

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ Львівський
національний університет імені Івана Франка Механіко-
математичний факультет Кафедра кафедри алгебри,
топології та основ математики**

Затверджено

На засіданні кафедри алгебри,
топології та основ математики
механіко-математичного факультету
Львівського національного університету
імені Івана Франка
(протокол № 1 від 28.08.2020 р.)



В. о. завідувача кафедри
Т. БАНАХ

**Силабус з навчальної дисципліни “Диференціальна геометрія”,
що викладається в межах ОПП “Статистичний аналіз даних”
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для
здобувачів з спеціальності 112 Статистика**

Львів 2020 р.

Назва дисципліни	Диференціальна геометрія
Адреса викладання дисципліни	Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка м. Львів, вул. Університетська 1
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Механіко-математичний факультет Кафедра алгебри, топології та основ математики
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	11 Математика і статистика 112 Статистика
Викладачі дисципліни	Гутік Олег Володимирович, доцент кафедри алгебри, топології та основ математики
Контактна інформація викладачів	oleg.gutik@lnu.edu.ua ; Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 174. м. Львів, вул. Університетська, 1
Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються	Консультації в день проведення лекцій/практичних занять (за попередньою домовленістю).
Інформація про дисципліну	Курс розроблено таким чином, щоб надати учасникам основні поняття з основ диференціальної геометрії.
Коротка анотація дисципліни	Дисципліна “Диференціальна геометрія” є вибірковою навчальною дисципліною циклу професійної і практичної підготовки з спеціальності 112-Статистика для освітньої програми “Статистичний аналіз даних”, яка викладається в 4-му семестрі в обсязі 3,5-х кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
Мета та цілі дисципліни	Метою вивчення вибіркової навчальної дисципліни “Теорія кривих і поверхонь” є освоєння студентами теоретичних основ диференціальної геометрії.
Література для вивчення дисципліни	<ol style="list-style-type: none"> 1. Аминов Ю.А. Дифференциальная геометрия и топология кривых. Москва, Наука, 1987. 2. Бекельман И.Я. Вернер А.Л. Кантор Б.Е. введение в дифференциальную геометрию в целом, . Москва, Наука, 1973. 3. Борисенко А.А. Диференціальна геометрія і топологія, Харків, Основа, 1995. 4. Борисенко А.А. Внутренняя и внешняя геометрия многообразий, Харьков, Экзамен, 2003. 5. Бляшке В., Дифференциальная геометрия, ОНТИ, 1935. 6. В. В. Городецький, О. В. Мартинюк, Диференціальна геометрія в теоремах і задачах, Навчальний посібник, Чернівці, “Рута”, 2006. 7. Гуран І.Й, Зарічний М.М., Методичні вказівки з розв’язування задач з диференціальної геометрії. Теорія кривих і поверхонь. Львів, ЛДУ, 1990. 8. Гуран І.Й, Зарічний М.М., Диференціальна геометрія і топологія. Київ НВК МО, 1991. 9. Кованцов Н. И., Зражевская Г. М., Кочаровский В.Г., Дифференциальная геометрия, топология, тензорный анализ (сборник задач), Київ, Вища школа, 1989, 398с.

