**ЛЬВІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ІВАНА ФРАНКА**

Механіко-математичний факультет

Кафедра механіки

# Пояснювальна записка

до кваліфікаційної (дипломної) роботи

бакалавр

(освітньо-кваліфікаційний рівень)

на тему

Залишкова міцність рейки з поверхневою тріщиною в її головці і дії корозивного середовища

Виконав: студент IV курсу,
група МТП-41,
спеціальність 113 Прикладна математика
спеціалізація Математичне моделювання та комп'ютерна механіка

*Мисак О.П.*

Керівник *проф. Андрейків О.Є.*

Рецензент Проф., д.т.н. Звірко О.
Зав. відділу діагностики корозійно-водневої деградації матеріалів ФМІ ім. Г.В. Карпенка НАНУ

Львів - 2023

*ЛЬВІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ імені ІВАНА ФРАНКА*

Факультет механіко-математичний
Кафедра механіки
Освітньо-кваліфікаційний рівень бакалавр
Спеціальність **113 прикладна математика**
(шифр і назва)
Спеціалізація Математичне моделювання та комп'ютерна механіка

**«ЗАТВЕРДЖУЮ»**
**Завідувач кафедри механіки**
проф. Андрейків О.Є.
"23" лютого 2023 року

# З А В Д А Н Н Я

## НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ (ДИПЛОМНУ) РОБОТУ СТУДЕНТУ

Мисику Олександру Петровичу
(прізвище, ім'я, по батькові)

1.Тема роботи Залишкова міцність рейки з поперечною тріщиною в її основі і дії корозивного середовища

керівник роботи Андрейків О.Є., проф.
(прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)

затверджені Вченою радою факультету від "22" лютого 2023 року № 7

2. Строк подання студентом роботи 12 червня 2023 року

3. Вихідні дані до роботи Andreikiv O.E. Determination of the residual service life of a torsion bar under the influence of corrosive media / O.E. Andreikiv, I.Ye. Dolinska, S.V. Nastasyak, M.S. Shefer // Materials Science. -2022. -57. -P. 633-639.

4. Зміст розрахунково-пояснювальної записки (перелік питань, які потрібно розробити) Вступ; Дефекти залізничних рейок; Руйнування матеріалів за одноразового статичного навантаження; Залишкова міцність рейки з тріщиною в її основі і дії корозивного середовища; Висновок; Список літератури.

5. Перелік графічного матеріалу (з точним зазначенням обов'язкових креслень)

6. Консультанти розділів роботи

| Розділ | Прізвище, ініціали та посада консультанта | Підпис, дата | |
|---|---|---|---|
| | | завдання видав | завдання прийняв |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |

7. Дата видачі завдання _____

## КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

| № з/п | Назва етапів кваліфікаційної (дипломної) роботи | Строк виконання етапів роботи | Примітка |
|---|---|---|---|
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |

**Студент** _____ ( підпис ) Мисак О.П. (прізвище та ініціали)

**Керівник роботи** _____ (підпис ) Андрейків О.Б. (прізвище та ініціали)

## Зміст

Вступ ….....3
Розділ 1. Дефекти залізничних рейок…….....4
Розділ 2. Руйнування матеріалів за одноразового статичного навантаження……...11
Розділ 3. Залишкова міцність рейки з тріщиною в її головці і дії корозивного середовища……16
Висновок.....22
Список літератури.....23

# ВСТУП

Зазвичай рейки використовують при високих навантаженнях у промисловості, перевезенні по них чималих вантажів, тощо. Тому необхідно чітко знати потенціал та залишкову міцність рейок, щоб мати гарантії, щодо тривалого, без аварійного використання. При утворенні дефектів на стадії термообробки чи експлуатації рейки, для її використання потрібно визначати залишкову міцність і довговічність. У такому випадку, використання рейки з тріщиною буде актуальним і безпечним.

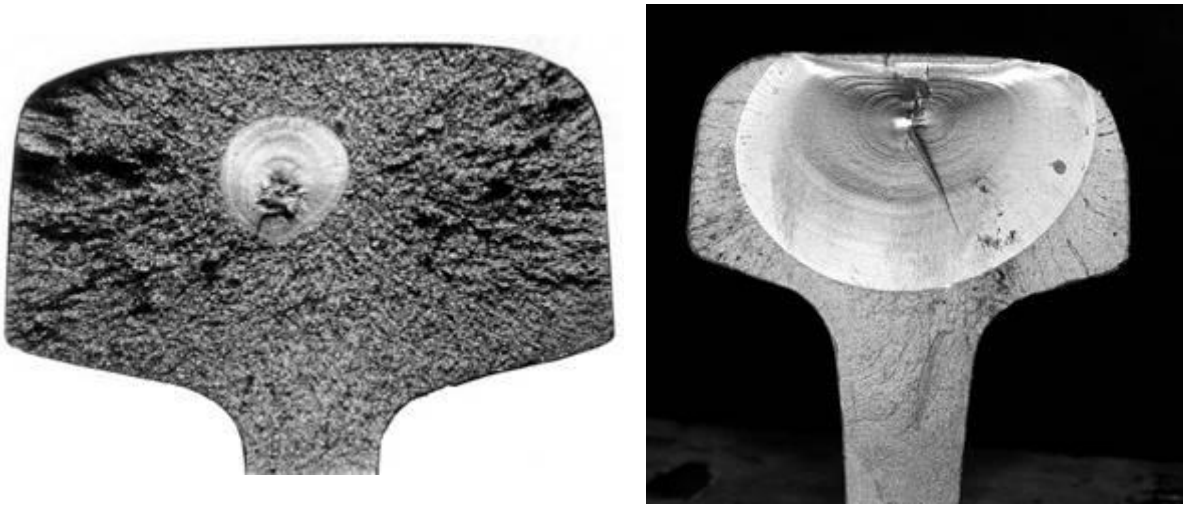
Тому метою даної дипломної роботи є визначення залишкової міцності і довговічності рейки з тріщиною в її головці за дії довготривалого статичного згину і агресивного корозивного середовища. Для досягнення мети роботи побудовано розрахункову модель для визначення періоду докритичного росту поверхневої тріщини в головці рейки за дії довготривалого згину і впливу корозійного середовища. Розрахункова модель це диференціальне рівняння в силових параметрах коефіцієнта інтенсивності напружень, яке описує ріст тріщини з початковою і кінцевою умовами. Застосовуючи метод граничної інтерполяції визначено наближено значення коефіцієнта інтенсивності напружень для крайової тріщини в головці рейки.

