

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Механіко-математичний факультет
Кафедра механіки

Затверджено

На засіданні кафедри механіки
механіко-математичного факультету
Львівського національного університету
імені Івана Франка

(протокол № 1 від 31.08.2023 р.)



Завідувач кафедри Андрейків О.Є.

Силабус з навчальної дисципліни
“Комп’ютерна механіка композитів”,
що викладається в межах ОПП “Математичне моделювання та
комп’ютерна механіка”
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів з
спеціальності 113 – Прикладна математика

Львів 2023 р.

Назва дисципліни	Комп'ютерна механіка композитів
Адреса викладання дисципліни	Головний корпус Львівського національного університету імені Івана Франка, м. Львів, вул. Університетська 1, 79000
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Механіко-математичний факультет Кафедра механіки
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	11 Математика та статистика 113 Прикладна математика
Викладачі дисципліни	Кузь Ігор Степанович, доцент кафедри механіки, кандидат фізико-математичних наук, доцент Василишин Андрій Володимирович, доктор філософії, асистент кафедри механіки
Контактна інформація викладачів	ihor.kuz@lnu.edu.ua ; http://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/kuz-i-s ; andrii.vasylyshyn@lnu.edu.ua ; https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/vasylyshyn-a-v ; Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 148. м. Львів, вул. Університетська, 1
Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються	Консультації в день проведення лекцій/лабораторних занять (за попередньою домовленістю).
Сторінка курсу	https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/computer-mechanics-of-composites-educational-program-mathematical-modeling-and-computer-mechanics
Інформація про дисципліну	Дисципліна “Комп'ютерна механіка композитів” є нормативною навчальною дисципліною з спеціальності 113 – Прикладна математика для освітньої програми “Математичне моделювання та комп'ютерна механіка”, яка викладається в 7-му семестрі обсягом 5-и кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
Коротка анотація дисципліни	У даній дисципліні викладено основні числові методи механіки твердого деформівного тіла: метод скінченних елементів, варіаційно-різницевий метод, метод граничних елементів, а також прямі та ітераційні методи розв'язування алгебраїчних систем лінійних і нелінійних рівнянь. Крім того, даються означення композиційного матеріалу, його ефективних характеристик та композиту з періодичною структурою, подаються основні положення теорії ефективного модуля. На прикладі одновимірної задачі теорії пружності викладена техніка усереднення для композитів із періодичною структурою. Подана постановка і метод розв'язування просторової задачі теорії пружності в переміщеннях для композита. Викладена теорія нульового наближення, за допомогою якої можна знайти мікропереміщення і мікронапруження. Техніка усереднення викладена для пружнопластичних композитів, а також для динамічних задач теорії пружності.
Мета та цілі дисципліни	<i>Мета:</i> формування у майбутніх спеціалістів повноцінних теоретичних знань та практичних навичок в оволодінні методом скінченних елементів, варіаційно-різницевим методом, а також прямими та ітераційними методами розв'язування систем лінійних і нелінійних алгебраїчних

