

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Механіко-математичний факультет
Кафедра математичної економіки, економетрії, фінансової та страхової математики



Затверджено

На засіданні кафедри математичної економіки, економетрії, фінансової та страхової математики
Львівського національного університету імені Івана Франка
(протокол № 1 від 31.08.2023 р.)

A handwritten signature in blue ink, appearing to read "Кирилич В.М."

Зав. кафедри д. ф.-м. н., проф. Кирилич В.М..

Силабус з навчальної дисципліни
«Математичний аналіз I»,
що викладається в межах ОПП “ Статистичний аналіз даних ”
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів з
спеціальності 112 - Статистика

Львів 2023 р.

Назва дисципліни	Математичний аналіз I
Адреса викладання дисципліни	Львівський національний університет імені Івана Франка, вул. Університетська 1, м. Львів, Україна, 79000
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Механіко-математичний факультет Кафедра математичної економіки, економетрії, фінансової та страхової математики
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	Галузь знань: 11 Математика і статистика Спеціальність: 112 Статистика
Викладачі дисципліни	Заболоцький Микола Васильович, д. ф.-м. н., професор, професор кафедри математичної економіки, економетрії, фінансової та страхової математики
Контактна інформація викладачів	Електронна пошта: mykola.zabolotskyy@lnu.edu.ua , веб-сторінка: https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/zabolotskyj-m-v
Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються	Консультації в день проведення практичних занять (за попередньою домовленістю та за умови проведення аудиторних занять). В іншому випадку можливі он-лайн консультації через Zoom чи MStTeams. Для погодження часу он-лайн консультацій слід писати на електронну пошту викладача або дзвонити.
Інформація про дисципліну	Курс розроблено таким чином, щоб надати учасникам необхідні теоретичні і практичні навички з теорії дійсних чисел, теорії границь числових послідовностей та числових функцій, теорії функціональних рядів і послідовностей, теорії диференціального та інтегрального числення функції однієї змінної.
Коротка анотація дисципліни	Дисципліна «Математичний аналіз I» є нормативною дисципліною з спеціальності 112 – Статистика для освітньої програми “Статистичний аналіз даних”, яка викладається протягом першого року навчання в першому та другому семестрах в обсязі 9(4+5) кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
Мета та цілі дисципліни	Метою нормативної навчальної дисципліни “Математичний аналіз I” є оволодіння студентами класичними методами математичного аналізу, теоретичними положеннями та основними застосуваннями математичного аналізу в різноманітних задачах математики, механіки та прикладної математики, їх використання в подальших курсах з математики та статистики, сприяння розвитку логічного та аналітичного мислення студентів.
Література для вивчення дисципліни	<i>Основна література:</i> 1. Заболоцький М.В., Сторож О.Г., Тарасюк С.В. Математичний аналіз. Київ: Знання, 2008 2. Заболоцький М.В., Фединак С.І., Філевич П.В., Червінка К.А. Практикум з математичного аналізу. Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2009. 3. Ляшко И.И., Боярчук А.К., Гай Я.Г., Калайда А.Ф. Математический анализ: в 2-х томах. К: Вища школа, 1985. 4. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз: в 2-х частинах. К.: Либідь, 1993,1994. 5. Підкуйко С.І. Математичний аналіз. Львів: Галицька Видавнича Спілка, 2004. 6. Давидов А.Б. Курс математичного аналізу: в 2-х чч. К.Вища школа. 1990,

