

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Механіко-математичний факультет
Кафедра механіки

Затверджено

На засіданні кафедри механіки
механіко-математичного факультету
Львівського національного університету
імені Івана Франка
(протокол № 1 від 31.08.2023 р.)



Завідувач кафедри:

Олександр Андрейків
Олександр АНДРЕЙКІВ

Силабус з навчальної дисципліни
“Математичне моделювання механічних систем і процесів”,
що викладається в межах ОПП
«Математичне моделювання та комп’ютерна механіка»
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів з
спеціальності 113 Прикладна математика

Львів 2023

Назва дисципліни	Математичне моделювання механічних систем і процесів
Адреса викладання дисципліни	Головний корпус Львівського національного університету імені Івана Франка, вул. Університетська, 1, 79000, Львів
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Механіко-математичний факультет Кафедра механіки
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	Галузь знань: 11 Математика та статистика Спеціальність: 113 Прикладна математика
Викладачі дисципліни	Яджак Наталія Степанівна, доктор філософії, доцент кафедри механіки
Контактна інформація викладачів	nataliya.yadzhak@lnu.edu.ua https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/yadzhak-n-s
Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються	Консультації в день проведення лекцій/лабораторних занять (за попередньою домовленістю). Головний корпус Львівського національного університету імені Івана Франка, м. Львів, вул. Університетська, 1. Кафедра механіки, каб. 148.
Сторінка курсу	https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/matematychno-modeliuvannia-mekhanichnykh-system-i-protseviv-osvitnia-prohrama-matematychno-modeliuvannia-ta-komp-iuterna-mekhanika
Інформація про дисципліну	Дисципліна Математичне моделювання механічних систем і процесів є нормативною дисципліною зі спеціальності «Прикладна математика» для освітньої програми «Математичне моделювання та комп'ютерна механіка», яка викладається у 8 семестрі в обсязі 4 кредити (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
Коротка анотація дисципліни	Основним завданням при вивченні даного курсу є набуття студентами відповідних знань з кінематичного та кінетостатичного аналізу різного типу маніпуляторів та розроблення алгоритму для знаходження закону їх руху. Процес математичного моделювання включає: 1. встановлення закономірностей, наявних в реальному об'єкті, та побудові відповідної математичної моделі, що зводиться в математичному плані до встановлення рівнянь і залежностей; 2. аналіз відповідної моделі та отримання числових результатів, що, приводить до застосування числових методів; 3. аналіз числового матеріалу та співставлення з експериментальними даними; 4. вдосконалення моделі, якщо потрібно. Отже, в рамках більшості основних курсів і спецкурсів в області механіки деформівного твердого тіла студенти займаються математичним моделюванням, що відповідає його першому етапу.
Мета та цілі дисципліни	Метою вивчення нормативної дисципліни є формування у студентів теоретичних знань та практичних навичок, пов'язаних з побудовою математичної моделі для різного типу маніпуляторів. Цілі: навчитися розв'язувати пряму та обернену задачі про поло-

