mathematical Society, 2018. 8. Онлайн-курс “Number Theory and Cryptography» на Coursera”, 2023: https://www.coursera.org/learn/number-theory-cryptography
Тривалість курсу	Один семестр
Обсяг дисципліни	<p>Загальний обсяг: 90 годин.</p> <p>Всього аудиторних занять: 32 години. З них 16 годин лекцій, 16 годин практичних занять.</p> <p>Самостійна робота: 58 годин. Кредитів: 3.</p>
Очікувані результати навчання	<p>Після завершення курсу «Теорія чисел» студент буде:</p> <p>знати: основні поняття теорії чисел, зокрема: просте число, основна теорема арифметики, теореми Ферма, Ейлера, Вільсона, ланцюговий дріб, конгруенція в кільці цілих чисел, квадратичний лишок та нелишок, символ Лежандра, квадратичний закон взаємності;</p> <p>вміти: перетворювати конгруенції у еквівалентні, розкладати дійсне число в ланцюговий дріб, застосувати алгоритм Евкліда для знаходження НСД цілих чисел, знаходити кількість і суму всіх дільників числа, значення функції Ейлера, застосовувати ланцюгові дроби до знаходження раціонального наближення дійсних чисел, розв’язувати лінійні конгруенції з одним невідомим та їх системи, розв’язувати лінійні діофантові рівняння з використанням конгруенцій та ланцюгових дробів, перевіряти, чи буде задане число квадратичним лишком за модулем n, знаходити значення символу Лежандра.</p> <p>В результаті засвоєння матеріалу даного курсу студент набуде таких загальних (ЗК) і спеціальних (фахових) (СК) компетентностей:</p> <p>ЗК-1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.</p> <p>ЗК-2. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.</p> <p>ЗК-3. Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності.</p> <p>ЗК-6. Навички використання інформаційних і комунікаційних технологій.</p> <p>ЗК-8. Здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел.</p> <p>ЗК-10. Здатність працювати в команді.</p> <p>ЗК-11. Здатність до професійного спілкування з представниками інших професійних груп різного рівня (з експертами в інших галузях знань).</p> <p>СК-1. Здатність застосовувати у професійній діяльності знання та навички в галузях математичного аналізу, лінійної алгебри, геометрії, логіки, теорії функцій, диференціальних рівнянь.</p> <p>СК-2. Здатність застосовувати у професійній діяльності знання та навички в галузях теорії ймовірностей, математичної статистики, теорії випадкових процесів.</p> <p>СК-3. Здатність здійснювати логічні математичні міркування із чітким зазначенням припущень та висновків.</p> <p>СК-4. Здатність до математичного формулювання задач та вибору методів їх розв’язання.</p>

	<p>СК-5. Здатність до кількісно-статистичного мислення.</p> <p>СК-6. Здатність до ймовірнісного мислення, що передбачає сприйняття стохастичної природи явищ.</p> <p>СК-7. Здатність робити якісні висновки з кількісних даних.</p> <p>СК-8. Уміння працювати з інформаційними базами даних.</p> <p>СК-9. Здатність розробляти експериментальні та спостережувальні дослідження та аналізувати дані цих досліджень.</p> <p>СК-10. Здатність проводити дослідження ймовірнісно-статистичних моделей та інтерпретувати одержані результати.</p> <p>СК-11. Здатність використання обчислювальної техніки, спеціалізованих мов програмування та програмних засобів для розв'язання задач і здобуття додаткової інформації.</p> <p>СК-12. Здатність застосовувати ймовірнісно-статистичні методи в міждисциплінарному контексті.</p> <p>СК-13. Здатність подавати статистичні процедури та результати їхнього застосування у формі, придатній для цільової аудиторії, до якої звертаються, як усно, так і письмово.</p> <p>СК-14. Здатність до аналізу основ і властивостей статистичних алгоритмів та розуміння переваг і обмежень тих чи інших підходів, у тому числі до оцінки їх обґрунтованості й ефективності.</p> <p>СК-15. Здатність аналізувати основи і властивості базових економічних та фінансових структур, інтерпретувати показники фінансової діяльності, користуватися методами оптимального керування економічних та природних процесів.</p> <p>СК-16. Здатність застосовувати у професійній діяльності знання та навички з машинного навчання, обробки зображень і природної мови.</p> <p>СК-17. Здатність моделювати та пояснювати дані просторових і часових вибірок за допомогою знань і навичок з регресійного аналізу.</p> <p>і здобуде такі результати навчання (РН):</p> <p>РН-5. Володіти базовими знаннями та вміннями з фундаментальних розділів математики: математичного аналізу, алгебри, аналітичної геометрії, диференціальних рівнянь, у тому числі в частинних похідних.</p> <p>РН-11. Вміти аналізувати та прогнозувати лінійні статистичні моделі та моделі регресії, оцінювати їхні параметри.</p> <p>РН-12. Вміти збирати та обробляти дані, застосовувати статистичні процедури для аналізу даних за допомогою обчислювальної техніки та програмних засобів.</p> <p>РН-17. Знати методи моделювання природничих та/або соціальних процесів.</p>
