

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Львівський національний університет імені Івана Франка**  
**Механіко-математичний факультет**  
**Кафедра теорії функцій і функціонального аналізу**

**Затверджено**

На засіданні  
кафедри теорії функцій і  
функціонального аналізу  
механіко-математичного факультету  
Львівського національного  
університету імені Івана Франка  
(протокол № 1 від 27.08 2020 р.)

В.о. завідувача кафедри Скасків О.Б.



**Силабус з навчальної дисципліни**  
**“Комплексний аналіз”,**  
**що викладається в межах ОПІ “Статистичний аналіз даних”**  
**першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів з**  
**спеціальності 112 – статистика**

**Львів 2020 р.**

<b>Назва дисципліни</b>	Комплексний аналіз
<b>Адреса викладання дисципліни</b>	Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка м. Львів, вул. Університетська 1
<b>Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна</b>	Механіко-математичний факультету Кафедра теорії функцій і функціонального аналізу
<b>Галузь знань, шифр та назва спеціальності</b>	11 – математика і статистика 112 – статистика
<b>Викладачі дисципліни</b>	Скасків Олег Богданович, в.о. завідувача кафедри теорії функцій і функціонального аналізу Трухан Юрій Степанович, доцент кафедри теорії функцій і функціонального аналізу
<b>Контактна інформація викладачів</b>	<a href="mailto:olskask@gmail.com">olskask@gmail.com</a> , <a href="mailto:oleh.skaskiv@lnu.edu.ua">oleh.skaskiv@lnu.edu.ua</a> , <a href="mailto:yurkotrukhan@gmail.com">yurkotrukhan@gmail.com</a> , <a href="mailto:yuriy.trukhan@lnu.edu.ua">yuriy.trukhan@lnu.edu.ua</a> Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 373. м. Львів, вул. Університетська, 1
<b>Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються</b>	Консультації в день проведення лекцій (за попередньою домовленістю).
<b>Інформація про дисципліну</b>	Курс комплексного аналізу заключний з циклу університетських курсів математичного аналізу. Математичний аналіз у дійсній області в основному вивчає неперервно диференційовані функції на інтервалі. Відповідно, комплексний аналіз вивчає функції, які мають неперервну похідну в певній області комплексної площини - так звані аналітичні функції. Цей клас функцій значно вужчий за клас функцій, що мають неперервну похідну на інтервалі, і тому аналітичні функції мають багато добрих і важливих властивостей, яких не мають функції в дійсній області. З іншого боку, клас аналітичних функцій настільки широкий, що має численні застосування як в інших розділах математики (алгебра, диференціальні рівняння, рівняння частинних похідних, теорія спеціальних функцій, математичний аналіз, теорія чисел, спектральний аналіз), так і безпосередньо в природничих науках (радіофізика, радіотехніка, радіоелектроніка, теорія потенціалу, теорія