	ження ланок маніпулятора, знаходити швидкості та прискорення його точок, встановлення рівнянь його руху.
Література для вивчення дисципліни	<ol style="list-style-type: none"> 1. Marco Ceccarelli. Fundamentals of Mechanics of Robotic Manipulation. Second Edition. Springer Nature B.V. 2022. ISBN 978-3-030-90846-1. 2. Abhijit Mahapatra, Shibendu Shekhar Roy, Dilip Kumar Pratihari. Multi-body Dynamic Modeling of Multi-legged Robots. Springer Nature Singapore, 2020. ISBN 978-981-15-2952-8 3. Korganbay Sagnayevich Sholanov. Parallel Manipulators of Robots: Theory and Applications. Springer Nature Switzerland, 2021. ISBN 978-3-030-56072-0 4. Abhaya Pal Singh, Dipankar Deb, Himanshu Agrawal, Valentina E. Balas. Fractional Modeling and Controller Design of Robotic Manipulators With Hardware Validation. Springer Nature Switzerland, 2021. ISBN 978-3-030-58246-3. 5. Jörg Mareczek. Grundlagen der Roboter-Manipulatoren – Band. Modellbildung von Kinematik und Dynamik, Springer-Verlag GmbH Deutschland, 2020. ISBN 978-3-662-52758-0.
Обсяг курсу	Загальний обсяг: 120 годин. Аудиторних занять: 70 год., з них 28 години лекцій та 42 години лабораторних робіт. Самостійна робота: 50 год.
Очікувані результати навчання	<p>Після завершення цього курсу студент буде:</p> <p>Знати:</p> <ul style="list-style-type: none"> - основні співвідношення для визначення швидкостей та прискорень ланок маніпулятора; - методи визначення сил інерції і моментів сил інерції ланок маніпулятора; - рівняння руху маніпулятора з урахуванням кулонівського тертя; - основні співвідношення для моделі маніпулятора з пружною в'яззю в захваті; - основні співвідношення динамічної моделі складального промислового робота. <p>Вміти:</p> <ul style="list-style-type: none"> - розв'язати пряму задачу про положення маніпулятора; - розв'язати обернену задачу про положення маніпулятора; - визначити узагальнені швидкості ланок маніпулятора; - знайти лінійні прискорення точок ланок маніпулятора; - записати і розв'язати рівняння руху маніпулятора. <p>У результаті засвоєння матеріалу даного курсу студент набуде таких загальних (ЗК) і фахових (ФК) компетентностей:</p> <p>ЗК02. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.</p> <p>ЗК08. Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності.</p> <p>ФК01. Здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем.</p> <p>ФК02. Здатність виконувати завдання, сформульовані у математичній формі.</p> <p>ФК03. Здатність обирати та застосовувати математичні методи для розв'язання прикладних задач, моделювання, аналізу, проектування, керування, прогнозування, прийняття рішень.</p> <p>ФК08. Здатність використовувати сучасні технології</p>

	<p>програмування та тестування програмного забезпечення.</p> <p>ФК09. Здатність до проведення математичного і комп'ютерного моделювання, аналізу та обробки даних, обчислювального експерименту, розв'язання формалізованих задач за допомогою спеціалізованих програмних засобів.</p> <p>ФК13. Здатність зрозуміти постановку завдання, сформульовану мовою певної предметної галузі, здійснювати пошук та збір необхідних вихідних даних.</p> <p>ФК14. Здатність сформулювати математичну постановку задачі, спираючись на постановку мовою предметної галузі, та обирати метод її розв'язання, що забезпечує потрібні точність і надійність результату.</p> <p>ФК18. Здатність проводити експерименти з механіки, створювати відповідне програмне забезпечення для побудови числових розв'язків задач механіки.</p> <p>і здобуде такі результати навчання (РН):</p> <p>РН01. Демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій прикладної математики і використовувати їх на практиці.</p> <p>РН03. Формалізувати задачі, сформульовані мовою певної предметної галузі; формулювати їх математичну постановку та обирати раціональний метод вирішення; розв'язувати отримані задачі аналітичними та чисельними методами, оцінювати точність та достовірність отриманих результатів.</p> <p>РН05. Уміти розробляти та використовувати на практиці алгоритми, пов'язані з апроксимацією функціональних залежностей, чисельним диференціюванням та інтегруванням, розв'язанням систем алгебраїчних, диференціальних та інтегральних рівнянь, розв'язанням крайових задач, пошуком оптимальних рішень.</p> <p>РН06. Володіти основними методами розробки дискретних і неперервних математичних моделей об'єктів та процесів, аналітичного дослідження цих моделей на предмет існування та єдиності їх розв'язку.</p> <p>РН08. Поєднувати методи математичного та комп'ютерного моделювання з неформальними процедурами експертного аналізу для пошуку оптимальних рішень.</p> <p>РН10. Володіти методиками вибору раціональних методів та алгоритмів розв'язання математичних задач оптимізації, дослідження операцій, оптимального керування і прийняття рішень, аналізу даних.</p> <p>РН12. Розв'язувати окремі інженерні задачі та/або задачі, що виникають принаймні в одній предметній галузі: в соціології, економіці, екології та медицині.</p> <p>РН13. Використовувати в практичній роботі спеціалізовані програмні продукти та програмні системи комп'ютерної математики.</p> <p>РН22. Досліджувати математичні моделі з використанням сучасних розділів механіки.</p>
Ключові слова	Маніпулятор, ланка маніпулятора, кінематична пара, кінематичний ланцюг, пряма задача, обернена задача.
Формат курсу	Очний.
Теми	1. Кінематика маніпуляторів. Деякі загальні зауваження.