	1991, 1992.
Обсяг курсу	192 (96 + 96) години аудиторних занять. З них 96 (48 + 48) годин лекційних занять, 96 (48 + 48) годин практичних занять та 78 (24 + 54) години самостійної роботи.
Очікувані результати навчання	<p>Після завершення цього курсу студент буде :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Знати основні поняття математичного аналізу, зокрема: множини і дії над ними, загальне поняття відображення, потужності множин, означення дійсного числа, означення точної верхньої і точної нижньої межі числової множини, означення та властивості границі послідовності та функції, означення та властивості неперервної функції в точці і на множині, означення похідної, геометричну інтерпретацію похідної, правила обчислення та властивості похідних, застосування похідних до побудови графіків функцій; означення і властивості неозначеного та означеного інтегралів Рімана, означення збіжності числових та функціональних рядів, їх властивості, ознаки збіжності та рівномірної збіжності; - Вміти виконувати операції над множинами, обчислювати границі послідовностей і функцій в точці, досліджувати функції на неперервність, обчислювати похідну функції, досліджувати функції за допомогою похідних і будувати їх графіки, обчислювати неозначені інтеграли та застосовувати означені інтеграли для обчислення площ, довжин кривих, об'ємів тіл, досліджувати на збіжність невластиві інтеграли, числові і функціональні ряди, знаходити радіус збіжності степеневих рядів. <p>В результаті засвоєння матеріалу даного курсу студент набуде таких загальних (ЗК) і спеціальних (фахових) (СК) компетентностей:</p> <p>ЗК-1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.</p> <p>ЗК-2. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.</p> <p>ЗК-3. Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності.</p> <p>ЗК-8. Здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел.</p> <p>ЗК-10. Здатність працювати в команді.</p> <p>ЗК-11. Здатність до професійного спілкування з представниками інших професійних груп різного рівня (з експертами в інших галузях знань).</p> <p>СК-1. Здатність застосовувати у професійній діяльності знання та навички в галузях математичного аналізу, лінійної алгебри, геометрії, логіки, теорії функцій, диференціальних рівнянь.</p> <p>СК-2. Здатність застосовувати у професійній діяльності знання та навички в галузях теорії ймовірностей, математичної статистики, теорії випадкових процесів.</p> <p>СК-3. Здатність здійснювати логічні математичні міркування із чітким зазначенням припущень та висновків.</p> <p>СК-4. Здатність до математичного формулювання задач та вибору методів їх розв'язання.</p> <p>СК-5. Здатність до кількісно-статистичного мислення.</p> <p>СК-6. Здатність до ймовірнісного мислення, що передбачає сприйняття стохастичної природи явищ.</p> <p>СК-7. Здатність робити якісні висновки з кількісних даних.</p> <p>СК-10. Здатність проводити дослідження ймовірнісно-статистичних моделей та інтерпретувати одержані результати.</p> <p>СК-12. Здатність застосовувати ймовірнісно-статистичні методи в міждисциплінарному контексті.</p> <p>СК-14. Здатність до аналізу основ і властивостей статистичних алгоритмів та розуміння переваг і обмежень тих чи інших підходів, у тому числі до оцінки їх обґрунтованості й ефективності.</p> <p>СК-15. Здатність аналізувати основи і властивості базових економічних та фінансових структур, інтерпретувати показники фінансової діяльності,</p>

	<p>користуватися методами оптимального керування економічних та природних процесів.</p> <p>СК-16. Здатність застосовувати у професійній діяльності знання та навички з машинного навчання, обробки зображень і природної мови.</p> <p>СК-17. Здатність моделювати та пояснювати дані просторових і часових вибірок за допомогою знань і навичок з регресійного аналізу.</p> <p>і здобуде такі результати навчання (РН):</p> <p>РН-5. Володіти базовими знаннями та вміннями з фундаментальних розділів математики: математичного аналізу, алгебри, аналітичної геометрії, диференціальних рівнянь, у тому числі в частинних похідних.</p> <p>РН-15. Володіти математичними та статистичними методами аналізу, прогнозування та оцінки параметрів математичних моделей, статистичними методами інтерпретації та обробки числових даних.</p> <p>РН-17. Знати методи моделювання природничих та/або соціальних процесів.</p>
<p>Формат курсу</p>	<p>Очний</p>
<p>Теми</p>	<p style="text-align: center;"><u>Теми та плани лекцій</u></p> <p style="text-align: center;"><u>Перший курс</u></p> <p><u>1-й семестр.</u></p> <p style="text-align: center;">Вступ</p> <p>Множини та операції над ними. Поняття множини. Відношення включення. Операції об'єднання, перетин, різниця, симетрична різниця. Правило де Моргана. Логічна символіка та її використання.</p> <p style="text-align: center;">Функція (відображення).</p> <p>Поняття функції. Класифікація відображень: ін'єкція, сюр'єкція, бієкція. Поняття образу та прообразу множини при відображенні. Композиція відображень, взаємообернені відображення. Функція як відношення. Графік функції.</p> <p style="text-align: center;">Потужність множини.</p> <p>Поняття рівнопотужності множин. Кардинальне число множин. Неіснування множини найбільшої потужності. Теорема Кантора-Бернштейна.</p> <p style="text-align: center;">Дійсні числа.</p> <p>Аксиоматичне визначення множини дійсних чисел. Реалізація множини дійсних чисел за допомогою перерізів Дедекінда. Поняття групи комутативної, адитивної абелевої, мультиплікативної абелевої, аксіома повноти. Єдиність (з точністю до ізоморфізму) множини дійсних чисел. Властивості множини дійсних чисел.</p> <p>Лема про верхню грань та її наслідки. Лема про скінчене покриття. Лема про граничну точку Лема про вкладені відрізки. Зв'язок тих лем з аксіоматикою повноти.</p> <p>Злічені множини потужності континууму. Поняття зліченої множини. Властивості злічених множин. Зліченність множини раціональних чисел. Поняття множини потужності континууму. Незліченність множини точок відрізка. Множина всіх підмножин множини натуральних чисел має потужність континууму.</p> <p style="text-align: center;">Границя числової послідовності.</p> <p>Властивості числової послідовності. Загальні властивості. Границя послідовності і відношення нерівності. Арифметичні властивості границі послідовності. Питання існування границі послідовності.</p> <p>Границя монотонної послідовності. Число "e". Фундаментальність послідовності. Критерій Коші збіжності послідовності. Підпослідовність, часткова границя послідовності. Лема Больцано-Вейерштрасса. Верхня та нижня границі послідовності, як найбільша та найменша часткові границі послідовності. Критерій існування границі послідовності через рівність</p>

