

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Львівський національний університет імені Івана Франка**  
**Факультет прикладної математики та інформатики**  
**Кафедра обчислювальної математики**

**Затверджено**

на засіданні  
кафедри обчислювальної математики  
факультету прикладної математики та  
інформатики  
Львівського національного університету  
імені Івана Франка  
(протокол № \_1\_ від \_29\_ серпня\_ 2023 р.)

Завідувач кафедри



Роман ХАПКО

**Силабус з навчальної дисципліни**  
**«Обчислювальна геометрія»,**  
**що викладається в межах першого (бакалаврського) рівня**  
**вищої освіти для здобувачів**  
**зі спеціальності 113 – Прикладна математика**

Львів 2023 р.

<b>Назва дисципліни</b>	Обчислювальна геометрія
<b>Адреса викладання дисципліни</b>	Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка м. Львів, вул. Університетська 1
<b>Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна</b>	Факультет прикладної математики та інформатики Кафедра обчислювальної математики
<b>Галузь знань, шифр та назва спеціальності</b>	11 Математика та статистика 113 Прикладна математика
<b>Викладачі дисципліни</b>	Гарасим Ярослав Степанович, старший викладач кафедри обчислювальної математики; Бешлей Андрій Володимирович, асистент кафедри обчислювальної математики;
<b>Контактна інформація викладачів</b>	<a href="mailto:jaroslav.harasym@lnu.edu.ua">jaroslav.harasym@lnu.edu.ua</a> ; <a href="https://ami.lnu.edu.ua/employee/harasym">https://ami.lnu.edu.ua/employee/harasym</a> ; <a href="mailto:andriy.beshley@lnu.edu.ua">andriy.beshley@lnu.edu.ua</a> ; <a href="https://ami.lnu.edu.ua/employee/beshley">https://ami.lnu.edu.ua/employee/beshley</a> ; Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 262. м. Львів, вул. Університетська, 1.
<b>Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються</b>	Консультації в день проведення лекцій/лабораторних занять (за попередньою домовленістю).
<b>Сторінка курсу</b>	<a href="https://ami.lnu.edu.ua/course/computational-geometry-applied-mathematics">https://ami.lnu.edu.ua/course/computational-geometry-applied-mathematics</a>
<b>Інформація про дисципліну</b>	Дисципліна «Обчислювальна геометрія» є дисципліною на вибір зі спеціальності 113 – прикладна математика, яка викладається в 7-му семестрі (6 кредитів ECTS).
<b>Коротка анотація дисципліни</b>	Курс включає певний об'єм лекційних та лабораторних занять, а також передбачає виконання студентами індивідуальних завдань у галузі обчислювальної геометрії та комп'ютерної графіки. Предметом вивчення є методи триангуляції різного типу областей, відповідний математичний апарат, побудова проєкції та перетворення координат. В процесі вивчення курсу здійснюється порівняльний аналіз різних методів створення проєкцій та зображень предметів з метою виявлення доцільності їх використання в кожному конкретному випадку.
<b>Мета та цілі дисципліни</b>	Метою вивчення дисципліни є ознайомлення зі сучасними методами комп'ютерної графіки.
<b>Література для вивчення дисципліни</b>	1. Berg M., Cheong O., Kreveld M., Overmars V. Computational Geometry / Mark de Berg, Otfried Cheong, Marc van Kreveld, Mark Overmars. - Springer, 2008. 2. Falconer K. Fractal Geometry. Mathematical Foundations and Applications / Kenneth Falconer. - John Wiley & Sons, 2003. 3. Faux I.D., Pratt M.J. Computational Geomentry for design and manufacture / I.D.Faux, M.J.Pratt. - New-York, John Wiley & Sons, 1980..