	<ol style="list-style-type: none"> 2. Пряма задача про положення маніпулятора. 3. Обернена задача про положення маніпулятора. 4. Пряма задача про швидкість точок ланок маніпулятора. 5. Обернена задача про швидкість точок ланок маніпулятора. 6. Визначення узагальнених швидкостей ланок маніпулятора, захват якого рухається по заданій траєкторії. 7. Методи знаходження лінійних прискорень точок ланок маніпулятора. Прискорення вищих порядків. 8. Динаміка маніпулятора. Сили інерції і моменти сил інерцій ланок маніпулятора. Рівняння руху маніпулятора. 9. Рівняння руху маніпулятора з урахуванням кулонівського тертя. 10. Динамічна модель маніпулятора з пружною в'яззю в захваті. Динамічна модель маніпулятора з контактною взаємодією. 11. Динамічна модель складального промислового робота. 12. Вивід рівнянь руху маніпулятора з використанням рівнянь Лагранжа другого роду. 13. Побудова рівнянь руху маніпулятора по диференціальній програмі. Побудова рівнянь руху маніпулятора по голономній програмі.
Підсумковий контроль, форма	Іспит у кінці семестру.
Пререквізити	Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з: <ul style="list-style-type: none"> • Математичного аналізу; • Алгебри та геометрії; • Теоретичної механіки; • Опору матеріалів.
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу	Інформаційні методи (лекція, бесіда, ілюстрація, демонстрація); дедуктивні методи на основі узагальнень; евристичні методи (проблемна лекція); інтерактивні методи (дискусія).
Необхідне обладнання	Для проведення лекційних занять: комп'ютер (мінімальні характеристики: процесор Intel Core i3, 4ГБ оперативної пам'яті), доступ до мережі Internet, засоби мультимедіа (в т.ч. проектор). Для проведення практичних/лабораторних занять: комп'ютер (мінімальні характеристики: процесор Intel Core i3, 4ГБ оперативної пам'яті), доступ до мережі Internet. Необхідне програмне забезпечення включає в себе ОС Windows 10, програмні додатки (MS Teams, ZOOM).
Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)	Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням: <ul style="list-style-type: none"> • Виконання та захист індивідуального завдання: 40% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 40; • Поточний контроль: 10% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 10; • Екзамен: 50% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 50. Підсумкова максимальна кількість балів – 100. <i>Академічна доброчесність:</i> Очікується, що роботи студентів

будуть їх оригінальними роботами та міркуваннями. Відсутність посилань на джерела, фабрикування результатів, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.

Відвідання занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції і практичні заняття курсу. Студенти мають інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися усіх строків визначених для виконання усіх видів письмових робіт, передбачених курсом.

Література: Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.

Політика виставлення балів. Враховуються бали, набрані протягом семестру за виконання самостійних робіт, колоквиуму та контрольних робіт, а також іспиту вкінці семестру. При цьому враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання та ін.

Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.