верхньої та нижньої границь послідовності.

Границя функції при $x \rightarrow a$.

Властивості границі функції.

Загальні властивості границі функції і відношення нерівності. Арифметичні властивості границі функції. Границя функції $\frac{\sin x}{x}$ при $x \rightarrow 0$. Критерій границі функції через послідовність. Визначення показникової, степеневої та логарифмічної функцій.

Границя функцій по базі.

База.

Поняття бази. Приклади 18 стандартних баз.

Границя функцій по базі.

Два означення границі функції по базі. Еквівалентність цих означень. Приклади границь функцій по 18 стандартним базам, довжина дуги. Інтеграл Рімана.

Властивості границі функцій по базі

Загальні властивості. Границя функції і відношення нерівності. Арифметичні властивості границь.

Питання існування границі функції

Коливання функції на множині. Критерій Коші існування границі функції по базі. Границя композиції функцій. Границя функції $(1 + \frac{1}{x})^x$ при $x \rightarrow \infty$.

Границя монотонної функції. Порівняння асимптотичної поведінки функцій. Поняття $o(f)$, $O(f)$. Властивості $o(f)$, $O(f)$. Еквівалентність функцій.

Неперервні функції.

Неперервність функції в точці. Сім означень неперервності функції в точці. Еквівалентність цих означень. Приклади неперервних функцій. Точки розриву функції (1-го і 2-го роду). Функції Рімана і Діріхле.

Властивості неперервних функцій. Локальні властивості неперервних функцій. Теорема Больцано-Коші про проміжне значення. Теорема Вейерштраса про обмеженість та максимальне і мінімальне значення неперервної на відрізьку функції.

Поняття рівномірної неперервності функції. Теорема Кантора. Точки розриву монотонної функції. Їх рід та зліченність. Критерій неперервності монотонної функції. Неперервність оберненої функції.

Диференціальне числення функції однієї змінної.

Диференційовність функції в точці.

Лінійне відображення \mathbf{R} в \mathbf{R} . Означення диференційовності функції в точці. Диференціал відображення. Похідна функції в точці, зв'язок її з диференціалом. Два означення дотичної до графіка функції в точці. Зв'язок існування дотичної до графіка функції з диференційовністю функції в точці.

Основні правила диференціювання.

Арифметичні властивості диференціала. Диференціал композиції функцій. Диференціали оберненого відображення. Похідні основних елементарних функцій. Вищі похідні. Формула Лейбніца.

Основні теореми диференціального числення.

Поняття локального екстремуму. Лема Ферма. Теорема Ролля. Теорема Лагранжа про середнє значення. Теорема Коші. Формула Тейлора із залишковими членами у формі Лагранжа, Коші, Пеано. Формули Тейлора для основних елементарних функцій.

Дослідження функцій методами диференціального числення.

Зв'язок між монотонністю функції і знаком похідної. Необхідна умова екстремуму функції у термінах першої похідної. Достатня умова екстремуму функції у термінах першої похідної. Достатня умова екстремуму функції у

термінах вищих похідних. Нерівності Юнга, Гельдера, Мінковського. Два означення опуклої функції. Нерівність Йенсена. Зв'язок між опуклістю функції і монотонністю першої похідної функції. Зв'язок між опуклістю функції і розташуванням графіка функції відносно дотичної. Правило Лопіталя.