# РОЗДІЛ 1. ДЕФЕКТИ ЗАЛІЗНИЧНИХ РЕЙОК

Розглянемо деякі поширені типи дефектів залізничної рейки, що виникають під час її експлуатації [1].

**Поперечні тріщини в голівці рейки у вигляді світлої або темної плями,** викликані внутрішніми вадами виготовлення рейок (флокенів, газовими бульбашками, засмічення, великими скупченнями неметалевих включень).

У фокусах тріщин спостерігаються металургійні дефекти (рис. 1.1), навколо них поперечні втомні тріщини з характерними втомними кільцями; решта – зона крихкого руйнування при доламі.



*а* *б*

Рис. 1.1. Вид поверхні зламу після доламу рейок на пресі (всі дефекти виявлені ультразвуковою дефектоскопією).

*Основні причини виникнення*: основною причиною утворення таких тріщин є флокени, які зазвичай розташовуються на глибині понад 10 мм від поверхні. Флокеном називається зернистий надрив, від якого під дією навантаження від залізничного рухомого складу радіально розвивається втомна тріщина.

Втомні тріщини також розвиваються від газових бульбашок, неметалевих включень і різко вираженої ліквації (нерівномірного по перетину розподілу

хімічних елементів, які входять до складу сталі). Якщо поперечна тріщина не вийшла на поверхню головки, то в місці зламу є світла пляма (сталь не окислена), якщо ж вийшла, то – темна пляма. При своєму розвитку до розміру, що перевищує критичний (14-16 мм по висоті або 25-30% поперечного перерізу головки при температурі вище -20°С і від 15% при температурі нижче -20°С) поперечні тріщини можуть призвести до зламу всієї рейки.

*Спосіб виявлення і характерні ознаки*: ультразвукова дефектоскопія.

*Спосіб усунення несправності*: рейка з поперечною тріщиною в голівці є гостродефектною і підлягає заміні без зволікання.

Для підтвердження причини виникнення дефекту з рейки повинна бути вирізана проба довжиною (1,2 + 0,1) м з дефектом посередині і випробувана на гідропресі до зламу для розкриття дефекту. Уламки проби з дефектом і цифрова фотографія зламу, або проба без випробувань повинні бути відправлені в акредитовану лабораторію для розкриття дефекту і виконання металографічного дослідження.

При підтвердженні наявності флокенів, газових бульбашок та ін. всі рейки даної плавки підлягають вилученню з експлуатації.

**Поперечні тріщини в головці через порушення технології зварювання рейок і обробки зварних стиків.**

*Основні причини виникнення*: наявність не проварів, неметалевих включень, пор, раковин, тріщин в головці рейки в місці зварювання (рис. 1.2) через порушення режимів зварювання, наявність ділянок недопустимої мікроструктури через порушення режимів термічної обробки зварного стику.

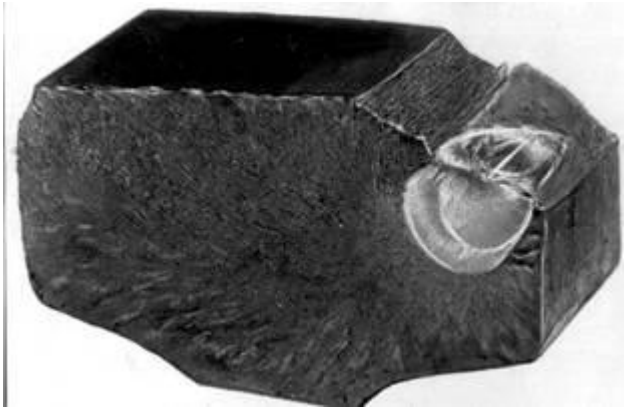
Рис. 1.2. Вид поверхні зламу після розкриття тріщини.

Від зародженого дефекту розвивається поперечна втомна тріщина, що має світлу поверхню (якщо тріщина не вийшла на поверхню рейки) або темну поверхню (якщо тріщина вийшла на поверхню рейки і піддалася корозії). При грубих порушеннях технології зварювання спостерігаються крихкі руйнування.

*Спосіб виявлення і характерні ознаки*: зовнішній огляд. Контроль зварних стиків проводиться відповідно до діючої технологічної інструкції по ультразвуковому контролю зварних стиків рейок на рейкозварювальних підприємствах та в дорозі, а також правилами контролю стиків алюмінотермітним зварюванням рейок в колії.

*Спосіб усунення несправності*: рейка з поперечною тріщиною в головці у місці зварювання є гостродефектною і підлягає заміні без зволікання.

**Поперечні втомні тріщини в головці у вигляді світлої або темної плями,** що виникли від внутрішньої або зовнішньої поздовжньої тріщини, які утворилася внаслідок недостатньої контактно-втомної міцності металу.



*а* *б*

Рис. 1.3. Вид зламу після розкриття внутрішньої поздовжньої і поперечної тріщин (*а*) та вид зламу після розкриття тріщини контактної втоми, що виникла від поверхні, від однієї з неглибоких поверхневих паралельних тріщин контактної втоми, яка поглиблюється в міру свого розвитку (*б*).

Джерелом первинної контактно-втомної внутрішньої поздовжньої тріщини є витягнуте уздовж рейки у вигляді рядка-доріжки скупчення неметалічних включень (видно на рис. 1.3, *а* як світлу лінію вздовж рейки в середині внутрішньої поздовжньої тріщини). Навколо рядкового скупчення неметалічних включень видно характерні кільця контактно-втомного підростання тріщини. Від краю внутрішньої поздовжньої тріщини розвинулася поперечна контактно-втомна тріщина (рис. 1.3, *а*).