	<p>рівнянь. <i>Цілі:</i> викласти основні теоретичні положення методу скінченних елементів, варіаційно-різницевої методу, а також прямих та ітераційних методів розв'язування алгебраїчних систем лінійних і нелінійних рівнянь.</p>
Література для вивчення дисципліни	<ol style="list-style-type: none"> 1. Кузь І.С. Методичні вказівки до вивчення числових методів механіки деформівного твердого тіла – Львів: Вид. центр ЛДУ, 1997. – 35 с. 2. Гребенюк С.М., Гоменюк С.І. Чисельні методи розв'язування механічних задач: Навчальний посібник.-Запоріжжя:ЗНУ, 2022. -80 с. 3. Зражевський Г.М. Чисельні методи в задачах механіки. Частина 2: Навчально-методичний посібник.-Київ, КНУ ім. Т.Шеченка, 2020. - 55с. 4. Долгов О.М. Композиційні матеріали. – Дніпро: НТУ “Дніпровська політехніка”, 2022. - 67с. 5. Christensen R.M. Mechanics of Composite Materials: Dover Publications, Inc., New York, 2005. - 298p. 6. Божидарник В.В. Елементи теорії пружності. / Божидарник В.В., Сулим Г.Т. // Львів: Світ, 1994. - 560 с. 7. Савін Г.М., Руцицький Я.Я. Елементи механіки спадкових середовищ. – К.: Вища школа, 1976.
Обсяг курсу	<p>Загальний обсяг: 150 годин. Аудиторних занять: 80 год., з них 48 години лекцій та 32 години лабораторних робіт. Самостійна робота: 70 год.</p>
Очікувані результати навчання	<p>Після завершення цього курсу студент буде:</p> <p>Знати:</p> <ul style="list-style-type: none"> - методи дискретизації задач механіки деформівного твердого тіла; - методи розв'язування систем алгебраїчних рівнянь. <p>Вміти:</p> <ul style="list-style-type: none"> - знаходити ефективні визначальні співвідношення для найпростіших композитів, зокрема шаруватих; - застосовувати методикку усереднення до пружних і пружно-пластичних композитів із періодичною структурою; - розв'язувати задачі для періодичних композитів за теорією нульового наближення; - оцінювати вірогідність отриманих числових результатів. <p>У результаті засвоєння матеріалу даного курсу студент набуде таких загальних (ЗК) і фахових (ФК) компетентностей:</p> <p>ЗК03. Здатність генерувати нові ідеї (креативність).</p> <p>ЗК05. Здатність проведення досліджень на відповідному рівні.</p> <p>ЗК08. Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності.</p> <p>ФК01. Здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем.</p> <p>ФК02. Здатність виконувати завдання, сформульовані у математичній формі.</p> <p>ФК03. Здатність обирати та застосовувати математичні методи для розв'язання прикладних задач, моделювання, аналізу, проектування, керування, прогнозування, прийняття рішень.</p> <p>ФК04. Здатність розробляти алгоритми та структури даних, програмні засоби та програмну документацію.</p> <p>ФК08. Здатність використовувати сучасні технології програмування та тестування програмного забезпечення.</p> <p>ФК09. Здатність до проведення математичного і комп'ютерного моделювання, аналізу та обробки даних, обчислювального експерименту, розв'язання формалізованих задач за допомогою спеціалізованих</p>

	<p>програмних засобів.</p> <p>ФК13. Здатність зрозуміти постановку завдання, сформульовану мовою певної предметної галузі, здійснювати пошук та збір необхідних вихідних даних.</p> <p>ФК14. Здатність сформулювати математичну постановку задачі, спираючись на постановку мовою предметної галузі, та обирати метод її розв'язання, що забезпечує потрібні точність і надійність результату.</p> <p>ФК17. Здатність формулювати та розв'язувати задачі механіки.</p> <p>ФК18. Здатність проводити експерименти з механіки, створювати відповідне програмне забезпечення для побудови числових розв'язків задач механіки.</p> <p>і здобуде такі результати навчання (РН):</p> <p>РН02. Володіти основними положеннями та методами математичного, комплексного та функціонального аналізу, лінійної алгебри та теорії чисел, аналітичної геометрії, теорії диференціальних рівнянь, зокрема рівнянь у частинних похідних, теорії ймовірностей, математичної статистики та випадкових процесів, чисельними методами.</p> <p>РН03. Формалізувати задачі, сформульовані мовою певної предметної галузі; формулювати їх математичну постановку та обирати раціональний метод вирішення; розв'язувати отримані задачі аналітичними та чисельними методами, оцінювати точність та достовірність отриманих результатів.</p> <p>РН05. Уміти розробляти та використовувати на практиці алгоритми, пов'язані з апроксимацією функціональних залежностей, чисельним диференціюванням та інтегруванням, розв'язанням систем алгебраїчних, диференціальних та інтегральних рівнянь, розв'язанням крайових задач, пошуком оптимальних рішень.</p> <p>РН06. Володіти основними методами розробки дискретних і неперервних математичних моделей об'єктів та процесів, аналітичного дослідження цих моделей на предмет існування та єдиності їх розв'язку.</p> <p>РН07. Вміти проводити практичні дослідження та знаходити розв'язок некоректних задач.</p> <p>РН08. Поєднувати методи математичного та комп'ютерного моделювання з неформальними процедурами експертного аналізу для пошуку оптимальних рішень.</p> <p>РН09. Будувати ефективні щодо точності обчислень, стійкості, швидкодії та витрат системних ресурсів алгоритми для чисельного дослідження математичних моделей та розв'язання практичних задач.</p> <p>РН11. Вміти застосовувати сучасні технології програмування та розроблення програмного забезпечення, програмної реалізації чисельних і символічних алгоритмів.</p> <p>РН12. Розв'язувати окремі інженерні задачі та/або задачі, що виникають принаймні в одній предметній галузі: в соціології, економіці, екології та медицині.</p> <p>РН13. Використовувати в практичній роботі спеціалізовані програмні продукти та програмні системи комп'ютерної математики.</p> <p>РН21. Знати основні поняття механіки та володіти методами розв'язування задач механіки.</p> <p>РН22. Досліджувати математичні моделі з використанням сучасних розділів механіки.</p>
Ключові слова	Метод скінченних елементів, варіаційно-різницевого метод, ітераційний метод, композиційний матеріал, метод усереднення.
Формат курсу	Очний