Ключові слова	Просте число, основна теорема арифметики, теорема Ферма, теорема Ейлера, ланцюговий дріб, конгруенція в кільці цілих чисел, квадратичний лишок, символ Лежандра, символ Якобі, квадратичний закон взаємності.
Формат дисципліни	Очний
Теми	Див. Схема курсу
Підсумковий контроль, форма	Іспит у кінці семестру в письмовій формі.
Пререквізити	Для вивчення дисципліни студенти потребують базових знань із курсів «Лінійна алгебра», «Дискретна математика».
Навчальні методи та техніки, які	Інформаційні методи (лекція, бесіда, ілюстрація, демонстрація); дедуктивні методи на основі узагальнень;

будуть використовуватися під час викладання дисципліни	евристичні методи (проблемна лекція); інтерактивні методи (дискусія)																										
Необхідне обладнання	Для вивчення навчальної дисципліни «Теорія чисел» потрібно: дошка, крейда, навчальні посібники, мультимедійний проектор, комп'ютер, доступ до мережі Internet, доступ до платформ Microsoft Teams, Zoom, Telegram, електронна пошта.																										
Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за таким співвідношенням:</p> <ul style="list-style-type: none"> • 10% семестрової оцінки за активну роботу на заняттях; • 20% семестрової оцінки за виконання практичних аудиторних і домашніх завдань (20 балів); • 20% семестрової оцінки за колоквиум (20 балів); максимальна кількість балів 50. • Іспит: 50% семестрової оцінки. Максимальна кількість балів 50. <p>Підсумкова максимальна кількість балів 100.</p> <p>Іспит проходить у письмовій формі. У кожному екзаменаційному білеті міститься по п'ять питань: два теоретичних питання з різних змістовних модулів курсу, а також три задачі. Оцінка за семестр є сумою балів поточного контролю та балів, отриманих під час іспиту. Підсумкова максимальна кількість балів – 100.</p> <p>Порядок вивчення та оцінювання дисципліни доводиться до відома студентів протягом семестру. Успішність навчання студентів оцінюється за шкалою.</p> <p style="text-align: center;">Шкала оцінювання: Університету , національна та ECTS</p> <table border="1" data-bbox="491 1115 1497 1839"> <thead> <tr> <th rowspan="2" style="text-align: center;"><i>Оцінка в балах</i></th> <th rowspan="2" style="text-align: center;"><i>Оцінка ECTS</i></th> <th colspan="2" style="text-align: center;"><i>За національною шкалою</i></th> </tr> <tr> <th style="text-align: center;"><i>Екзаменаційна оцінка, оцінка з диференційованого заліку</i></th> <th style="text-align: center;"><i>Залік</i></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">90 – 100</td> <td style="text-align: center;">A</td> <td style="text-align: center;">Відмінно</td> <td rowspan="5" style="text-align: center;">Зараховано</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">81-89</td> <td style="text-align: center;">B</td> <td rowspan="2" style="text-align: center;">Добре</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">71-80</td> <td style="text-align: center;">C</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">61-70</td> <td style="text-align: center;">D</td> <td rowspan="2" style="text-align: center;">Задовільно</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">51-60</td> <td style="text-align: center;">E</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">0-50</td> <td style="text-align: center;">F/FX</td> <td style="text-align: center;">Незадовільно з можливістю повторного складання</td> <td style="text-align: center;">Не зараховано можливістю повторного складання</td> </tr> </tbody> </table> <p>Бали в діапазоні 90–100 означають, що студент виявив всебічні, систематизовані, глибокі знання програмного матеріалу, уміння вільно виконувати завдання передбачені програмою. Знання основної і ознайомлення з додатковою літературою, передбачених програмою на рівні творчого використання.</p> <p>Бали в діапазоні 71–89 означають, що студент виявив загалом добрі знання навчального матеріалу, але допустив ряд помітних</p>			<i>Оцінка в балах</i>	<i>Оцінка ECTS</i>	<i>За національною шкалою</i>		<i>Екзаменаційна оцінка, оцінка з диференційованого заліку</i>	<i>Залік</i>	90 – 100	A	Відмінно	Зараховано	81-89	B	Добре	71-80	C	61-70	D	Задовільно	51-60	E	0-50	F/FX	Незадовільно з можливістю повторного складання	Не зараховано можливістю повторного складання