На рис. 1.3, *б* зображена поперечна контактно-втомна тріщина, що розвинулася від краю поздовжньої тріщини.

*Основні причини виникнення*: початком утворення дефекту є виникнення внутрішньої поздовжньої тріщини від скупчень неметалічних включень, витягнутих при прокатці у вигляді рядків-доріжок, або поздовжньої тріщини

від поверхні рейки. Розвиток поздовжньої тріщини призводить або до викришування металу, або до утворення поперечної тріщини.

При своєму розвитку до розміру, що перевищує критичний (14–16 мм по висоті або 25-30% площі поперечного перерізу головки при температурі вище -20°С і від 15% при температурі нижче мінус 20°С) поперечні тріщини можуть призвести до зламу всієї рейки.

*Спосіб виявлення і характерні ознаки*: зовнішній огляд, ультразвукова дефектоскопія.

*Спосіб усунення несправності*: рейки з виявленими в них поперечними тріщинами незалежно від їх розміру є гостродефектними і підлягають заміні без зволікання.

**Поперечні злами через утворення поперечної тріщини в голівці внаслідок боксування і юза.**

*Основні причини виникнення*: в результаті механічних та термомеханічних пошкоджень можуть утворитися концентратори механічних напружень, які можуть спричинити утворення втомних тріщин та призвести до зламу всієї рейки (рис. 1.4). При зниженні температури експлуатації ймовірність зламу зростає.

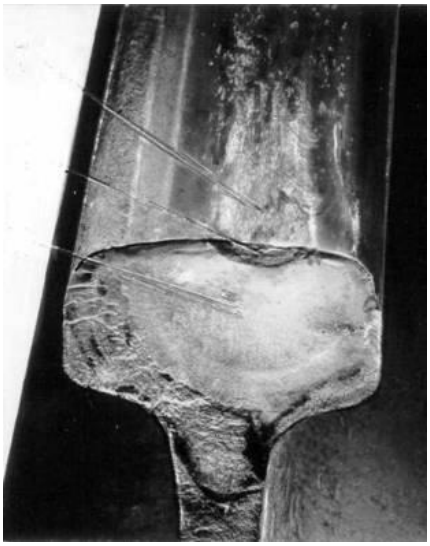


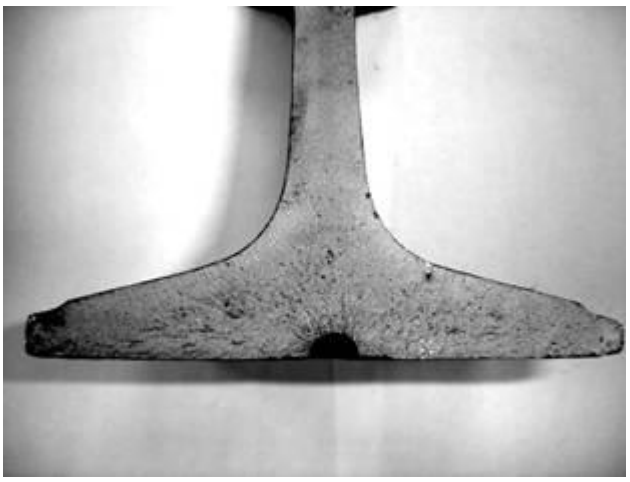
Рис. 1.4. Злам рейки під час експлуатації через поперечну втомну тріщину, яка виникла від термомеханічного пошкодження рейки.

*Спосіб виявлення*: зовнішній огляд, ультразвукова дефектоскопія.

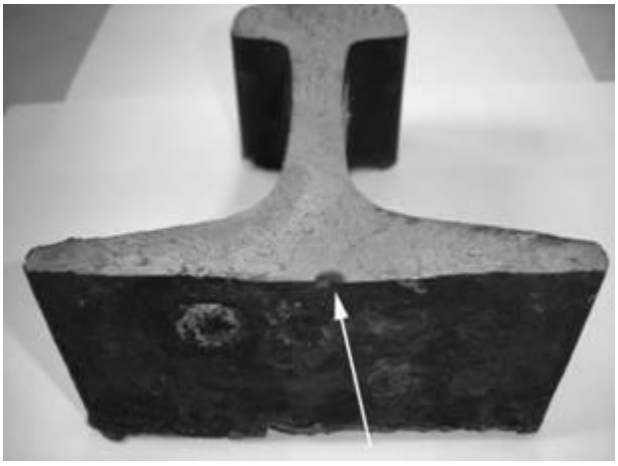
*Спосіб усунення несправності*: рейка є гостродефектна і підлягає заміні без зволікання.

**Поперечні корозійно-втомні тріщини в підошві рейки.**

*Основні причини виникнення*: в результаті корозійної втоми, що виникає при тривалому зволоженні нижньої поверхні підошви в зоні контакту з підрейковою прокладкою в поєднанні з високим рівнем робочих напружень від вигину і кручення, а також високим рівнем розтягуючих залишкових напружень в підошві рейки утворюються поперечні тріщини корозійної втоми (рис. 1.5). Форма тріщин – напівкругла, глибина від 1,0 до 10,0 мм і більше. При своєму розвитку після досягнення критичного розміру тріщина може призвести до повного зламу рейки. Зламу від невеликих за розміром тріщин корозійної втоми сприяє зниження температури експлуатації.

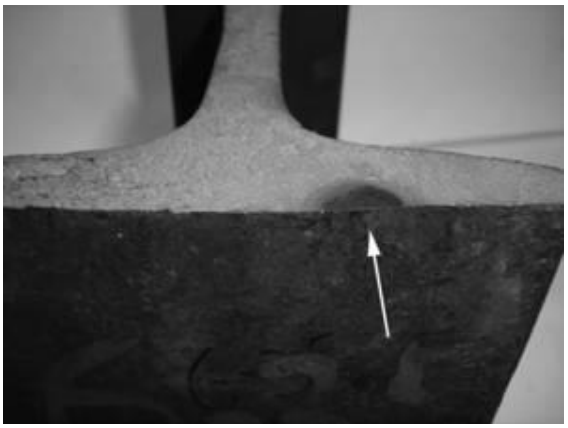


*а*



*б*

*в*



*г*

Рис. 1.5. Вид поверхонь поперечного зламу через корозійно-втомні тріщини в підошві рейки після розкриття тріщиноподібних дефектів.