	<p>4. Gärtner B., Michael Hoffmann M. Computational Geometry / Bernd Gärtner, Michael Hoffmann. - 2013.</p> <p>5. McClure M. Fractal Geometry / Mark McClure. - 2011.</p> <p>6. Mount M. Computational Geometry / David M. Mount. - University of Maryland, 2021.</p> <p>7. Preparata F., Shamos M. Computational Geometry. An Introduction / Franco P. Preparata, Michael Ian Shamos. - New Yor, Springer, 2008.</p>
<b>Обсяг курсу</b>	Загальний обсяг: 180 годин. Аудиторних занять: 64 год., з них 32 год. лекційних та 32 години лабораторних робіт. Самостійної роботи: 116 год.
<b>Очікувані результати навчання</b>	<p>Після завершення цього курсу студент буде:</p> <p>Знати:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основні методи триангуляції полігонів;</li> <li>- способи побудови оптимальної триангуляціїх на основі принципів Делоне та комірок Діріхле;</li> <li>- методи побудови проєкцій та розрахунку координат об'єктів;</li> <li>- основи апроксимації поверхонь за допомогою сплайнів;</li> <li>- методи розрахунку контрольних точок.</li> </ul> <p>Вміти:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- застосовувати на практиці методи триангуляції областей при розв'язуванні різних прикладної математики;</li> <li>- програмно реалізувати візуалізацію об'єктів з врахуванням їх просторового розміщення.</li> </ul>
<b>Ключові слова</b>	Триангуляція, апроксимація, проєкція, перетворення координат, сплайни, обчислювальна геометрія.
<b>Формат курсу</b>	Очний. Проведення лекцій, лабораторних робіт і консультацій.
<b>Теми</b>	Подано нижче у таблиці Схема курсу «Обчислювальна геометрія»
<b>Підсумковий контроль, форма</b>	Залік.
<b>Пререквізити</b>	Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з <ul style="list-style-type: none"> <li>- Лінійної алгебри та аналітичної геометрії;</li> <li>- Чисельних методів лінійної алгебри;</li> <li>- Програмування.</li> </ul>
<b>Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу</b>	Презентації, лекції (лекція-розповідь, лекція-бесіда). Індивідуальні завдання.
<b>Необхідне обладнання</b>	Комп'ютер із програмним забезпеченням Python, C#, Visual Studio, Visual Studio Code, Java, IntelliJ IDEA; доступ до Internet мережі.

**Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)**

Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою.

Оцінка за шкалою ECTS		Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою		
			Екзамен, диференційований залік		залік
A	Відмінно	100 - 90	Відмінно	5	зараховано
B	Дуже добре	81- 89	Добре	4	
C	Добре	71 -80			
D	Задовільно	61 - 70	Задовільно	3	
E	Достатньо	51- 60			
FX (F)	Незадовільно	0 - 50	Незадовільно	2	не зараховано

Впродовж семестру студент може отримати 100 балів. З них:

- за виконання індивідуальних завдань: максимальна кількість – 80 балів (8 завдань по 10б); 80% семестрової оцінки;
- за написання тестів (20 балів: 2 практичних завдання по 10б.); 20% семестрової оцінки.

**Індивідуальні завдання:**

Кожен студент отримує задачу, яку потрібно запрограмувати, використовуючи один із розглянутих на лекціях методів. Всі завдання мають термін здачі.

**Критерії оцінювання індивідуальних завдань:**

10 балів	Критерії оцінювання
10 балів	студент повністю і вчасно виконав умови завдання, алгоритм реалізовано правильно, відповідає на всі запитання, пов'язані з тематикою завдання, проводить чіткий аналіз та порівняння отриманих результатів;
8 балів	студент повністю виконав умови завдання, на деякі запитання, алгоритм реалізовано правильно, пов'язані з тематикою завдання, відповідає з незначними неточностями, проводить аналіз отриманих результатів з незначними неточностями; завдання виконане із затримкою;
6 балів	студент виконав завдання з незначними помилками, але самостійно їх виправляє, якщо на них вкаже викладач, на деякі запитання, пов'язані з тематикою завдання, відповідає з неточностями, проводить аналіз отриманих результатів з неточностями; завдання виконане із затримкою;
4 бали	студент виконав завдання частково, алгоритм реалізовано з помилками, які частково може виправити, якщо на них вкаже викладач, на запитання відповідає з помилками, проводить аналіз отриманих результатів з помилками; завдання виконане із затримкою;
2 бали	студент виконав завдання частково або з грубими помилками, які самостійно не може виправити, переважно не відповідає на запитання;
0 балів	студент не виконав завдання.

**Тест.** Проводиться у письмовій формі (2 завдання по 10 балів кожне).

**Критерії оцінювання завдань на тест:**

<b>10 балів</b>	<b>Критерії оцінювання</b>
<b>10 балів</b>	студент правильно виконав завдання;
<b>7-9 бали</b>	студент виконав завдання з незначними помилками (на кінцевому етапі), але алгоритм розв'язування знає і вміє його застосовувати;
<b>3-6 балів</b>	студент виконав завдання з помилками, алгоритм виконання, в основному, знає; володіє навчальним матеріалом на достатньому рівні;
<b>1-2 бали</b>	студент виконав лише частину завдання або повністю, але зі значними помилками;
<b>0 балів</b>	студент не виконав завдання.