	конденсаторів, теорія поля, теоретична фізика, квантова механіка, аеродинаміка, гідродинаміка). Опанування курсу комплексного аналізу дає змогу студентам успішно працювати з будь-якою монографією з комплексного аналізу та його застосувань в різноманітних областях математики та природничих дисциплін. Курс комплексного аналізу включає в себе відповідний практикум, що дає змогу студентам опанувати основні прийоми та методи теорії аналітичних функцій і набути необхідних навиків для практичного застосування теоретичного матеріалу.
<b>Коротка анотація дисципліни</b>	Дисципліна “Комплексний аналіз” є основною дисципліною з спеціальності 112 – статистика для освітньої програми “Статистичний аналіз даних”, яка викладається в 6-му семестрі в обсязі 3-ох кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
<b>Мета та цілі дисципліни</b>	Мета вивчення основної дисципліни “Комплексний аналіз” – навчити студентів застосовувати засоби теорії лишків та теорії узагальнених степеневих рядів у інших розділах математики, зокрема в теорії ймовірностей
<b>Література для вивчення дисципліни</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Гольдберг А.А., Шеремета М.М., Заболоцький М.В, Скасків О.Б. Комплексний аналіз. Львів, Афіша, 2002</li> <li>2. Комплексний аналіз. Приклади і задачі: Навчальний посібник. – За редакцією В.Г. Самойленка. – К.: ВПЦ «Київський університет», 2010.</li> <li>3. <a href="#">Shastri A.R. Basic complex analysis of one variable, 2010.</a></li> <li>4. <a href="#">Narasimhan R., Nievergelt Y. Complex Analysis in One Variable</a> Second Edition. – Boston, Basel, Berlin: Birkhäuser, 2020.</li> </ol>
<b>Обсяг курсу</b>	Загальний обсяг: 90 години. Аудиторних занять: 48 год., з них 32 год. лекційних та 16 годин практичних занять. Самостійної роботи: 42 год.
<b>Очікувані результати навчання</b>	У результаті вивчення даного курсу студент буде <b>знати</b> : поняття моногенності та аналітичності функції комплексної змінної, умови Коші-Рімана, геометричний зміст модуля та аргумента похідної, елементарні конформні відображення, інтегральні теореми Коші, інтегральна формула Коші, критерій аналітичності в термінах первісної, теореми Морери та Гурса, зв'язок між гармонійними та аналітичними функціями, теорему Вейерштрасса про ряди аналітичних функцій, теорему Лорана, теорема Тейлора, теорема про канонічне зображення функції в околі її нуля та її наслідки, типи ізольованих особливих точок однозначного характеру, теорему Сохоцького-Казароті, означення та формули для обчислення лишків, основну теорему про лишки, принцип аргументу, теорему Руше.

**ВМІТИ:**

знаходити точки моногенності та аналітичності функцій, знаходити інтеграли від функції комплексної змінної, розвивати аналітичні у крузі функції в узагальнений степеневий ряд, знаходити множину збіжності узагальнених степеневих рядів, застосовувати теорію лишків до обчислення інтегралів.

В результаті засвоєння матеріалу даного курсу студент набуде таких

**загальних (ЗК) і спеціальних (фахових) (СК) компетентностей:**

ЗК-1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ЗК-2. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

ЗК-3. Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності.

ЗК-8. Здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел.

ЗК-10. Здатність працювати в команді.

ЗК-11. Здатність до професійного спілкування з представниками інших професійних груп різного рівня (з експертами в інших галузях знань).

СК-1. Здатність застосовувати у професійній діяльності знання та навички в галузях математичного аналізу, лінійної алгебри, геометрії, логіки, теорії функцій, диференціальних рівнянь.

СК-2. Здатність застосовувати у професійній діяльності знання та навички в галузях теорії ймовірностей, математичної статистики, теорії випадкових процесів.

СК-3. Здатність здійснювати логічні математичні міркування із чітким зазначенням припущень та висновків.

СК-4. Здатність до математичного формулювання задач та вибору методів їх розв'язання.

СК-5. Здатність до кількісно-статистичного мислення.

СК-6. Здатність до ймовірнісного мислення, що передбачає сприйняття стохастичної природи явищ.

СК-7. Здатність робити якісні висновки з кількісних даних.

СК-10. Здатність проводити дослідження ймовірнісно-статистичних моделей та інтерпретувати одержані результати.

СК-12. Здатність застосовувати ймовірнісно-статистичні методи в міждисциплінарному контексті.

СК-14. Здатність до аналізу основ і властивостей статистичних алгоритмів та розуміння переваг і обмежень тих чи інших підходів, у тому числі до оцінки їх обґрунтованості й ефективності.

СК-15. Здатність аналізувати основи і властивості базових економічних та фінансових структур, інтерпретувати показники фінансової діяльності, користуватися методами оптимального