*Спосіб виявлення*: дефектоскопія.

*Спосіб усунення несправності*: рейка з поперечною корозійно-втомною тріщиною в підошві є гостродефектна і підлягає заміні без зволікання. Необхідна більш ретельна перевірка інших рейок на даній ділянці.

# РОЗДІЛ 2. РУЙНУВАННЯ МАТЕРІАЛІВ ЗА ОДНОРАЗОВОГО СТАТИЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

## 2.1. Силовий підхід у механіці руйнування.

Незважаючи на те, що історично першим критерієм механіки руйнування був енергетичний критерій Гріффітса, в інженерних застосуваннях широкого поширення набули силові підходи, пов'язані з використанням введеного Ірвіном поняття коефіцієнта інтенсивності напружень (КІН) [2, 3]. Опис руйнування з цих позицій відрізняється відносною простотою і ясністю, оскільки виключається застосування таких характеристик, які важко визначати експериментально (дійсна поверхнева енергія, робота локальної пластичної деформації, які фігурують в інших підходах і критеріях). Послідовна реалізація силового підходу призвела до створення досить строгої і завершеної теорії лінійної механіки руйнування, що є хорошою основою для аналізу крихкого руйнування матеріалів.

У розрахунках на міцність елементів конструкцій і споруд з тріщинами кінцевим результатом є дослідження розподілу напружень і деформацій, які виникають в них під дією прикладених навантажень. Особливо цікавою є область в безпосередній близькості до вершини тріщини. В рамках лінійної механіки руйнування, враховуючи модель ідеально пружного тіла, яка представляє тріщину у вигляді розрізу нульової товщини, поверхні якого вільні від напружень, розглянута задача зводиться до крайової задачі теорії пружності.

Для ідеально пружного тіла напружено-деформований стан, який виникає під дією навантаження $p$ біля фронту тріщини розміру $l$, повністю описується КІН $K_{\mathrm{I}}$, $K_{\mathrm{II}}$, $K_{\mathrm{III}}$. Ці величини якраз і лежать в основі силових критеріїв лінійної механіки руйнування. У даному випадку критеріальне рівняння буде містити параметри $K_{\mathrm{I}}$, $K_{\mathrm{II}}$, $K_{\mathrm{III}}$, а також деякі константи матеріалу , тобто його можна записати так

$$F(K_I, K_{II}, K_{III}, C_i) = 0 \quad (i = 1,2,2). \qquad (2.1)$$

Співвідношення (2.1) описує в координатах ($K_{\mathrm{I}}$, $K_{\mathrm{II}}$, $K_{\mathrm{III}}$) деяку граничну для матеріалу поверхню, за досягнення якої тріщина переходить із стійкого у нестійкий стан (починає поширюватись). Вперше силовий критерій типу (2.1) був запропонований Дж. Р. Ірвіном для визначення старту поширення тріщини у деформованому твердому тілі під дією квазістатичного навантаження, виходячи з концепції граничних значень КІН. Він полягає в тому, що тріщина нормального відриву ($K_{\mathrm{I}} \neq 0$; $K_{\mathrm{II}} = K_{\mathrm{III}} = 0$) зростає за умови $K_{\mathrm{I}}^* = K_{\mathrm{I}}(p_*,l)$, тобто $K_{\mathrm{I}}(p,l)$ для $p = p_*$ в окремій точці контуру дорівнює деякій (постійній для матеріалу) величині $K_{\mathrm{IC}}$ (або для тонких пластин $K_{\mathrm{C}}$) – характеристиці статичної тріщиностійкості матеріалів, що визначається експериментально. Іншими словами тріщина починає поширюватись в тому випадку, якщо коефіцієнт інтенсивності напружень досягає критичного для даного матеріалу значення. Цей критерій записують так

$$K_I^* = K_I(p_*,l) = K_{IC}, \qquad (2.2)$$

де $p^*$ – граничне значення прикладеного навантаження $p$.

Таким чином, силовий критерій Ірвіна (2.2) виконується для квазі крихких тіл із тріщинами, коли характерний розмір зони передруйнування значно менший за характерний розмір макротріщини, тобто виконується умова автомодельності (умови автомодельності – математичні співвідношення, які визначають розміри тіла і тріщини, для забезпечення правдивості використання даних критеріїв). Він дає змогу спростити складні розрахунки швидкості вивільнення пружної енергії, справжньої поверхневої енергії, роботи локальної пластичної деформації, які фігурують в інших підходах і критеріях.

Математичні співвідношення умов автомодельності для даного критерію разом із критерієм руйнування становлять замкнуту розрахункову модель для визначення гранично рівноважного стану тіл із тріщинами.

Аналогічно, як і у критерії Ірвіна, умову старту тріщини за поперечного зсуву ($K_I = K_{III} = 0$) можна подати так

$$K^*_{II} = K_{IIC} \quad (K^*_{II} = K_{IIC}(p_*, l)), \tag{2.3}$$

а за поздовжнього зсуву ($K_I = K_{II} = 0$) її запишемо як

$$K^*_{III} = K_{IIIC} \quad (K^*_{III} = K_{IIIC}(p_*, l)) \tag{2.4}$$

Принципова відмінність величин, розташованих у лівій та правій частинах критеріальних співвідношень (2.1)–(2.4) полягає у тому, що $K_I$, $K_{II}$, $K_{III}$ відображають геометричну форму тіла з тріщиною та умови його навантаження, а $K_{IC}$, $K_{IIC}$, $K_{IIIC}$ – характеристики матеріалу, які за аналогією з межами текучості та міцності, залишковим видовженням тощо відображають цілком визначену властивість матеріалу – здатність чинити опір поширенню в ньому тріщин (власне тріщиностійкість).