	<p>10. Погорелов А.А. Дифференциальная геометрия, Москва, Наука, 1986.</p> <p>11. Позняк Є.Г. Шикин В.Б. Дифференциальная геометрия. Первое знакомство. Москва, Наука, 1986.</p> <p>12. Постников М.М. Лекции по геометрии. Дифференциальная геометрия. Москва, Наука, 1988.</p> <p>13. Пришляк О., Диференціальна геометрія. – К. Видавничо- поліграфічний центр "Київський університет", 2004. – 68 с.</p> <p>14. Рашевский П.К. Дифференциальная геометрия. Москва, ОНТИ, 1948.</p> <p>15. Сборник задач по дифференциальной геометрии (под ред. А.С. Феденко), Москва, Наука, 1979.</p> <p>16. Величко І.Г., Гургенідзе М.О., Стеганцева П.Г. Диференціальна геометрія кривих та поверхонь: Навчально-методичний посібник до індивідуальної та самостійної роботи для студентів II курсу математичного факультету. – Запоріжжя: ЗНУ, 2009. – 76с.</p> <p>17. Kobayashi, S., Nomiru.: Foundations of Differential Geometry, vols. I, II Wiley Classics Library Wiley, New Yourk, - 1996.</p> <p>18. Кованцов М. І. Диференціальна геометрія. – К. Вища школа, 1973. – 68с.</p> <p>19. Taha Sochi. Introduction to Differential Geometry of Space Curves and Surfaces. Kindle Edition, Great spase, 2017. – 197р.</p> <p>20. Kristopher Tapp. Differential Geometry of Curves and Surfaces. Springer, Undergraduate Texts in Mathematics. 2016 – 374р.</p> <p>Додаткова</p> <p>1. І. Й. Гуран, О. В. Гутік – Методичка з теорії кривих і поверхонь. Електронна версія</p>
Обсяг курсу	Загальний обсяг: 105 годин. Аудиторних занять: 48 год., з них 32 години лекцій та 16 години практичних робіт. Самостійна робота: 57 год.
Очікувані результати навчання	<p>Після завершення цього курсу студент буде:</p> <p>Знати:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Означення гладкої кривої та поверхні; - Способи задання кривих і поверхонь; - Натуральний параметр кривої; - Основну теорему теорії кривих; - Елементи тригранника Френе кривої; - Кривину та скрут кривої; - Натуральні рівняння кривої; - Першу та другу квадратичні форми поверхні; - Елементи внутрішньої геометрії поверхні; - Нормальна кривина поверхні; - Класифікацію точок поверхні; - Головні напрямки і головні кривини. Формули Ейлера; - Теорему Егредіум Гауса. <p>Вміти:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Обчислювати довжину дуги, кривину, скрут і елементи тригранника Френе кривої; - Обчислювати першу та другу квадратичні форми поверхні, довжину дуги кривої на поверхні, площу поверхні, кут між кривими на поверхні; - Обчислювати нормальні кривини, головні напрямки і головні кривини поверхні; - Класифікувати точки поверхні.
Ключові слова	Гладка крива, дотична, нормаль, бінормаль, тригранник Френе, довжина

	дуги, кривина, скрут, поверхня, перша квадратична форма поверхні друга квадратична форма поверхні, дотична площина, кривина нормального перерізу, теорема Егредіум Гауса.
Формат курсу	Очний Проведення лекцій, практичних робіт і консультацій.
Теми	<p>Теорія кривих:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Вектор-функції скалярного аргумента та їх властивості. 2. Поняття кривої. Криві Пеано та Коха. 3. Способи задання кривих. 4. Дотична пряма. Вектор швидкості. 5. Довжина дуги кривої. Натуральний параметр. 6. Вектор кривини. Кривина кривої. Геометричний зміст кривини. 7. Обчислення кривини. 8. Скрут кривої. Геометричний зміст скруту. 9. Обчислення скруту. 10. Тригранник Френе. 11. Формули Френе. 12. Натуральні рівняння кривої. 13. Основна теорема теорії кривих. <p>Теорія поверхонь:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Поняття поверхні. Дотична площина. 2. Перша квадратична форма поверхні. 3. Внутрішня геометрія поверхні. 4. Кривина кривої на поверхні. 5. Друга квадратична форма поверхні. 6. Нормальна кривина поверхні. 7. Класифікація точок поверхні. 8. Головні напрямки і головні кривини. Формули Ейлера. 9. Теорема Егредіум Гауса. 10. Геодезійні. Екстремальна властивість геодезійних. 11. Напівгеодезійна параметризація поверхонь. 12. Поверхні сталої гаусової кривини. <p>Тензорний аналіз</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Тензорний аналіз. Поняття тензора. 2. Обчислення коваріантних похідних.
Підсумковий контроль, форма	Залік у кінці семестру.
Пререквізити	Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з <ul style="list-style-type: none"> - Математичного аналізу; - Аналітичної геометрії; - Лінійної алгебри.
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу	Презентації, лекції Індивідуальні завдання
Необхідне обладнання	Комп'ютер із загально вживаним програмним забезпеченням, доступ до Internet мережі.
Критерії оцінювання (ок-	Оцінювання проводиться упродовж семестру за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за такими видами робіт з наступним