Підсумкова максимальна кількість балів 100.

**Академічна доброчесність:** Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.

**Відвідування занять** є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та лабораторні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів письмових робіт та індивідуальних завдань, передбачених курсом.

**Література.** Уся література, яку студенти не можуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.

**Політика виставлення балів.** Враховуються бали набрані за індивідуальні завдання та бали за тести. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час лабораторного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.

Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.

**Опитування**

Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.

## Схема курсу «Обчислювальна геометрія»

Тиж-день	Тема, план, короткі тези	Форма діяльності (заняття)	Література. Ресурси в інтернеті	Завдання, год.	Термін виконання
1	<b>Тема 1.</b> Об'єкт та предмет. Представлення полігонів. Огляд Google API.	лекція (2 год.)	[1, 4, 6]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень
	Реєстрація у Google клауді. Створення проекту, генерація ключів, підключення Google JavaScript API.	лабораторне заняття (2 год.)	[1, 4, 6]	Виконання завдання Програмування (4 год.)	1 тиждень
2	<b>Тема 2.</b> Триангуляція полігонів. Поняття монотонності полігона. Методи побудови.	лекція (2 год.)	[6, 7]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень
	Декомпозиція полігонів. Побудова монотонних полігонів. <i>Індивідуальне завдання №1.</i>	лабораторне заняття (2 год.)	[6, 7]	Виконання завдання № 1 (4 год.)	2 тижні
3	<b>Тема 3.</b> Способи обчислення площі полігона. Приналежності точки полігону. Перетин полігонів. Методи триангуляції полігонів.	лекція (2 год.)	[6, 7]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень
	Триангуляція полігонів. Обчислення площ. Перетин. Візуалізація з використанням Google JavaScript API. <i>Індивідуальне завдання №2.</i>	лабораторне заняття (2 год.)	[6, 7]	Виконання завдань № 1-2 (4 год.)	2 тижні
4	<b>Тема 4.</b> Триангуляція на основі масиву точок. Поняття випуклості та оптимальності. Жадібний алгоритм побудови.	лекція (2 год.)	[1, 4, 6, 7]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень
	Реалізація жадібного алгоритму. Графічна демонстрація. Переваги та недоліки. <i>Здача індивідуального завдання №1.</i>	лабораторне заняття (2 год.)	[1, 4, 6, 7]	Виконання завдань № 1-2 (4 год.)	1 тиждень
5	<b>Тема 5.</b> Умова Делоне. Теореми про суму кутів та радіуси кругів. Спражена задача. Комірка Діріхле. Разбиття Тиссена (діаграма Вороного).	лекція (2 год.)	[1, 4, 6, 7]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень

	Перебудова триангуляції. Операція фліпу. Методи перевірки умови Делоне. <i>Індивідуальне завдання №3. Здача індивідуального завдання №2.</i>	лабораторне заняття (2 год.)	[1, 4, 6, 7]	Виконання завдань № 2-3 (4 год.)	2 тижні
6	<b>Тема 6.</b> Ітераційні алгоритми побудови триангуляції Делоне. Методи прямої побудови, розділай та пануй.	лекція (2 год.)	[1, 4, 6, 7]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень
	Алгоритм простої ітерації. Алгоритм видаляй та будуй. Алгоритми злиття. <i>Індивідуальне завдання №4.</i>	лабораторне заняття (2 год.)	[1, 4, 6, 7]	Виконання завдань № 3-4 Програмування (4 год.)	1 тиждень
7	<b>Тема 7.</b> Фрактальний аналіз та геометрія. Фрактальна розмірність. Розмірність Гаусдорфа.	лекція (2 год.)	[2, 5]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень
	Фрактальна геометрія та її застосування. Визначення фрактальної розмірності. Візуалізація фракталів. <i>Здача індивідуального завдання №3.</i>	лабораторне заняття (2 год.)	[2, 5]	Виконання завдань № 3-4 (4 год.)	1 тиждень
8	<b>Тема 8.</b> Геометрія на площині. Відстань від початку координат до площини. Проекція точки на площину. Геометрія в просторі. Векторна алгебра. Основні поняття та співвідношення.	лекція (2 год.)	[1, 3, 6]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень
	Відстань до площини. Проекція об'єктів на площину. Програмна реалізація. <i>Здача індивідуального завдання №4.</i>	лабораторне заняття (2 год.)	[1, 3, 6]	Виконання завдання № 4 (4 год.)	1 тиждень
9	<b>Тема 9.</b> Перетворення координат об'єктів. Перетворення переносу, повороту відносно довільної осі. Матрична форма перетворень.	лекція (2 год.)	[1, 3, 6]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень
	Розрахунок координат об'єктів. Поворот та перенос. Програмна реалізація. <i>Індивідуальне завдання №5.</i>	лабораторне заняття (2 год.)	[1, 3, 6]	Виконання завдань № 4-5 Програмування (4 год.)	2 тижні
10	<b>Тема 10.</b> Перетворення об'єктів. Перетворення зміни масштабу об'єкта. Перетворення симетрії. Повздовжний зсув. Матрична форма перетворень.	лекція (2 год.)	[1, 3, 6]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень

	Перетворення симетрії та масштабування об'єктів. Програмна реалізація. <i>Індивідуальне завдання №6.</i>	лабораторне заняття (2 год.)	[1, 3, 6]	Виконання завдань № 5-6 Програмування (4 год.)	2 тижні
11	<b>Тема 11.</b> Аксонометричні проєкції та перетворення координат. Ізометрія та диметрія. Приклади застосування.	лекція (4 год.)	[1, 3, 6]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень
	Розрахунок Аксонометричних проєкцій. Інженерна графіка. <i>Здача індивідуального завдання №5.</i>	лабораторне заняття (2 год.)	[1, 3, 6]	Виконання завдань № 5-6 Програмування (4 год.)	1 тиждень
12	<b>Тема 12.</b> Проєкції об'єктів. Плоскі проєкції тривимірних об'єктів. Паралельні проєкції. Центральна проєкція.	лекція (2 год.)	[1, 3, 6]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень
	Програмна реалізація проєктивних відображень. Плоскопаралельна та центральна проєкції. <i>Індивідуальне завдання №7. Здача індивідуального завдання №6.</i>	лабораторне заняття (2 год.)	[1, 3, 6]	Виконання завдань № 6-7 Програмування (4 год.)	2 тижні
13	<b>Тема 13.</b> Однорідні координати. Зв'язок між декартовими і однорідними координатами. Структура матриці перетворень у системі однорідних координат.	лекція (4 год.)	[1, 3, 6]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень
	Проєктивні координати. Проєкція на площину. Розрахунок матриць перетворень. Програмна візуалізація. <i>Здача індивідуальних завдань.</i>	лабораторне заняття (2 год.)	[1, 3, 6]	Виконання завдання № 7 Програмування (4 год.)	1 тиждень
14	<b>Тема 14.</b> Кривизна кривої. Дотична до кривих. Інтерполяція сплайнами. Побудова В-сплайнів, їх властивості.	лекція (4 год.)	[1, 3]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень
	Побудови кривих за допомогою В-сплайнів. Параметрична форма. Програмна реалізація. <i>Індивідуальне завдання №8. Здача індивідуального завдання №7.</i>	лабораторне заняття (2 год.)	[1, 3]	Виконання завдань № 7-8 Програмування (4 год.)	2 тижні
15	<b>Тема 15.</b> Нормаль та бінормаль. Кривизна та кручення кривої у просторі. Формули Ферене-Серре.	лекція (4 год.)	[1, 3]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень



	Побудова просторових кривих та поверхонь. Кубічні криві у формі Безьє та Фергюсона. <i>Здача індивідуальних завдань.</i>	лабораторне заняття (2 год.)	[1, 3]	Виконання завдання № 8 Програмування (4 год.)	1 тиждень
<b>16</b>	<b>Тема 16.</b> Порції поверхні або кривої у формі Безьє та Фергюсона. Представлення поверхонь.	лекція (2 год.)	[1, 3]	Опрацювання лекційного матеріалу (3 год.)	1 тиждень
	<i>Здача індивідуальних завдань. Письмовий тест.</i>	лабораторне заняття (2 год.)	[1, 3]	Підготовка до тесту (8 год.)	під час заняття