<i>Оцінка в балах</i>	<i>Оцінка ECTS</i>	<i>За національною шкалою</i>																									
		<i>Екзаменаційна оцінка, оцінка з диференційованого заліку</i>	<i>Залік</i>																								
90 – 100	A	Відмінно	Зараховано																								
81-89	B	Добре																									
71-80	C																										
61-70	D	Задовільно																									
51-60	E																										
0-50	F/FX	Незадовільно з можливістю повторного складання	Не зараховано можливістю повторного складання																								

	<p>помилки, показав систематичний характер знань з дисципліни, здатний їх використовувати та поповнювати в процесі подальшого навчання.</p> <p>Бали в діапазоні 61–70 означають, що студент виявив знання основного навчального матеріалу, справився з виконанням завдань, передбачених програмою, ознайомився з основою літературою, рекомендованою програмою, допустив значну кількість помилок у відповідях на запитання, тестуванні, при виконанні завдань.</p> <p>Бали в діапазоні 51–60 свідчать про значні недоліки в знаннях основного навчального матеріалу, про принципові помилки при виконанні передбачених програмою завдань.</p> <p>Бали в діапазоні 1–50 означають, що студент не мав знань зі значної частини навчального матеріалу, допускав принципові помилки при виконанні більшості передбачених програмою завдань, неспроможний самостійно засвоїти програмний матеріал і потребує повторного вивчення дисципліни.</p>
<p>Політика курсу</p>	<p>Академічна доброчесність: Очікується, що роботи студентів будуть оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Списування та втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в написанні завдань є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p>Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p> <p>Відвідування занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та практичні/лабораторні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів робіт, передбачених курсом.</p> <p>Література. Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p>Політика виставлення балів. Враховуються бали, набрані при поточному контролі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p> <p>Оцінювання колоквиуму та підсумкового тестування (завдання з тематики кожного змістового модуля) відбувається шляхом оцінки письмових відповідей студента на поставлені запитання.</p> <p>Відсотки нарахування балів оцінювання відповіді на кожне запитання нараховуються за наступним співвідношенням:</p> <p>75-100% – тема відтворюється в повному обсязі, правильно, обґрунтовано, логічно;</p> <p>50-75% – відтворюється значна частина розглянутої теми, проте присутні неточності та/або невідповідності;</p> <p>25-50% – виявлено множинні неточності та невідповідності, пояснення відсутні чи частково помилкові;</p>

	<p>0-25% – тему майже не розкрито, кількість викладеного матеріалу не відповідає загальним нормам обраного виду роботи.</p> <p>Критерії оцінювання результатів неформальної освіти: Нарахування балів відбувається за публікацію студентом тез доповідей на конференціях, наукових статей, за участь студента у діяльності наукових гуртків, семінарів, круглих столів, конкурсів, участь у заходах неформальної освіти, за отримання сертифікатів про проходження навчання на різних освітніх платформах (Coursera, Prometheus тощо), курсах провідних ІТ компаній за тематикою навчальної дисципліни. Кількість балів визначається відсотком покриття результатів відповідної активності до вимог результатів навчання з навчальної дисципліни</p>
Опитування	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано після завершення курсу.