ремо для кожного виду навчальної діяльності)

співвідношенням:

- Практичні заняття: 32% семестрових балів, максимальна кількість балів – 32.
- самостійна робота: 18% семестрових балів, максимальна кількість балів – 18.
- підсумкова контрольна робота (письмова): 50% семестрових балів, максимальна кількість балів – 50.

Підсумкова максимальна кількість балів 100.

Академічна доброчесність: очікується, що роботи студентів будуть оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Списування та втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в написанні завдань є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману. Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.

Відвідування занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та лабораторні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів робіт, передбачених курсом.

Література. Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.

Політика виставлення балів. Враховуються бали, набрані при поточному контролі та бали за виконання лабораторних робіт. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття, користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.

Оцінювання практичних занять: студенти виконують 7 практичних занять. Оцінювання включає ставлення студента під час проведення практичних занять в аудиторії та рівень компетенції при захисті звіту по виконаній роботі (0-2,5 бали за одну роботу). У підсумку, всі набрані бали множаться на коефіцієнт (1,067) для переведення у 32-ох бальну шкалу. У підсумку максимальна кількість балів студента за практичні заняття - 32. Бали оцінювання практичних занять нараховуються за наступним співвідношенням:

2.5 – студент в повному обсязі володіє навчальним матеріалом, має повне розуміння досліджуваної проблеми, надає правильні відповіді на запитання по темі, має свої ідейні міркування щодо реалізації даної проблеми ;

2.0 – студент достатньо розуміє розглянутий матеріал, демонструє робочі варіанти схем, встановлює різні функціональні режими з достатнім обґрунтуванням (або з несуттєвими недоліками);

1 – студент не достатньо розуміє приведені ним у звіті результати, вагається та надає неточні/неконкретні відповіді на запитання по темі, відсутні адекватні висновки;

0,5 – студент погано розуміє наведені у звіті результати, у більшості надає помилкові відповіді на питання по роботі, не здатний вибрати робочі режими схем;

0 - студент безвідповідально ставився до виконання роботи, пред-

ставлений ним звіт не відповідає вимогам, студент виявляє нульовий рівень компетентності та зовсім не засвоїв розглянутий матеріал.

Оцінювання самостійної роботи: студенти самостійно завершують виконання практичних. У підсумку максимальна кількість балів студента за самостійну роботу - 18.

Бали оцінювання домашнього завершення виконання практичних занять та написання звіту нараховуються за наступним співвідношенням:

2 – звіт цілком і повністю відображає індивідуальне завдання студента, містить правильні висновки, ілюстрований (за потреби) відповідними графіками і таблицями, які правильно відображають суть виконаного завдання, студент має повне розуміння розглянутої теми, надає правильні відповіді на запитання по темі, код програми функціонує відповідно до завдання;

1,5 – звіт в достатній мірі відображає індивідуальне завдання студента, містить допустимі висновки, ілюстрований (за потреби) відповідними графіками і таблицями, які частково відображають суть виконаного завдання, студент достатньо розуміє принципи написаного ним коду програми, присутні неточності та незначні помилки у відповідях на запитання по темі, код програми функціонує відповідно до завдання;

1 – звіт містить загальні формулювання завдання, висновки нечіткі, необхідні ілюстрації чи таблиці відсутні, студент не досить добре розуміє розглянутий матеріал та представлений код програми, надає неточні/неконкретні відповіді на запитання по темі;

0,5 – звіт не містить формулювання завдання, висновки необґрунтовані чи неповні, необхідні ілюстрації чи таблиці відсутні, студент погано розуміє розглянутий матеріал та представлений код програми, студент в більшості надає помилкові відповіді на питання по темі, код програми не функціонує належним чином;

0 - звіт відсутній/не відповідає темі, студент зовсім не засвоїв розглянутий матеріал, написаний ним код програми не відповідає темі/не функціонує взагалі.