Теми	<ol style="list-style-type: none"> 1. Апроксимація диференціальної задачі різницевою. Стійкість. Різницева схема як система алгебраїчних рівнянь. Збіжність наближеного розв'язку до точного. 2. Варіаційний принцип Лагранжа. 3. Методи побудови різницевих схем. Метод скінченних елементів. 4. Варіаційний принцип Кастильяно. 5. Варіаційно-різницевий метод (одно- і двовимірні випадки). 6. Методи розв'язування статичних різницевих задач теорії пружності. Прямі та ітераційні методи. Варіанти методу Гауса. 7. Двошарові ітераційні методи. Прискорення Річардсона. 8. Ітераційні методи розв'язування фізично нелінійних задач. Метод пружних розв'язків. 9. Метод змінних модулів пружності. Метод Ньютонна. 10. Методи розв'язування статичних задач в областях з криволінійною межею. 11. Числові методи теорії потенціалів. 12. Методи числового розв'язування задач лінійної теорії в'язкопружності. 13. Основні поняття механіки композиційних матеріалів (КМ). Типи і моделі КМ. Ефективні характеристики КМ. 14. Усереднення регулярних структур. Задача про неоднорідний пружний стрижень. 15. Статична задача теорії пружності для КМ в переміщеннях. 16. Теплофізичні характеристики КМ. Теорія нульового наближення. 17. Метод усереднення для шаруватих пружних КМ. 18. Теплофізичні характеристики шаруватого КМ. 19. Волокняні пружні композити. Однонаправлений волокняний КМ. 20. Розв'язування плоскої та антиплоскої задач для волокняного КМ. 21. Пружнопластичні КМ. Рівновага фізично нелінійного неоднорідного стрижня. 22. Динамічна задача про пружний неоднорідний стрижень. Хвильовий фільтр. 23. Теорія руйнування композиційних матеріалів. Критерії руйнування КМ. 24. Неперіодичні композити.
Підсумковий контроль, форма	Іспит у кінці семестру.
Пререквізити	<p>Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з</p> <ul style="list-style-type: none"> - Основ механіки суцільного середовища; - Функціонального аналізу; - Рівнянь математичної фізики; - Методів обчислень.
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу	Інформаційні методи (лекція, бесіда, ілюстрація, демонстрація); дедуктивні методи на основі узагальнень; евристичні методи (проблемна лекція); інтерактивні методи (дискусія)
Необхідне обладнання	<p>Для проведення лекційних занять: комп'ютер (мінімальні характеристики: процесор Intel Core i3, 4ГБ оперативної пам'яті), доступ до мережі Internet, засоби мультимедіа (в т.ч. проектор).</p> <p>Для проведення лабораторних занять: 15 комп'ютерів (мінімальні</p>

	<p>характеристики: процесор Intel Core i3, 4ГБ оперативної пам'яті), доступ до мережі Internet.</p> <p>Необхідне програмне забезпечення включає в себе ОС Windows 10, програмні додатки (MS Teams, Jupyter Notebook з вбудованим компілятором мови програмування Python).</p>
<p>Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)</p>	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням:</p> <ul style="list-style-type: none"> • виконання трьох індивідуальних завдань: по 15 балів (три завдання по 15 балів) кожне; максимальна кількість балів 45; • контрольна робота: 5% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 5; • іспит: два завдання по 25 балів, максимальна кількість балів 50. <p>Підсумкова максимальна кількість балів – 100.</p> <p>Оцінювання індивідуальних завдань, завдань на контрольній роботі та на іспиті відбувається шляхом оцінки письмових відповідей студента на поставлені завдання.</p> <p>Відсотки нарахування балів оцінювання відповіді на кожне завдання нараховуються за наступним співвідношенням:</p> <p>80-100% – тема відтворюється в повному обсязі, правильно, обґрунтовано, логічно;</p> <p>60-80% – відтворюється значна частина розглянутої теми, проте присутні деякі неточності та/або невідповідності;</p> <p>40-60% – виявлено неточності та невідповідності, пояснення відсутні чи частково помилкові;</p> <p>20-40% – виявлено значні неточності та невідповідності, пояснення відсутні чи помилкові;</p> <p>0-20% – тему майже не розкрито, кількість викладеного матеріалу не відповідає загальним нормам обраного виду роботи.</p> <p>Академічна доброчесність: Очікується, що роботи студентів будуть оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Списування та втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в написанні завдань є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p>Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p> <p>Відвідання занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та практичні/лабораторні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів робіт, передбачених курсом.</p> <p>Література. Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p>Політика виставлення балів. Враховуються бали, набрані при поточному контролі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p> <p>Критерії оцінювання результатів неформальної освіти: Нарахування балів відбувається за публікацію студентом тез доповідей на</p>