Оцінювання індивідуального завдання складається з оцінювання його складових у наступному співвідношенні:

- Відновлення кінематичної схеми маніпулятора – 5 балів
- Розв'язання прямої задачі – 5 балів
- Розв'язання оберненої задачі – 10 балів
- Запис рівняння руху маніпулятора та знаходження реакцій в кінематичних парах – 15 балів
- Розв'язання рівнянь із застосуванням числових методів – 5 балів

Оцінювання екзаменту:

Колоквиум проводиться в усній формі та складається з питань декількох рівнів складності: формулювання означень та основних теорем, виведення тверджень, пояснення взаємозв'язків між ними та застосування до вирішення завдань.

45–50 – студент володіє в повному обсязі теоретичним матеріалом, має відмінне розуміння понять та теорем, вміє їх застосовувати до поставлених завдань.

30–40 – студент добре володіє теоретичним матеріалом, вміє належним чином його застосовувати проте у процесі формулювань здійснює незначні помилки.

20–30 – студент на задовільному рівні володіє матеріалом,

	<p>переважно обмежуючись лише основними означеннями та твердженнями.</p> <p>10–20 – студент допускає значні помилки у формулюванні основних понять та тверджень, що свідчить про його нерозуміння матеріалу.</p> <p>0–10 – студент володіє лише вибірковими основними поняттями та твердженнями, допускає помилки у формулюваннях.</p> <p>Критерії оцінювання результатів неформальної освіти: Нарахування балів відбувається за публікацію студентом тез доповідей на конференціях, наукових статей, за участь студента у діяльності наукових гуртків, семінарів, круглих столів, конкурсів, участь у заходах неформальної освіти, за отримання сертифікатів про проходження навчання на різних освітніх платформах (Coursera, Prometheus тощо), курсах провідних ІТ компаній за тематикою навчальної дисципліни. Кількість балів визначається відсотком покриття результатів відповідної активності до вимог результатів навчання з навчальної дисципліни.</p>
<p>Питання до екзамену</p>	<p>Кінематика маніпуляторів. Пряма задача про положення маніпулятора. Обернена задача про положення маніпулятора. Пряма задача про швидкість точок ланок маніпулятора. Обернена задача про швидкість точок ланок маніпулятора. Визначення узагальнених швидкостей ланок маніпулятора, захват якого рухається по заданій траєкторії. Методи знаходження лінійних прискорень точок ланок маніпулятора. Прискорення вищих порядків. Динаміка маніпулятора. Сили інерції і моменти сил інерцій ланок маніпулятора. Рівняння руху маніпулятора. Рівняння руху маніпулятора з урахуванням кулонівського тертя. Динамічна модель маніпулятора з пружною в'яззю в захваті. Динамічна модель маніпулятора з контактною взаємодією. Динамічна модель складального промислового робота. Вивід рівнянь руху маніпулятора з використанням рівнянь Лагранжа другого роду. Побудова рівнянь руху маніпулятора по диференціальній програмі. Побудова рівнянь руху маніпулятора по голономній програмі.</p>
<p>Опитування</p>	<p>Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.</p>