Оцінювання контрольної роботи (5 задач, 10 балів за кожную, але не більше 50 балів за контрольну роботу) — за результатами написаних студентом письмових відповідей.

Бали оцінювання кожного завдання нараховуються за наступним співвідношенням:

10-8 - розглянута тема відтворюється в повному обсязі, правильно, обґрунтовано, логічно, містить аналіз і систематизацію, аргументовані висновки. Засвідчено глибоке володіння матеріалом. . Можуть бути присутні несуттєві описки та невідповідності;

7-5 - відтворюється значна частина розглянутої теми. Виявлено знання і розуміння основних положень навчальної дисципліни, проте присутні неточності та/або невідповідності основній темі. Приклади використання теоретичного матеріалу відсутні;

4-5 - відстежується загальне розуміння розглянутої теми. Виявлені множинні неточності та невідповідності, пояснення наведених формул відсутні чи частково помилкові;

3-2 – студент погано розуміє розглянуту тему. Виявлені суттєві неточності та невідповідності. Наведені факти майже не відповідають темі;

1-0 – студент взагалі не розуміє розглянуту тему. Тему не розкрито, кількість викладеного матеріалу не відповідає загальним нормам. Наведені приклади не стосуються теми.

Критерії оцінювання результатів неформальної освіти:

Нарахування балів відбувається за публікацію студентом тез доповідей на

	конференціях, наукових статей, за участь студента у діяльності наукових гуртків, семінарів, круглих столів, конкурсів, участь у заходах неформальної освіти, за отримання сертифікатів про проходження навчання на різних освітніх платформах (Coursera, Prometheus тощо). Кількість балів визначається відсотком покриття результатів відповідної активності до вимог результатів навчання з навчальної дисципліни.
Питання до заліку чи екзамену.	Вектор-функції скалярного аргумента та їх властивості. Поняття кривої. Криві Пеано та Коха. Способи задання кривих. Дотична пряма. Вектор швидкості. Довжина дуги кривої. Натуральний параметр. Вектор кривини. Кривина кривої. Геометричний зміст кривини. Обчислення кривини. Скрут кривої. Геометричний зміст скруту. Обчислення скруту. Тригранник Френе. Формули Френе. Натуральні рівняння кривої. Основна теорема теорії кривих. Поняття поверхні. Дотична площина. Перша квадратична форма поверхні. Внутрішня геометрія поверхні. Кривина кривої на поверхні. Друга квадратична форма поверхні. Нормальна кривина поверхні. Класифікація точок поверхні. Головні напрямки і головні кривини. Формули Ейлера. Теорема Егредіум Гауса. Геодезійні. Екстремальна властивість геодезійних. Напівгеодезійна параметризація поверхнонь. Поверхні сталої гаусової кривини. Поняття тензора Обчислення коваріантних похідних
Опитування	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.

Схема курсу

Тиж.	Тема, план, короткі тези	Форма діяльності (заняття)	Література	Завдан-ня, год.	Термін виконан-ня
1	Тема 1. Вектор-функції скалярного аргумента та їх властивості. Поняття кривої. Криві Пеано та Коха. Способи задання кривих.	лекція, самостійна робота	[1-6, 10-20]	2 3.5	1 тиждень
2	Тема 2. Дотична пряма. Вектор швидкості. Довжина дуги кривої. Натуральний параметр.	лекція, самостійна робота.	[1-6, 10-20]	2 3.5	1 тиждень
2	Тема 1-2. Вектор-функції скалярного аргумента та їх властивості. Поняття кривої. Криві Пеано та Коха. Способи задання кривих. Дотична пряма. Вектор швидкості. Довжина дуги кривої. Натуральний пара-	практичне заняття	[7-9, 15]	2	2 тижні