## 2.2. Метод граничної інтерполяції для визначення коефіцієнтів інтенсивності напружень у тілах з тріщинами.

Під час написання цього підрозділу були використані матеріали, опубліковані в працях [2, 3].

Розглянемо крихке тіло, ослаблене системою $m$ тріщин і піддане дії зовнішніх зусиль, точки прикладання яких достатньо віддалені від контурів тріщин. Нехай конфігурація тіла і геометричне розміщення тріщин характеризуються лінійними параметрами $a_1,\ldots, a_n$, а геометрична конфігурація кожної тріщини – параметрами $b_1,\ldots, b_z$. Приймаємо параметри $a_j\, a_j$ такими, що при $a_j \to \infty$ ($j = 1, 2,\ldots n$) отримуємо необмежене тіло, ослаблене однією тріщиною обраної конфігурації $b_i\, b_i$.

У крихкому тілі визначення граничної рівноваги зводиться до обчислення коефіцієнтів інтенсивності напружень $K_I$, $K_{II}$, $K_{III}$. Тому представлений тут

метод полягає в способі ефективного визначення коефіцієнтів інтенсивності напружень для тіл з тріщинами.

На підставі П-теореми про розмірності величини $K_{\mathrm{I}}^{(i)}$, $K_{\mathrm{II}}^{(i)}$, $K_{\mathrm{III}}^{(i)}$ в точках контуру тріщини конфігурації $b_j\, b_j$ можна представити у вигляді

$$\begin{cases} K_{\mathrm{I}}^{(i)} = K_{\mathrm{I}\infty}^{(i)} \Omega_i^{(1)} \left(\lambda_1^{(1)},...,\lambda_n^{(1)},...,\lambda_1^{(2)},...,\lambda_1^{(z)}\right), \\ K_{\mathrm{II}}^{(i)} = K_{\mathrm{II}\infty}^{(i)} \Omega_i^{(2)} \left(\lambda_1^{(1)},...,\lambda_n^{(1)},...,\lambda_1^{(2)},...,\lambda_1^{(z)}\right), \\ K_{\mathrm{III}}^{(i)} = K_{\mathrm{III}\infty}^{(i)} \Omega_i^{(3)} \left(\lambda_1^{(1)},...,\lambda_n^{(1)},...,\lambda_1^{(2)},...,\lambda_1^{(z)}\right), \end{cases} \tag{2.5}$$

$K_{\mathrm{I}\infty}^{(i)}$, $K_{\mathrm{II}\infty}^{(i)}$, $K_{\mathrm{III}\infty}^{(i)}$ – коефіцієнти $K_{\mathrm{I}}^{(i)}$, $K_{\mathrm{II}}^{(i)}$, $K_{\mathrm{III}}^{(i)}$ у випадку необмеженого тіла із тріщиною конфігурації $b_i$ за аналогічного навантаження тіла; $\lambda_j^{(i)} = \dfrac{b_i}{a_j}$ – безрозмірні параметри; функції $\Omega_i^{(k)}\left(\lambda_1^{(1)},...,\lambda_n^{(1)},...,\lambda_1^{(2)},...,\lambda_1^{(z)}\right)$ ($k$ = 1, 2, 3) вважаються неперервними та неперервно диференційованими.

Якщо число параметрів $n + m > 2$, то задачу називають багатопараметричною, якщо $n = m = 1$ – однопараметричною.

*Розв'язок однопараметричних задач.* Нехай конфігурація тіла характеризується одним лінійним параметром $a$, а розмір наявної в ньому тріщини – лінійним параметром $b$. В цьому випадку задача граничної рівноваги тіла з тріщиною описується двома лінійними параметрами або одним безрозмірним параметром $\Lambda = \dfrac{b}{a} < 1$ і буде однопараметричною.

КІН в околі контуру тріщини записуються в наступному вигляді:

$$K_{\mathrm{I}} = \sigma_{\text{н}} \alpha_1', \; K_{\mathrm{II}} = \tau_{1\text{н}} \alpha_2', \; K_{\mathrm{III}} = \tau_{2\text{н}} \alpha_3', \tag{2.6}$$

де $\sigma_{\text{н}}$, $\tau_{1\text{н}}$, $\tau_{2\text{н}}$, – номінальні напруження, обчислені для даного випадку на підставі відомих формул опору матеріалів; $\alpha_1'$, $\alpha_2'$, $\alpha_3'$ – геометричні частини коефіцієнтів, що залежать від форми елементу конструкції і типу напруженого стану.

Коефіцієнти $K_{\mathrm{I}}$, $K_{\mathrm{II}}$, $K_{\mathrm{III}}$ вичисляємо, узагальнюючи на випадок задач теорії тріщин інтерполяційний метод Нейбера. При цьому розглядаємо два граничні випадки:

а) необмежене тіло з тріщиною заданої конфігурації $b$, коли $\Lambda \to 0$ $(a \to \infty)$, а коефіцієнти визначаються формулами

$$K_{\mathrm{I}}^{(0)} = \sigma_{\text{н}}^{(0)}\alpha_1^{(0)},\ K_{\mathrm{II}}^{(0)} = \tau_{1\text{н}}^{(0)}\alpha_2^{(0)},\ K_{\mathrm{III}}^{(0)} = \tau_{2\text{н}}^{(0)}\alpha_3^{(0)}; \tag{2.7}$$

б) тіло конфігурації $a$ з тріщиною, розмір якої наближається до розміру поперечного перетину тіла $\Lambda \to 1$, а коефіцієнти $K_{\mathrm{I}}^{(1)}$, $K_{\mathrm{II}}^{(1)}$, $K_{\mathrm{III}}^{(1)}$ обчислюються за формулами

$$K_{\mathrm{I}}^{(1)} = \sigma_{\text{н}}^{(1)}\alpha_1^{(1)},\ K_{\mathrm{II}}^{(1)} = \tau_{1\text{н}}^{(1)}\alpha_2^{(1)},\ K_{\mathrm{III}}^{(1)} = \tau_{2\text{н}}^{(1)}\alpha_3^{(1)}. \tag{2.8}$$