II-й семестр.

Первісна і неозначений інтеграл.

Первісна і неозначений інтеграл.

Означення первісної і неозначеного інтегралу. Властивості неозначеного інтегралу. Таблиця первісних основних елементарних функцій. Первісна від раціональної функції.

Інтеграл Рімана.

Означення інтегралу Рімана.

Розбиття відрізка з відміченими точками. База у множині розбиттів з відміченими точками. Інтегральна сума Рімана. Питання існування інтегралу Рімана.

Критерій Коші. Необхідна умова. Достатня умова. Інтегровність неперервних, монотонних функцій і обмежених функцій, що мають скінчену кількість точок розриву. Верхня та нижня суми Дарбу. Властивості сум Дарбу. Інтеграл Дарбу. Критерій Дарбу. Необхідність достатньої умови інтегровності функції. Властивості простору $\mathbf{R}[a,b]$. Множина Лебегової міри нуль. Критерій Лебега інтегровності функції за Ріманом.

Властивості інтеграла Рімана. Інтеграл Рімана як адитивна функція орієнтованого проміжку. Монотонність інтеграла Рімана. Перша теорема про середнє. Друга теорема про середнє.

Інтеграл і похідна. Диференційовність інтеграла із змінною верхньою межею. Первісна неперервної функції на відріжку, поняття узагальненої первісної. Формула Ньютона - Лейбніца. Формула інтегрування частинами. Формула Тейлора із залишковим членом в інтегральній формі. Заміна змінної в інтегралі. Застосування інтегралу Рімана. Довжина шляху. Площа криволінійної трапеції. Об'єм тіла обертання.

Невластиві інтеграли.

Означення та властивості невластивого інтеграла. Критерій Коші збіжності невластивого інтеграла. Абсолютна та умовна збіжність. Ознаки порівняння. Ознаки Абеля та Діріхле.

Числові ряди.

Питання збіжності числового ряду. Означення збіжності числового ряду. Критерій Коші збіжності числового ряду. Залишок числового ряду.

Ряди з невід'ємними членами. Інтегральна ознака збіжності числового ряду. Теорема порівняння. Стала Ейлера. Ознака Даламбера. Ознака Коші. Узагальнена ознака Коші. Ознака Раабе. Ознака Гаусса. Ознака Коші для монотонних рядів. Не існування універсальних збіжного та розбіжного рядів.

Ряди з довільними членами. Абсолютно збіжний та умовно збіжний числові ряди. Ознаки Даламбера та Коші абсолютної збіжності числових рядів. Теорема про збіжність абсолютно збіжного ряду з переставленими членами. Збіжність добутку двох абсолютно збіжних рядів. Ознака Лейбніца збіжності знакопозаперезного ряду. Перетворення Абеля. Ознака Діріхле. Ознака Абеля. Теорема Рімана про умовно збіжні ряди.

Функціональні послідовності і ряди.

Поточкова та рівномірна збіжність на множині. Поняття функціональної послідовності та функціонального ряду. Збіжність поточкова на множині. Рівномірна збіжність функціональної послідовності і функціонального ряду на множині. Критерій Коші рівномірної збіжності функціональної послідовності і функціонального ряду. Достатня умова рівномірної збіжності функціональної послідовності і функціонального ряду.

Ознаки рівномірної збіжності. Ознака Вейерштраса. Ознака Діріхле. Ознака Абеля. Ознака Діні.

Перестановка границь. Неперервність граничної функції і суми ряду. Інтегровність граничної функції і суми ряду і почленне інтегрування функціонального ряду. Диференційовність граничної функції і суми ряду і почленне диференціювання.

Степеневі ряди.

Перша теорема Абеля. Радіус збіжності степеневому ряду. Неперервність суми степеневому ряду. Формула Коші - Адамара. Друга теорема Абеля. Почленне диференціювання та інтегрування дійсного степеневому ряду. Аналітичні функції Єдинність розкладу функції в степеневий ряд. Вигляд коефіцієнтів розкладу дійсної аналітичної функції в степеневий ряд. Ряд Тейлора. Достатня умова розвинення функції в ряд Тейлора. Розвинення деяких елементарних функцій в ряд Тейлора. Теорема Вейерштраса про рівномірне наближення неперервної функції многочленами.