	метр.				
3	Тема 3. Вектор кривини. Кривина кривої. Геометричний зміст кривини. Обчислення кривини.	лекція, самостійна робота	[1-6, 10-20]	2 3.5	1 тиждень
4	Тема 4. Скрут кривої. Геометричний зміст скруту. Обчислення скруту.	лекція, самостійна робота	[1-6, 10-20]	2 3.5	1 тиждень
4	Тема 3-4. Вектор кривини. Кривина кривої. Геометричний зміст кривини. Обчислення кривини. Скрут кривої. Геометричний зміст скруту. Обчислення скруту.	практичне заняття	[7-9, 14]	2	2 тижні
5	Тема 5. Тригранник Френе. Формули Френе.	лекція, самостійна робота	[1-6, 10-20]	2 3.5	1 тиждень
6	Тема 6. Натуральні рівняння кривої. Основна теорема теорії кривих.	лекція, самостійна робота	[1-6, 10-20]	2 3.5	1 тиждень
6	Тема 5-6. Тригранник Френе. Формули Френе. Натуральні рівняння кривої. Основна теорема теорії кривих.	практичне заняття	[7-9, 14]	2	2 тижні
7	Тема 7. Поняття поверхні. Дотична площина.	лекція, самостійна робота	[1-6, 10-20]	2 3.5	1 тиждень
8	Тема 8. Перша квадратична форма поверхні. Внутрішня геометрія поверхні.	лекція, самостійна робота	[1-6, 10-20]	2 3.5	1 тиждень
8	Тема 7-8. Поняття поверхні. Дотична площина. Перша квадратична форма поверхні. Внутрішня геометрія поверхні.	практичне заняття	[7-9, 14]	2	2 тижні
9	Тема 9. Кривина кривої на поверхні.	лекція, самостійна робота	[1-6, 10-20]	2 3.5	1 тиждень
10	Тема 10. Друга квадратична форма поверхні.	лекція, самостійна робота	[1-6, 10-20]	2 3.5	1 тиждень
10	Тема 9-10. Кривина кривої на поверхні. Друга квадратична форма поверхні.	практичне заняття	[7-9, 14]	2	2 тижні
11	Тема 11. Нормальна кривина поверхні. Класифікація точок поверхні.	лекція, самостійна робота	[1-6, 10-20]	2 3.5	1 тиждень
12	Тема 12. Головні напрямки і головні кривини. Формули Ейлера. Индекатриса Дюпена	лекція, самостійна робота	[1-6, 10-20]	2 3.5	1 тиждень
12	Тема 11-12. Нормальна кривина поверхні. Класифікація точок поверхні. Головні напрямки і головні кривини. Формули Ейлера. Индекатриса Дюпена	практичне заняття	[7-9, 14]	2	2 тижні
13	Тема 13. Головні напрямки і головні кривини. Формули Ейлера.	лекція, самостійна робота	[1-6, 10-20]	2 3.5	1 тиждень

		робота			
14	Тема 14. Теорема Егрегіум Гауса. Геодезійні. Екстремальна властивість геодезійних. Напівгеодезійна параметризація поверхонь. Поверхні сталої гаусової кривини	лекція, самостійна робота	[1-6, 10-20]	2 4	1 тиждень
14	Тема 13-14. Головні напрямки і головні кривини. Формули Ейлера. Теорема Егрегіум Гауса.	практичне заняття	[7-9, 14]	4	2 тижні
15	Тема 15.. Поняття тензора	лекція, самостійна робота	[1-6, 10-20]	2 4	1 тиждень
16	Тема 16.. Обчислення коваріантних похідних	лекція, самостійна робота.	[1-6, 10-20]	2 3.5	1 тиждень
16	Контрольна робота	практичне заняття	[1-20]	2	