Аналогічно Нейберу геометричні частини величин $K_{\mathrm{I}}$, $K_{\mathrm{II}}$, $K_{\mathrm{III}}$ для довільного значення параметра $\Lambda$ визначаються так:

$$\alpha_1' = \frac{\alpha_1^{(0)}\alpha_1^{(1)}}{\sqrt{\left(\alpha_1^{(0)}\right)^2 + \left(\alpha_1^{(1)}\right)^2}};\quad \alpha_2' = \frac{\alpha_2^{(0)}\alpha_2^{(1)}}{\sqrt{\left(\alpha_2^{(0)}\right)^2 + \left(\alpha_2^{(1)}\right)^2}};\quad \alpha_3' = \frac{\alpha_3^{(0)}\alpha_3^{(1)}}{\sqrt{\left(\alpha_3^{(0)}\right)^2 + \left(\alpha_3^{(1)}\right)^2}} \tag{2.9}$$

При цьому номінальні напруження $\sigma_{\text{н}}$, $\tau_{i\text{н}}$ ($i$ = 1,2) ($i$ = 1,2) обчислюються за інтерполяційними формулами

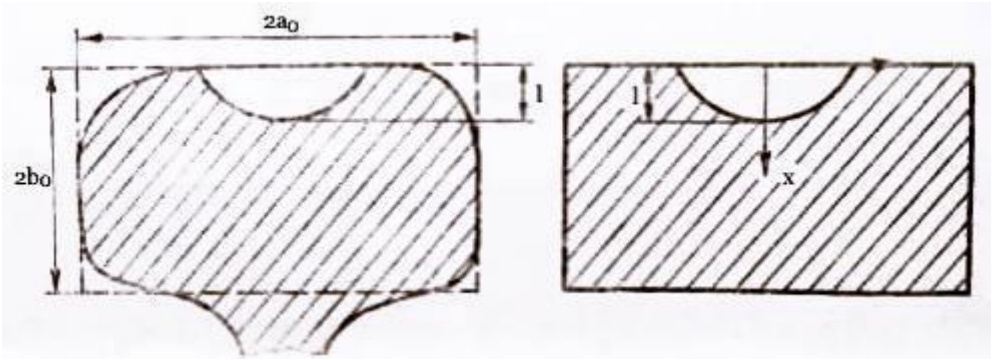
$$\begin{aligned}
\sigma_{\text{н}}^{z} &= \left(\sigma_{\text{н}}^{(0)}\right)^{z} + \left(\sigma_{\text{н}}^{(1)}\right)^{z} - \left(\sigma_{\text{н}}^{(1)}\right)^{z}_{\Lambda=0,}\\
\tau_{1\text{н}}^{z} &= \left(\tau_{1\text{н}}^{(0)}\right)^{z} + \left(\tau_{1\text{н}}^{(1)}\right)^{z} - \left(\tau_{1\text{н}}^{(1)}\right)^{z}_{\Lambda=0,}\\
\tau_{2\text{н}}^{z} &= \left(\tau_{2\text{н}}^{(0)}\right)^{z} + \left(\tau_{2\text{н}}^{(1)}\right)^{z} - \left(\tau_{2\text{н}}^{(1)}\right)^{z}_{\Lambda=0.}
\end{aligned} \tag{2.10}$$

Як показують експериментальні дані, найкращі наближення будуть при $m$ = 0,5.

Таким чином, якщо відомі величини $\alpha_1^{(i)}$, $\alpha_2^{(i)}$, $\alpha_3^{(i)}$, $\sigma_{\text{н}}^{(i)}$ і $\tau_{j\text{н}}^{(i)}$ для відповідних граничних випадків, то розв’язок задачі дається формулами (2.6), (2.9) і (2.10).

# РОЗДІЛ 3. ЗАЛИШКОВА МІЦНІСТЬ РЕЙКИ З ТРІЩИНОЮ В ЇЇ ГОЛОВЦІ І ДІЇ КОРОЗИВНОГО СЕРЕДОВИЩА

Як показано в розділі 1 достатньо розповсюдженим експлуатаційним пошкодженням рейки є крайові поперечні тріщини. Вони виходять безпосередньо на верхню грань рейки (рис. 3.1). Походження дефектів найчастіше пов'язане з похибкою режиму термообробки. Такі пошкодження називаються тріщинами закалки. Також дефекти з'являються при механічних пошкодженнях поверхні ковзання в умовах експлуатації. Вважається, що в результаті експлуатації така рейка знаходиться під дією довготривалого статичного згину та корозивного середовища. Під дією зовнішнього силового фактора і агресивного середовища тріщина розвиватиметься і досягне свого граничного розміру, що кінцево призведе до руйнування рейки. Тому виникає задача в оцінці залишкової міцності та довговічності такої рейки з тріщиною за дії довготривалого статичного навантаження і корозивного середовища.




а) б)

Рис. 3.1. Переріз рейки з крайовою тріщиною у головці а) та її розрахункова схема б).

Для розв'язання даної задачі побудуємо розрахункову модель поширення

крайової корозійно-механічної тріщини в головці рейки. В праці [4] на основі балансу енергетичних складових і роботи зовнішніх сил та балансу швидкостей зміни цих складових отримано диференціальне рівняння для визначення кінетики і швидкості поширення корозійно-механічної тріщини у вигляді

$$V = \frac{dS}{dt} = \alpha_1 \frac{\int_L [\delta_t(\xi,0) - \xi_0] d\xi}{\delta_{CC} - \left| \int_L \delta_t(\xi,0) d\xi \right|^{-1} \int_L \delta_t^2(\xi,0) d\xi}. \qquad (3.1)$$

де $\alpha_1$ – характеристика матеріалу, яку визначають із експерименту, $\delta_t$ – розкриття у вершині тріщини; $\delta_{CC}$ – його критичне значення за корозійного руйнування; $L$ – контур тріщини; $\xi$ – біжуча координата вздовж контуру тріщини; $S$ – площа тріщини.