	<p>керування економічних та природних процесів.</p> <p>СК-16. Здатність застосовувати у професійній діяльності знання та навички з машинного навчання, обробки зображень і природної мови.</p> <p>СК-17. Здатність моделювати та пояснювати дані просторових і часових вибірок за допомогою знань і навичок з регресійного аналізу.</p> <p>і здобуде такі <b>результати навчання (РН)</b>:</p> <p>РН-5. Володіти базовими знаннями та вміннями з фундаментальних розділів математики: математичного аналізу, алгебри, аналітичної геометрії, диференціальних рівнянь, у тому числі в частинних похідних.</p> <p>РН-15. Володіти математичними та статистичними методами аналізу, прогнозування та оцінки параметрів математичних моделей, статистичними методами інтерпретації та обробки числових даних.</p> <p>РН-17. Знати методи моделювання природничих та/або соціальних процесів.</p>
<p><b>Ключові слова</b></p>	<p>Комплексні числа, сфера Рімана, моногенність, аналітичність, умови Коші-Рімана, конформні відображення, інтегральні теореми Коші, інтегральна формула Коші, гармонійна функція, теорема Лорана, голоморфна функція, ізольовані особливі точки однозначного характеру, усувна особлива точка, полюс, істотно особлива точка, лишки.</p>
<p><b>Формат курсу</b></p>	<p>Очний. Проведення лекцій, практичних занять і консультацій.</p>
<p><b>Теми</b></p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Комплексні числа, послідовності та ряди комплексних чисел. Функції, криві, області. Нескінченно віддалена точка і сфера Рімана.</li> <li>2. Поняття моногенності та аналітичності функції. Умови Коші-Рімана. Геометричний зміст модуля та аргумента похідної. Конформні відображення.</li> <li>3. Визначений інтеграл та його властивості.</li> <li>4. Інтегральні теореми Коші. Інтеграл типу Коші. Інтегральна формула Коші.</li> <li>5. Первісна та багатовална первісна. Критерій аналітичності в термінах первісної.</li> <li>6. Теореми про усунення відрізка, Морери та Гурса. Зв'язок між гармонійними та аналітичними функціями.</li> <li>7. Функціональні ряди. Рівномірна збіжність. Теорема Вейерштрасса про ряди аналітичних функцій.</li> <li>8. Степеневі ряди.</li> <li>9. Узагальнені степеневі ряди. Теорема Лорана. Теорема Тейлора. Голоморфні функції.</li> <li>10. Нулі аналітичних функцій. Теорема про нуль нескінченного порядку.</li> </ol>

	<p>11. Теорема про канонічне зображення функції в околі її нуля та її наслідки.</p> <p>12. Ізольовані особливі точки однозначного характеру. Усувна особлива точка. Полюс.</p> <p>13. Істотно особлива точка. Теорема Сохоцького-Казароті.</p> <p>14. Означення та формули для обчислення лишків. Основна теорема про лишки.</p> <p>15. Застосування теорії лишків до обчислення інтегралів.</p> <p>16. Принцип аргументу. Теорема Руше.</p>
<b>Підсумковий контроль, форма</b>	Іспит
<b>Пререквізити</b>	Для вивчення даного курсу студенти потрібні базові знання з курсу математичного аналізу.
<b>Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу</b>	Презентації, лекції, індивідуальні завдання.
<b>Необхідне обладнання</b>	Аудиторія обладнана дошкою та засобами написання для аудиторних занять.
<b>Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)</b>	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за таким співвідношенням:</p> <p>практичні модульні контрольні роботи: 30% семестрової оцінки, максимальна кількість балів 30.</p> <p>теоретичні колоквиуми : 20% семестрової оцінки, максимальна кількість балів 20.</p> <p>екзамен: 50% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 50</p> <p>Підсумкова максимальна кількість балів 100.</p> <p><b>Академічна доброчесність:</b> Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p><b>Відвідання занять</b> є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та практичні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку</p>

студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів письмових робіт та індивідуальних завдань, передбачених курсом.

**Література.** Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.

**Політика виставлення балів.** Враховуються бали набрані при поточному тестуванні, самостійній роботі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються активність студента під час практичного заняття; недопустимість запізнь на заняття; недопустимість користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; недопустимість списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.

Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.

**Оцінювання колоквиуму та підсумкового тестування** (завдання з тематики кожного змістового модуля) відбувається шляхом оцінки письмових відповідей студента на поставлені запитання.

Відсотки нарахування балів оцінювання відповіді на кожне запитання нараховуються за наступним співвідношенням:

75-100% – тема відтворюється в повному обсязі, правильно, обґрунтовано, логічно;

50-75% – відтворюється значна частина розглянутої теми, проте присутні неточності та/або невідповідності;

25-50% – виявлено множинні неточності та невідповідності, пояснення відсутні чи частково помилкові;

0-25% – тему майже не розкрито, кількість викладеного матеріалу не відповідає загальним нормам обраного виду роботи.