Теми лабораторних робіт.

I-й семестр.

Тема 1: Метод математичної індукції.

Тема 2: Множини. Операції над множинами.

Тема 3: Відображення. Образ та прообраз множини.

Тема 4: Верхня та нижня точні грані множини. Квантори.

Тема 5: Ескізи графіків функцій.

Контрольна робота 1.

Тема 6: Границя послідовності.

Тема 7: Критерій Коші. Границі монотонних послідовностей.

Тема 8: Верхня та нижня границі послідовностей.

Тема 9: Границя функції в точці. Знаходження границь функцій.

Тема 10: Чудові границі.

Тема 11: O символіка.

Тема 12: Неперервність функції.

Контрольна робота 2.

Тема 13: Означення похідної та правила обчислення похідних.

Тема 14: Похідна оберненої функції та функції заданої параметрично.

Тема 15: Диференційованість функції.

Тема 16: Похідні та диференціали вищих порядків.

Тема 17: Правило Лопіталя.

Тема 18: Формула Тейлора та її застосування.

Тема 19: Монотонність, опуклість та точки екстремуму функцій.

Тема 20: Побудова графіків функцій.

Тема 21: Задачі на екстремум.

Контрольна робота 3.

II-й семестр.

Тема 1: Первісна. Таблиця найпростіших інтегралів.

Тема 2: Заміна змінних в невизначених інтегралах.

Тема 3: Метод інтегрування частинами.

Тема 4: Інтегрування раціональних функцій.

Тема 5: Інтегрування ірраціональних виразів та диференціального бінома.

Тема 6: Інтегрування тригонометричних функцій.

Контрольна робота 1.

Тема 7: Означений інтеграл Рімана.

Тема 8: Формула Ньютона-Лейбніца.

Тема 9: Заміна змінних та інтегрування частинами означеного інтегралу.

Тема 10: Інтеграл з змінною верхньою межею. Теорема про середнє.

Тема 11: Обчислення невластивих інтегралів.

	<p>Тема 12: Збіжність невласивих інтегралів. Тема 13: Обчислення площ фігур. Тема 14: Обчислення довжин кривих та об'ємів тіл обертання. Контрольна робота 2. Тема 15: Числові ряди. Необхідня умова збіжності. Ознаки порівняння. Тема 16: Дослідження на збіжність числових рядів (ознаки Даламбера, Коші, Раабе). Тема 17: Абсолютно та умовно збіжні ряди. Ознаки Лейбніца, Абеля, Діріхле. Тема 18: Рівномірна збіжність функціональних послідовностей та рядів. Тема 19: Ознаки Вейерштраса, Діріхле, Абеля. Тема 20: Степеневі ряди. Розвинення функцій в степеневі ряди. Контрольна робота 3.</p>
Підсумковий контроль, форма	екзамен в кінці кожного семестру
Необхідне обладнання	проектор, комп'ютер, дошка, крейда
Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням: Протягом кожного семестру відбувається 3 контрольні роботи, кожна з яких оцінюється в 10 балів, та письмовий колоквіум – 20 балів. Разом за семестр студент може отримати 50 балів. Іспит оцінюється в 50 балів. Максимальна кількість балів 100</p> <p>Очікується, що протягом кожного семестру студенти виконають 3 контрольних роботи та напишуть письмовий колоквіум. Ці роботи є допуском до складання іспиту. Головна їх мета – перевірка самостійної роботи студентів в процесі навчання, виявлення ступеня засвоєння ними теоретичних положень курсу. При розв'язанні задач необхідно детально вказувати, яким саме був хід роздумів, які формули було використано. Списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p>Відвідання занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі заняття курсу. Студенти мають інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися усіх строків визначених для виконання усіх видів робіт, передбачених курсом.</p> <p>Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p>Політика виставлення балів в I семестрі.</p>

Поточне тестування та самостійна робота															Колоквіум	Екзамен	Сума			
Модуль 1					Модуль 2					Модуль 3										
T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10	T11	T12	T13	T14	T15	T16	T17	T18	T19	T20	
2	2	2	2	2	1	2	1	1	2	1	2	1	1	1	1	1	2	1	1	1
															20	50	100			

Політика виставлення балів в II семестрі.