	<p>конференціях, наукових статей, за участь студента у діяльності наукових гуртків, семінарів, круглих столів, конкурсів, участь у заходах неформальної освіти, за отримання сертифікатів про проходження навчання на різних освітніх платформах (Coursera, Prometheus тощо), курсах провідних ІТ компаній за тематикою навчальної дисципліни. Кількість балів визначається відсотком покриття результатів відповідної активності до вимог результатів навчання з навчальної дисципліни.</p>
Питання до екзамену	<p>Апроксимація диференціальної задачі різницевою. Стійкість. Різницева схема як система алгебраїчних рівнянь. Збіжність наближеного розв'язку до точного. Методи побудови різницевих схем. Метод скінченних елементів. Варіаційно-різницевий метод (одно- і двовимірні випадки). Методи розв'язування статичних різницевих задач теорії пружності. Прямі та ітераційні методи. Варіанти методу Гауса. Двошарові ітераційні методи. Прискорення Річардсона. Ітераційні методи розв'язування фізично нелінійних задач. Метод пружних розв'язків. Метод змінних модулів пружності. Метод Ньютона. Методи розв'язування статичних задач в областях з криволінійною межею. Основні поняття механіки композиційних матеріалів. Типи і моделі композиційних матеріалів. Ефективні характеристики композиційних матеріалів. Усереднення регулярних структур. Задача про неоднорідний пружний стрижень. Статична задача теорії пружності для композиційних матеріалів в переміщеннях. Теплофізичні характеристики композиційних матеріалів. Теорія нульового наближення. Метод усереднення для шаруватих пружних композиційних матеріалів. Теплофізичні характеристики шаруватих композиційних матеріалів. Волокняні пружні композити. Однонаправлений волокняний композиційний матеріал. Розв'язування плоскої та антиплоскої задач. Пружнопластичні композиційні матеріали. Рівновага фізично нелінійного неоднорідного стрижня. Динамічна задача про пружний неоднорідний стрижень. Хвильовий фільтр. Теорія руйнування композиційних матеріалів. Критерії руйнування композиційних матеріалів.</p>
Опитування	<p>Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.</p>

**Схема курсу «Комп'ютерна механіка композитів»
для студентів спеціальності 113 – Прикладна математика**

Тиж.	Тема, план, короткі тези	Форма діяльності (заняття)	Література. Ресурси в інтернеті	Завдання, год.	Термін виконання
1	Тема 1. Апроксимація диференціальної задачі різницевою. Стійкість. Різницева схема як система алгебраїчних рівнянь. Збіжність наближеного розв'язку до точного	лек.	[1-3]	1	1 тиждень
1	Тема 2. Варіаційний принцип Лагранжа	лек.	[6]	1	1 тиждень
1	Тема 1. Апроксимація диференціальної задачі різницевою. Стійкість. Різницева схема як система алгебраїчних рівнянь. Збіжність наближеного розв'язку до точного	лаб.	[1-3]	1	1 тиждень
2	Тема 3. Методи побудови різницевих схем. Метод скінченних елементів	лек.	[1-3]	1	1 тиждень
2	Тема 3. Методи побудови різницевих схем. Метод скінченних елементів	лаб.	[1-3]	1	1 тиждень
3	Тема 4. Варіаційний принцип Кастильяно	лек.	[6]	1	1 тиждень
3	Тема 5. Варіаційно-різницевий метод (одно- і двовимірні випадки)	лек.	[1-3]	1	1 тиждень
3	Тема 5. Варіаційно-різницевий метод (одно- і двовимірні випадки)	лаб.	[1-3]	1	1 тиждень
4	Тема 6. Методи розв'язування статичних різницевих задач теорії пружності. Прямі та ітераційні методи. Варіанти методу Гауса.	лек.	[1-3]	1	1 тиждень
4	Тема 6. Методи розв'язування статичних різницевих задач теорії пружності. Прямі та ітераційні методи. Варіанти методу Гауса.	лаб.	[1-3]	1	1 тиждень
5	Тема 7. Двошарові ітераційні методи. Прискорення Річардсона	лек.	[1-3]	1	1 тиждень
5	Тема 8. Ітераційні методи розв'язування фізично нелінійних задач. Метод пружних розв'язків.	лек.	[1-3]	1	1 тиждень
5	Тема 7. Двошарові ітераційні методи. Прискорення Річардсона	лаб.	[1-3]	1	1 тиждень
6	Тема 9. Метод змінних модулів пружності. Метод Ньютона	лек.	[1-3]	1	1 тиждень
6	Тема 8. Ітераційні методи розв'язування фізично	лаб.	[1-3]	1	1 тиждень