#### **Критерії оцінювання результатів неформальної освіти:**

Нарахування балів відбувається за публікацію студентом тез доповідей на конференціях, наукових статей, за участь студента у діяльності наукових гуртків, семінарів, круглих столів, конкурсів, участь у заходах неформальної освіти, за отримання сертифікатів про проходження навчання на різних освітніх платформах (Coursera, Prometheus тощо), курсах провідних ІТ компаній за тематикою навчальної дисципліни. Кількість балів визначається відсотком покриття результатів відповідної активності до вимог результатів навчання з навчальної дисципліни

<b>Питання до екзамену.</b>	На іспит виносяться усі теми курсу (див. пункт Теми).
<b>Опитування</b>	Протягом навчання студенти можуть висловити свої зауваження і побажання до курсу.

**Схема курсу “Комплексний аналіз” для студентів спеціальності 112 - Статистика**

Тижні	Лекційний курс		Практичні заняття		К-сть год СР	Література
	Назва теми	К-сть год	Назва теми	К-сть год		
1	2	3	4	5	6	7
1	Комплексні числа, послідовності та ряди комплексних чисел. Функції, криві, області. Нескінченно віддалена точка і сфера Рімана.	2	Дійсна та уявна частини, модуль та аргумент комплексного числа. Криві, області. Послідовності, ряди.	2	3	[1-4], Сайт курсу
2	Поняття моногенності та аналітичності функції. Умови Коші-Рімана. Геометричний зміст модуля та аргумента похідної. Конформні відображення.	2			2	[1-4], Сайт курсу
3	Визначений інтеграл та його властивості.	2	Конформні відображення.	2	3	[1-4], Сайт курсу
4	Інтегральні теореми Коші. Інтеграл типу Коші. Інтегральна формула Коші.	2			2	[1-4], Сайт курсу
5	Первісна та багатовзначна первісна. Критерій аналітичності в термінах первісної.	2	Інтегрування. Інтегральні формули Коші	2	3	[1-4] Сайт курсу
6	Теореми про усунення відрізка, Морери та Гурса. Зв'язок між гармонійними та аналітичними функціями.	2			2	[1-4], Сайт курсу
7	Функціональні ряди. Рівномірна збіжність. Теорема Вейерштрасса про ряди аналітичних функцій.	2	Функціональні ряди	2	3	[1-3], Сайт курсу
8	Степеневі ряди.	2			2	[1-3], Сайт курсу
9	Узагальнені степеневі ряди. Теорема Лорана. Теорема Тейлора. Голоморфні функції. Проведення колоквіуму.	2	Узагальнені степеневі ряди	2	3	[1-3], Сайт курсу
10	Нулі аналітичних функцій. Теорема про нуль нескінченного порядку.	2	.		2	[1-3], Сайт курсу
11	Теорема про канонічне зображення функції в околі її нуля та її наслідки.	2	Нулі аналітичних функцій.	2	4	[1-3], Сайт курсу
12	Ізольовані особливі точки однозначного характеру. Усувна особлива точка. Полюс.	2			3	[1-3], Сайт курсу
13	Істотно особлива точка.	2	Ізольовані особливі точки	2	4	[1-3],



	<b>Теорема Сохоцького-Казароті.</b>					Сайт курсу
14	<b>Означення та формули для обчислення лишків. Основна теорема про лишки.</b>	2			3	[1-3], Сайт курсу
15	<b>Застосування теорії лишків до обчислення інтегралів. Принцип аргументу. Теорема Руше.</b>	2	<b>Знаходження лишків. Застосування теорії лишків</b>	2	3	[1-3], Сайт курсу
16	<b>Проведення контрольної роботи</b>	2				[1]-[4], Сайт курсу
	<b>Разом</b>	<b>32</b>		<b>16</b>	<b>42</b>	
	Викладач: <b>Скасків О.Б.</b>		Викладач: <b>Трухан Ю.С.</b>			