Поточне тестування та самостійна робота															Колоквіум	Екзамен	Сума		
Модуль 1					Модуль 2					Модуль 3									
T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10	T11	T12	T13	T14	T15	T16	T17	T18	T19	T20
1	1	2	2	2	2	1	1	1	2	1	1	1	2	1	1	2	2	2	2
															20	50	100		

При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін. Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.

Відсотки нарахування балів оцінювання відповіді на кожне запитання нараховуються за наступним співвідношенням:

75-100% – тема відтворюється в повному обсязі, правильно, обґрунтовано, логічно;

50-75% – відтворюється значна частина розглянутої теми, проте присутні неточності та/або невідповідності;

25-50% – виявлено множинні неточності та невідповідності, пояснення відсутні чи частково помилкові;

0-25% – тему майже не розкрито, кількість викладеного матеріалу не відповідає загальним нормам обраного виду роботи.

Критерії оцінювання результатів неформальної освіти:

Нарахування балів відбувається за публікацію студентом тез доповідей на конференціях, наукових статей, за участь студента у діяльності наукових гуртків, семінарів, круглих столів, конкурсів, участь у заходах неформальної освіти, за отримання сертифікатів про проходження навчання на різних освітніх платформах (Coursera, Prometheus тощо), курсах провідних ІТ компаній за тематикою навчальної дисципліни. Кількість балів визначається відсотком покриття результатів відповідної активності до вимог результатів навчання з навчальної дисципліни.

Питання до заліку чи екзамену.

I-й семестр

I. Множини. Відображення. Аксиоматика дійсних чисел

1. Множини. Дії над множинами.
2. Відображення, їх класифікація.
3. Еквівалентні множини. Потужність множин. Властивості злічених множин.
4. Потужність відрізка $[0; 1]$.
5. Аксиоми множини дійсних чисел та наслідки з них.
6. Обмежені та необмежені множини. Теореми про існування точної

верхньої і точної нижньої граней.

7. Принцип вкладених відрізків.
8. Принцип Архімеда та наслідки з нього.
9. Зліченність множин раціональних точок.

II. Послідовність. Властивості границь послідовностей

10. Означення границі послідовності. Збіжні послідовності.
11. Теорема про єдність границі послідовності.
12. Властивості границі послідовності, що мажоруються зі збіжними послідовностями.
13. Обмеженість збіжної послідовності.
14. Монотонні послідовності та їх границі.
15. Принцип Больцано-Вейерштрасса.
16. Узагальнений принцип Больцано-Вейерштрасса.
17. Нескінченно малі та нескінченно великі послідовності та їх властивості.
18. Границя послідовності та арифметичні операції.
19. Критерій Коші збіжності послідовності.
20. Верхня та нижня границі послідовності. Теореми існування.
21. Необхідна та достатня умови існування скінченної верхньої та нижньої границі послідовності.

III. Функції. Границя функцій.

22. Означення границі функції в точці в розумінні Гейне та в розумінні Коші. їх еквівалентність.
23. Властивості границі функції в точці.
24. Односторонні границі. Теорема існування границі функції.
25. Нескінченно малі та нескінченно великі функції та їх властивості. Узагальнене поняття границі.
26. Границя монотонних функцій.
27. Критерій Коші існування скінченної границі функцій.
28. Границя функції вздовж множини. Означення бази та границі по базі.
29. Границя $\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x \rightarrow e, x \rightarrow \infty$.
30. Границя $\frac{\sin x}{x} \rightarrow 1, x \rightarrow 0$ та наслідки.
31. Інші чудові границі.
32. Верхня та нижня границі функції та їх властивості.

IV. Неперервність функцій.

33. Означення неперервності функції в точці. Точки розриву та їх класифікація.
34. Властивості функцій, неперервних у точці. Неперервність композиції функцій.
35. Неперервність функції вздовж множини. Множина неперервності.
36. Теорема Вейерштрасса про обмеженість неперервних функцій.
37. Теорема Больцано-Коші про проміжне значення.
38. Неперервність оберненої функції.
39. Неперервність елементарних функцій.
40. Рівномірна неперервність. Теорема Кантора.
41. Порівняння функцій. О-символіка. Головна частина функції.

V. Похідна. Властивості диференційованих функцій.

42. Означення похідної. Похідні елементарних функцій.
43. Означення диференційованості функції. Геометричний зміст диференціала та похідної.
44. Зв'язок між неперервністю та диференційованістю.
45. Похідна суми, добутку, частки.