Застосуємо це рівняння до розв'язку вище поставленої задачі. При цьому використаємо метод еквівалентних площ, згідно якого швидкість зміни площі рухомої тріщини розглядуваної конфігурації наближено така, як для півколової тріщини радіуса $l$ однакової площі, і в кожній точці контуру тріщини швидкість її поширення однакова. В такому випадку для макротріщини рівняння (3.1) набуде вигляду

$$\frac{dl}{dt} = \alpha_1 \cdot \frac{K_{\mathrm{I}}^2(l) - K_{scc}^2}{K_{\mathrm{I}C}^2 - K_{\mathrm{I}}^2(l)}, \qquad (3.2)$$

з початковою і кінцевою умовами

$$t = 0, \quad l(0) = l_0, \quad t = t_*, \quad l(t_*) = l_*, \quad K_{\mathrm{I}}(l_*) = K_{\mathrm{I}C}. \qquad (3.3)$$

Тут $K_{scc}, K_{\mathrm{I}C}$ – нижнє і верхнє порогові значення на кінетичній діаграмі корозійно-механічного руйнування.

Розв'язок математичної задачі (3.2), (3.3) дасть змогу визначити залишкову довговічність $t_*$ рейки. Щоб застосовувати модель (3.2), (3.3) потрібно визначити коефіцієнт інтенсивності напружень для заданої конфігурації тріщини і геометрії рейки.

Обчислимо величину коефіцієнту інтенсивності напруження у вершині такої тріщини при дії зовнішньої нагрузки на рейку, що еквівалентна згинальному моменту *M*. З ціллю спрощення задачі замінимо переріз рейки на переріз і будемо вважати, що наявність тріщини не впливає на перерозподіл напружень у шийці та підошви рейки. Якому випадку вихідна задача зводиться до знаходження $K_I$ для балки прямокутного січення $2a_o x 2b_0$ з крайовою тріщиною, до берегів якої прикладені нормальні напруження, що змінюються по закону:

$$\sigma(x) = \frac{M}{W_r} - \frac{M}{I} x \quad \frac{M}{W_r} - \frac{M}{I} x \tag{3.4}$$

де $W_r$ – момент супротиву по верху головки, *I* – момент інерції відносно горизонтальної осі. Вибрана схема забезпечує еквівалентний розподіл напружень зовнішніх навантажень в місці дефекту, точно дає змогу вирахувати вплив конфігурації головки рейки на величину коефіцієнту інтенсивності напруження.

Для наближеного розв'язку модельної задачі використаємо метод граничної інтерполяції. Допускаємо, що для малих тріщин ($\varepsilon_1 = l/2b_o \to 0$), їх форма наближена до напівеліпса з відношенням півосей 3/2, оскільки при такій конфігурації досягається постійна величина $K_I$ [5] у всіх точках контура тріщини, таким чином, забезпечуються умови для її постійного росту.

В такому випадку, використаємо рішення задачі розтягу напівпростору з крайовою півеліпсоїдною тріщиною, отримуємо:

$$K_I = \frac{M}{W_r}\sqrt{\pi l}0{,}80 \quad K_I = \frac{M}{W_r}\sqrt{\pi l}0{,}80 \tag{3.5}$$

і відповідно:

$$\sigma^{(0)} = \frac{M}{W_r}, \quad \alpha_0 = 2{,}01\sqrt{b_0}\sqrt{\varepsilon_1}. \tag{3.6}$$

У другому граничному випадку, коли ε→1 і контур тріщини наближається до нижньої грані головки, коефіцієнт інтенсивності напруження $K_I^{(1)}$ буде таким як для півпростору з напівнескінченною тріщиною і перешийком довжини $2b_0$-$l$ , при еквівалентному навантаженні.

Отже [6],

$$K_I^{(1)} = 0{,}537\frac{P_\infty}{\sqrt{(2b-l)}} + 4{,}329\frac{M_\infty}{(2b_0-l)^{\frac{3}{2}}} \tag{3.7}$$

де $P_\infty$, $M_\infty$ – відповідно нормальне зусилля та згинальний момент, що передається через перешийок. Знаходячи величини $P_\infty$ та $M_\infty$ з умов рівноваги:

$$P_\infty = \int_0^{2b_0} \sigma(x)dx = \left(\frac{M}{W_r} - \frac{M}{I}b_0\right)2b_0$$
$$M_\infty = \int_0^{2b_0} \sigma(x)(2b_0 - x)dx = \left(\frac{M}{W_r} - \frac{2}{3}\frac{M}{I}b_0\right)2b_0^2 \tag{3.8}$$

Отримуємо, на основі (3.7) :

$$K_I^{(1)} = \frac{M}{W_r}\sqrt{b_0}\left\{\left(3{,}82 - 2{,}80\frac{W_r b_0}{I}\right) - 0{,}76\left(1 - \frac{W_r b_0}{I}\right)\varepsilon_1\right\}\frac{1}{(1-\varepsilon_1)^{\frac{3}{2}}} \tag{3.9}$$

або ж, розділяючи силову та геометричну частини КІН:

$$\alpha_1 = \sqrt{b_0}\sqrt{1-\varepsilon_1}\frac{3{,}82 - 2{,}80\frac{W_r b_0}{I} - 0{,}76\left(1 - \frac{W_r b_0}{I}\right)\varepsilon_1}{\left(4 - 3\frac{W_r b_0}{I}\right) - \left(1 - \frac{W_r b_0}{I}\right)\varepsilon_1} \tag{3.10}$$