Питання до екзамену	<ol style="list-style-type: none"> 1. Відношення подільності, його найпростіші властивості. Теорема про ділення з остачею. 2. Прості і складені числа. Теорема Евкліда. 3. Канонічний розклад натурального числа (основна теорема арифметики). 4. Найбільший спільний дільник та найменше спільне кратне цілих чисел. Алгоритм Евкліда. 5. Властивості НСД. Лінійне зображення НСД. 6. Взаємно прості числа. 7. Числові функції. Ціла і дробова частини дійсного числа. 8. Кількість та сума натуральних дільників. 9. Функція Ейлера. 10. Ланцюгові дроби. Зображення раціональних чисел ланцюговими дробами. 11. Підхідні дроби. Рекурентні формули для обчислення чисельника і знаменника підхідного дроби. 12. Властивості підхідних дробів. 13. Застосування ланцюгових дробів до розв'язування невизначених (діофантових) рівнянь. 14. Нескінченні ланцюгові дроби. 15. Конгруенції в кільці цілих чисел та їх найпростіші властивості. 16. Теорема Ейлера і Ферма. 17. Конгруенцій першого степеня з одним невідомим: існування розв'язків, методи розв'язування. 18. Системи конгруенцій першого степеня з одним невідомим. 19. Конгруенції n-го степеня за простим модулем з одним невідомим: побудова еквівалентних конгруенцій. 20. Двочленні конгруенції другого степеня. Квадратичні лишки і нелишки. Критерій Ейлера. 21. Символ Лежандра, його властивості. Квадратичний закон взаємності. 22. Символ Якобі. 23. Застосування конгруенцій до розв'язування діофантових рівнянь. 24. Показники за даним модулем. Первісні корені за простим модулем. Індокси.

**Схема курсу «Теорія чисел»
для студентів спеціальності 112 - Статистика**

Тижні	Лекційний курс		Практичні заняття		К-сть год СР	Літе- ратура
	Назва теми	К-сть год	Назва теми	К-сть год		
1	2	3	4	5	6	7
1	Арифметика цілих та натуральних чисел. Відношення подільності. Ділення з остачею. Прості та складені числа. НСД і НСК. Взаємно прості числа	2	Арифметика цілих та натуральних чисел. Відношення подільності. Ділення з остачею. Прості та складені числа. НСД і НСК. Взаємно прості числа	2	7	[1-8]
2	Числові функції. Системи числення	2	Числові функції. Системи числення	2	7	[1-8]
3	Ланцюгові дроби	2	Ланцюгові дроби	2	7	[1-8]
4	Конгруенції в кільці цілих чисел. Кільця класів лишків	2	Конгруенції в кільці цілих чисел. Кільця класів лишків	2	7	[1-8]
5	Конгруенції першого степеня та їх системи	2	Конгруенції першого степеня та їх системи	2	7	[1-8]
6	Конгруенції вищих степенів	2	Конгруенції вищих степенів	2	7	[1-8]
7	Степеневі лишки. Первісні корені. Індекси	2	Степеневі лишки. Первісні корені. Індекси	2	7	[1-8]
8	Колоквіум	2	Контрольна робота	2	9	[1-8]
	Разом за семестр	16		16	58	
	Лектор Мельник І. О.		Викладач Мельник І. О.			