46. Похідна оберненої функції, геометричний зміст
47. Похідні та диференціали композиції функцій. Інваріантність першого диференціалу.
48. Похідні вищих порядків. Правило Лейбніца.
49. Похідні вищих порядків від композиції функцій та оберненої функції.
50. Похідні функцій, заданих параметрично. Диференціали вищих порядків.
51. Теорема Ферма та Ролля.
52. Теорема Лагранжа та наслідки з неї.
53. Теорема Коші про середнє значення.
54. Правило Лопітала.
55. Формула Тейлора.
56. Основні розвинення функцій за формулою Мак-Лорена.
57. Ознака монотонності диференційованих функцій.
58. Означення точки екстремуму. Необхідна умова.
59. Достатні ознаки точки екстремуму.
60. Опуклість. Достатня умова опуклості.
61. Точка перегину. Необхідні умови.
62. Достатні умови точки перегину.

II-й семестр

I. Невизначений інтеграл.

1. Первісна та невизначений інтеграл.
2. Заміна змінних та інтегрування частинами.
3. Інтегрування раціональних функцій.
4. Інтегрування деяких ірраціональних функцій.
5. Інтегрування тригонометричних функцій.

II. Визначений інтеграл.

6. Означення інтеграла за Ріманом. Обмеженість інтегрованої функції.
7. Суми Дарбу. Критерій інтегрованості.
8. Інтегровність неперервної функції.
9. Інтегровність монотонної функції.
10. Інтегровність обмеженої функції зі скінченим числом точок розриву.
11. Властивості означеного інтегралу.
12. Теорема про середнє та наслідки з неї.
13. Неперервність та диференційовність інтегралу зі змінною верхньою межею.
14. Існування первісної для неперервної функції.
15. Заміна змінних та інтегрування частинами.
16. Проста крива. Довжина дуги кривої. Достатня умова спрямлюваності кривої.
17. Формула для обчислення довжини кривої.
18. Поняття плоскої фігури та її межі. Обчислення площі за Жорданом.
19. Критерій квадрованості фігури та наслідки з неї.
20. Площа криволінійної трапеції та сектору.
21. Поняття об'єму тіла. Формула для обчислення об'єму тіла обертання.
22. Площа поверхні тіла обертання.
23. Обчислення статичних моментів та центру ваги кривої. Теорема Гульдіна.

III. Невластиві інтеграли.

24. Означення та властивості невластивого інтеграла..
25. Критерій Коші збіжності невластивого інтегралу.
26. Абсолютна та умовна збіжність.
27. Ознака порівняння.
28. Ознаки Діріхле та Абеля.

IV. Числові ряди.

	<p>29. Означення ряду. Властивості збіжних числових рядів. Критерій Коші . Необхідна умова збіжності.</p> <p>30. Ознаки порівняння для рядів з додатними членами.</p> <p>31. Ознака Даламбера.</p> <p>32. Ознака Коші.</p> <p>33. Інтегральна ознака Коші збіжності ряду з додатними членами.</p> <p>34. Абсолютна та умовна збіжність числових рядів. Теорема про перестановку членів в абсолютно збіжних рядах.</p> <p>35. Теорема Рімана про перестановку членів в умовно збіжних рядах.</p> <p>36. Нерівність Абеля. Ознака Діріхле збіжності ряду.</p> <p>37. Ознака Абеля збіжності ряду.</p> <p>38. Знакопочережні ряди. Ознака Лейбніца.</p> <p>V. Функціональні ряди та функціональні послідовності.</p> <p>39. Означення збіжності та рівномірної збіжності функціональних послідовностей та рядів. Критерій Коші рівномірної збіжності.</p> <p>40. Ознака Вейерштраса рівномірної збіжності.</p> <p>41. Ознаки Абеля та Діріхле рівномірної збіжності.</p> <p>42. Теорема про неперервність суми ряду.</p> <p>43. Теорема про почленне інтегрування.</p> <p>44. Теорема про почленне диференціювання.</p> <p>VI. Степеневі ряди.</p> <p>45. Означення степеневого ряду та радіуса збіжності. Формула Коші-Адамара.</p> <p>46. Рівномірна збіжність степеневих рядів.</p> <p>47. Диференціювання та інтегрування степеневих рядів.</p> <p>48. Ряд Тейлора. Аналітичні функції.</p> <p>49. Розвинення в степеневі ряди елементарних функцій.</p> <p>50. Достатня умова аналітичності нескінченнодиференційованих функцій.</p>
Опитування	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.