Визначимо коефіцієнт інтенсивності напружень для наступних параметрів задачі: $W_r$ = 359 см$^3$, $I$ = 3548 см$^4$, $2b_0$ = 41 мм, $b_0$ = 2.05 см. Далі застосуємо метод граничної інтерполяції для визначення коефіцієнта інтенсивності напружень, зокрема співвідношення (2.6), (2.9), (2.10). Згідно формули (2.9) і (2.10) отримаємо:

$$K_l = \frac{M}{W_r}\sqrt{b_0}F_2(\varepsilon_1), \quad (3.11)$$

де безрозмірна функція $F_2(\varepsilon_1)$ для рейки Р65 ($W_r = 359\text{см}^3, I = 3548\text{см}^4, 2b_0 = 41\text{мм}$) має вигляд:

$$F_2(\varepsilon_1) = 6{,}75\sqrt{\varepsilon_1}\left\{\frac{\sqrt{1-0.23\varepsilon_1}}{1-\varepsilon_1} - 0.33\right\} \times \left\{1 + 4{,}37\frac{\varepsilon_1}{1-\varepsilon_1}\left(\frac{1+0{,}24\varepsilon_1}{1-0{,}19\varepsilon_1}\right)^2\right\}^{-1/2}$$

Розв'яжемо задачу для конкретного випадку рейки типу Р65 (ГОСТ 8161-75). Для даного типу рейки константи матеріалу, що входять в рівняння (3.2) запишемо так: $K_{scc} = 3$ МПа$\sqrt{\text{м}}$, $K_{1C} = 35$ МПа$\sqrt{\text{м}}$, $\alpha_1 = 3 \cdot 10^{-4}$. Далі підставимо ці дані в рівняння (3.2) з урахування значення коефіцієнта інтенсивності напружень (3.11). Розв'язавши математичну задачу (3.2), (3.3) для $M$ = 0,0153 МН·м отримаємо залежність залишкової довговічності рейки від початкового розміру тріщини.

$$t_* = \frac{10^4}{3}\int_{\varepsilon_0}^{\varepsilon_{1k}}\left(1225 - 1696\varepsilon_1\left(\frac{\sqrt{1-0{,}23\varepsilon_1}}{1-\varepsilon_1} - 0{,}33\right)^2 \cdot \left(1 + \frac{4{,}37\varepsilon_1(1+0{,}24\varepsilon_1)^2}{(1-0{,}19\varepsilon_1)^2(1-\varepsilon_1)}\right)^{-1}\right) \times$$

$$\times\left(1696\varepsilon_1\left(\frac{\sqrt{1-0{,}23\varepsilon_1}}{1-\varepsilon_1} - 0{,}33\right)^2 \cdot \left(1 + \frac{4{,}37\varepsilon_1(1+0{,}24\varepsilon_1)^2}{(1-0{,}19\varepsilon_1)^2(1-\varepsilon_1)}\right)^{-1} - 9\right)^{-1} d\varepsilon_1 \qquad (3.13)$$

На основі отриманих результатів побудовано графічну залежність довговічності рейки від початкового розміру дефекту.

В співвідношенні (3.13) межі інтегрування – це початковий і критичний розмір тріщини. Вважається, що критичний розмір тріщини становить 30 відсотків поперечного перерізу головки рейки, що в даному випадку становить 0,61. На основі співвідношення (3.13) побудовано графічну залежність залишкової довговічності головки рейки від початкового розміру дефекту.

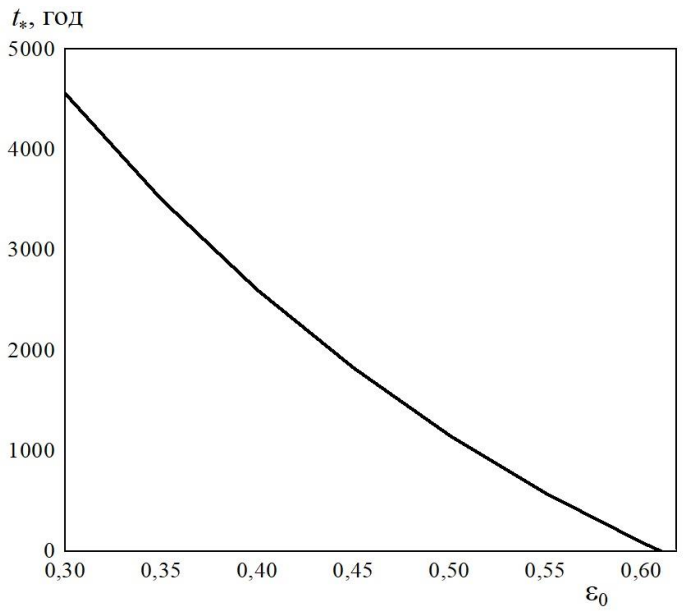



Рис. 3.2. Залежність граничної величини крутного моменту від величини початкового розміру дефекту.

Аналізуючи криву на рисунку бачимо, що збільшення початкового розміру поверхневої тріщини призводить до різкого зменшення залишкової довговічності.

# ВИСНОВКИ

1. Сформульовано математичну модель для оцінювання залишкової довговічності рейки з поверхневою тріщиною в умовах дії корозивного середовища.

2. Застосовуючи метод граничної інтерполяції побудовано формулу для визначення коефіцієнта інтенсивності напружень поверхневої тріщини в головці рейки.

3. На основі побудованої математичної моделі розраховано залишкову довговічність рейки типу Р65. При цьому встановлено, що збільшення початкового розміру поверхневої тріщини в головці рейки призводить до зменшення залишкової довговічності.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ


1. Класифікація дефектів рейок. URL: https://ukrmashservis.com.ua/ukraine/spravochnik/klasifikaciya-defektov-rels (дата звернення 23.03.23 р.)

2. Скальський В.Р. Основи механіки руйнування для зварювальників: навч. посіб. / Скальський В.Р., Божидарнік В.В., Долінська І.Я. – Луцьк, 2014. – 356 с.

3. Андрейків О.Є. Заповільнене руйнування матеріалів за локальної повзучості / Андрейків О.Є., Скальський В.Р., Долінська І.Я. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2017. – 400 с.

4. Andreikiv O.E. Determination of the residual service life of a torsion bar under the influence of corrosive media / O.E. Andreikiv, I.Ya. Dolinska, S.V. Nastasiak, M.S. Shefer // Materials Science. – 2022. – 57. – P. 633–639.

5. Stallybrass M.P. A semi-infinity crack perpendicular to the surface of an elastic half-plane / M.P. Stallybrass // Int. J. Eng. Sci. – 1971. – 9(1). – P. 133–150.