	нелінійних задач. Метод пружних розв'язків.				
7	Тема 10. Методи розв'язування статичних задач в областях з криволінійною межею	лек.	[1-3]	1	1 тиждень
7	Тема 11. Числові методи теорії потенціалів	лек.	[2,3,6]	1	1 тиждень
7	Тема 9. Метод змінних модулів пружності. Метод Ньютона	лаб.	[1-3]	1	1 тиждень
8	Тема 12. Методи числового розв'язування задач лінійної теорії в'язкопружності	лек.	[1-3,7]	1	1 тиждень
8	Тема 10. Методи розв'язування статичних задач в областях з криволінійною межею	лаб.	[2,3,6]	1	1 тиждень
9	Тема 13. Основні поняття механіки композиційних матеріалів (КМ). Типи і моделі КМ. Ефективні характеристики КМ	лек.	[4, 5]	1	1 тиждень
9	Тема 14. Усереднення регулярних структур. Задача про неоднорідний пружний стрижень	лек.	[4, 5]	1	1 тиждень
9	Тема 11. Числові методи теорії потенціалів	лаб.	[2,3,6]	1	1 тиждень
10	Тема 15. Статична задача теорії пружності для КМ в переміщеннях.	лек.	[4, 5]	1	1 тиждень
10	Тема 12. Методи числового розв'язування задач лінійної теорії в'язкопружності	лаб.	[2,3,6]	1	1 тиждень
11	Тема 16. Теплофізичні характеристики КМ. Теорія нульового наближення	лек.	[4, 5]	1	1 тиждень
11	Тема 17. Метод усереднення для шаруватих пружних КМ	лек.	[4, 5]	1	1 тиждень
11	Тема 14. Усереднення регулярних структур. Задача про неоднорідний пружний стрижень.	лаб.	[4, 5]	1	1 тиждень
12	Тема 18. Теплофізичні характеристики шаруватого КМ	лек.	[4, 5]	1	1 тиждень
12	Тема 15. Статична задача теорії пружності для КМ в переміщеннях.	лаб.	[4, 5]	1	1 тиждень
13	Тема 19. Волокняні пружні композити. Однонаправлений волокняний КМ.	лек.	[4, 5]	1	1 тиждень
13	Тема 20. Розв'язування плоскої та антиплоскої задач	лек.	[4, 5]	1	1 тиждень
13	Тема 16. Теплофізичні характеристики КМ. Теорія нульового наближення	лаб.	[4, 5]	1	1 тиждень
14	Тема 21. Пружнопластичні КМ. Рівновага фізично нелінійного неоднорідного стрижня	лек.	[4,5,7]	1	1 тиждень
14	Тема 17. Метод усереднення	лаб.	[4, 5]	1	1 тиждень

	для шаруватих пружних КМ				
15	Тема 22. Динамічна задача про пружний неоднорідний стрижень. Хвильовий фільтр	лек.	[4,5,6]	1	1 тиждень
15	Тема 23. Теорія руйнування композиційних матеріалів. Критерії руйнування КМ	лек.	[4,5,7]	1	1 тиждень
15	Тема 20. Розв'язування плоскої та антиплоскої задач	лаб.	[4,5,6]	1	1 тиждень
16	Тема 24. Неперіодичні композити	лек.	[4, 5]	1	1 тиждень
16	Контрольна робота	лаб.	–	-	–
3	Індивідуальне завдання № 1	самост. робота	[1-3]	11	4 тижні
7	Індивідуальна завдання № 2	самост. робота	[1-3]	10	4 тижні
11	Індивідуальна завдання № 3	самост. робота	[4, 5]	10	4 тижні
Разом:				70	