Схема курсу

Тиж.	Тема, план, короткі тези	Форма діяльності (заняття)	Література. Ресурси в інтернеті	Завдання, год.	Термін виконання
1	Тема 1. Кінематика маніпуляторів. Деякі загальні зауваження.	лек.	[1-5]	1	1 тиждень
2	Тема 2. Пряма задача про положення маніпулятора.	лек.	[1-5]	1	1 тиждень
3	Тема 3. Обернена задача про положення маніпулятора. Приклади.	лек.	[1-5]	1	1 тиждень
4	Тема 4. Пряма задача про швидкість точок ланок маніпулятора. Приклади.	лек.	[1-5]	1	1 тиждень
5	Тема 5. Обернена задача про швидкість точок ланок маніпулятора. Приклади.	лек.	[1-5]	1	1 тиждень
6	Тема 6. Визначення узагальнених швидкостей ланок маніпулятора, захват якого рухається по заданій траскторії.	лек.	[1-5]	1	1 тиждень
7	Тема 7. Методи знаходження лінійних прискорень точок ланок маніпулятора. Приклади. Прискорення вищих порядків.	лек.	[1-5]	1	1 тиждень
8	Тема 8. Динаміка маніпулятора. Сили інерції і моменти сил інерції ланок маніпулятора. Рівняння руху маніпулятора. Приклади.	лек.	[1-5]	1	1 тиждень
9	Тема 9. Рівняння руху маніпулятора з урахуванням кулонівського тертя.	лек.	[1-5]	1	1 тиждень
11	Тема 10. Динамічна модель маніпулятора з пружною в'язю в захваті. Динамічна модель маніпулятора з контактною взаємодією.	лек.	[1-5]	1	1 тиждень
12	Тема 11. Динамічна модель складального промислового робота.	лек.	[1-5]	1	1 тиждень
13	Тема 12. Вивід рівнянь руху маніпулятора з використанням рівнянь Лагранжа другого роду.	лек.	[1-5]	1	1 тиждень
14	Тема 13. Побудова рівнянь руху маніпулятора по диференціальній програмі. Побудова рівнянь руху маніпулятора по голономній програмі.	лек.	[1-5]	1	1 тиждень
1	Тема 1. Відновлення по структурній схемі кінематичну схему маніпулятора	лаб.	[1-5]	1	1/2 тижня
1	Тема 2. Відновлення по структурній схемі кінематичну схему маніпулятора	лаб.	[1-5]	1	1/2 тижня
2	Тема 3. Побудова розв'язку прямої задачі про положення ланок маніпулятора	лаб.	[1-5]	1	1 тиждень

3	Тема 4. Побудова розв'язку прямої задачі про положення ланок маніпулятора	лаб.	[1-5]	1	1/2 тижня
3	Тема 5. Побудова розв'язку прямої задачі про положення ланок маніпулятора	лаб.	[1-5]	1	1/2 тижня
4	Тема 6. Побудова розв'язку прямої задачі про положення ланок маніпулятора	лаб.	[1-5]	1	1 тиждень
5	Тема 7. Побудова розв'язку оберненої задачі про положення ланок маніпулятора	лаб.	[1-5]	1	1/2 тижня
5	Тема 8. Побудова розв'язку оберненої задачі про положення ланок маніпулятора	лаб.	[1-5]	1	1/2 тижня
6	Тема 9. Побудова розв'язку оберненої задачі про положення ланок маніпулятора	лаб.	[1-5]	1	1 тиждень
7	Тема 10. Побудова розв'язку оберненої задачі про положення ланок маніпулятора	лаб.	[1-5]	1	1/2 тижня
7	Тема 11. Побудова розв'язку оберненої задачі про положення ланок маніпулятора	лаб.	[1-5]	1	1/2 тижня
8	Тема 12. Побудова розв'язку оберненої задачі про положення ланок маніпулятора	лаб.	[1-5]	1	1 тиждень
9	Тема 13. Рівняння руху маніпулятора	лаб.	[1-5]	1	1/2 тижня
9	Тема 14. Рівняння руху маніпулятора	лаб.	[1-5]	1	1/2 тижня
10	Тема 15. Рівняння руху маніпулятора	лаб.	[1-5]	1	1 тиждень
11	Тема 16. Визначення реакцій у кінематичних парах	лаб.	[1-5]	1	1/2 тижня
11	Тема 17. Визначення реакцій у кінематичних парах	лаб.	[1-5]	1	1/2 тижня
12	Тема 18. Визначення реакцій у кінематичних парах	лаб.	[1-5]	1	1 тиждень
13	Тема 19. Алгоритм розв'язку рівнянь руху маніпулятора	лаб.	[1-5]	1	1/2 тижня
13	Тема 20. Алгоритм розв'язку рівнянь руху маніпулятора	лаб.	[1-5]	1	1/2 тижня
14	Тема 21. Алгоритм розв'язку рівнянь руху маніпулятора	лаб.	[1-5]	1	1 тиждень
7	Виконання індивідуальної роботи	самоств. робота	[1-5]	22	6 тижнів
Разом:				50	–