

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Львівський національний університет імені Івана Франка**  
**Механіко-математичний факультет**  
**Кафедра механіки**

**Затверджено**

На засіданні кафедри механіки  
механіко-математичного факультету  
Львівського національного університету  
імені Івана Франка

(протокол № 1 від 31.08.2023 р.)



Завідувач кафедри:

Олександр АНДРЕЙКІВ

**Силабус з навчальної дисципліни**  
**«Основи механіки суцільного середовища»,**  
**що викладається в межах ОПП**  
**«Математичне моделювання та комп'ютерна механіка»**  
**першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів**  
**з спеціальності 113 Прикладна математика**

**Львів 2023**

<b>Назва дисципліни</b>	Основи механіки суцільного середовища
<b>Адреса викладання дисципліни</b>	Головний корпус Львівського національного університету імені Івана Франка, вул. Університетська, 1, 79000, Львів
<b>Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна</b>	Механіко-математичний факультет Кафедра механіки
<b>Галузь знань, шифр та назва спеціальності</b>	Галузь знань: 11 Математика та статистика Спеціальність: 113 Прикладна математика
<b>Викладачі дисципліни</b>	Яджак Наталія Степанівна, доктор філософії, доцент кафедри механіки
<b>Контактна інформація викладачів</b>	<a href="mailto:nataliya.yadzhak@lnu.edu.ua">nataliya.yadzhak@lnu.edu.ua</a> <a href="https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/yadzhak-n-s">https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/yadzhak-n-s</a>
<b>Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються</b>	Консультації в день проведення лекцій/лабораторних занять (за попередньою домовленістю). Головний корпус Львівського національного університету імені Івана Франка, м. Львів, вул. Університетська, 1. Кафедра механіки, каб. 148.
<b>Сторінка курсу</b>	<a href="https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/osnovy-mekhaniky-sutsilnoho-seredovishcha-osvitnia-prohrama-matematychne-modeliuvannia-ta-komp-iuterna-mekhanika">https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/osnovy-mekhaniky-sutsilnoho-seredovishcha-osvitnia-prohrama-matematychne-modeliuvannia-ta-komp-iuterna-mekhanika</a>
<b>Інформація про дисципліну</b>	Дисципліна «Основи механіки суцільного середовища» є нормативною дисципліною зі спеціальності «Прикладна математика» для освітньої програми «Математичне моделювання та комп'ютерна механіка», яка викладається в 6 семестрі в обсязі 3,5 кредити (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS)
<b>Коротка анотація дисципліни</b>	Навчальна дисципліна «Основи механіки суцільного середовища» є однією з фундаментальних дисциплін механіки. Дисципліну розроблено таким чином, щоб ознайомити студентів з основними поняттями, законами, теоремами та підходами до постановки та розв'язання задач механіки суцільного середовища. Дисципліна є основою для подальшого вивчення нормативних дисциплін передбачених навчальним планом підготовки бакалаврів, зокрема курсу «Математичні моделі механіки суцільного середовища».
<b>Мета та цілі дисципліни</b>	Метою вивчення нормативної дисципліни «Основи механіки суцільного середовища» є формування у студентів теоретичних знань та практичних навичок, пов'язаних з дослідженням явищ механіки суцільних середовищ, що досягається шляхом вивчення основних понять, законів та теорем, формування вміння постановки та розв'язання задач та аналізу отриманих результатів.

<p><b>Література для вивчення дисципліни</b></p>	<p style="text-align: center;"><i>Основна література</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Карвацький А. Я. Механіка суцільних середовищ [Електронний ресурс]: навч. посіб. К.: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2016. – 290 с.</li> <li>2. Механіка суцільних середовищ – 1. Механіка суцільних середовищ в інженерних розрахунках / Уклад.: О.С. Сахаров, А. Я. Карвацький – К. : НТУУ «КПІ», 2013. – 231 с.</li> <li>3. Муха І.С., Коссак О.С. Методичні рекомендації до розв’язування задач механіки суцільного середовища. Видання друге, виправлене. [Електронний ресурс]: Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2002. – 60 с.</li> </ol> <p style="text-align: center;"><i>Додаткова література</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>4. Fridtjov Irgens. Continuum Mechanics. Springer Berlin, Heidelberg, 2008 – 661 p. doi: 10.1007/978-3-540-74298-2. ISBN: 978-3-540-74297-5.</li> <li>5. J. N. Reddy. An Introduction to Continuum Mechanics. Cambridge University Press; 2nd edition, 2013. – 454 p. doi: 10.1016/B978-0-7506-8560-3.X0001-1, ISBN: 978-0-7506-8560-3.</li> <li>6. Nik Abdullah Nik Mohamed. Introduction to Continuum Mechanics for Engineers. Springer Singapore, 2023. – 188 p. doi: 10.1007/978-981-99-0811-0. ISBN: 978-981-99-0810-3.</li> <li>7. W. Michael Lai, David Rubin, Erhard Krempf. Introduction to Continuum Mechanics. Butterworth-Heinemann, 2009. – 536 p. doi: 10.1016/C2009-0-07992-6, ISBN: 978-0-08-041700-4.</li> <li>8. John W. Rudnicki. Fundamentals of Continuum Mechanics, John Wiley &amp; Sons, 2014. – 218 p. ISBN: 978-1-118-47991-9.</li> <li>9. Rubin M.B. Continuum Mechanics with Eulerian Formulations of Constitutive Equations in <i>Solid Mechanics and Its Applications</i>. Springer Cham, 2020, – 277 p. doi: 10.1007/978-3-030-57776-6. ISBN: 978-3-030-57775-9.</li> <li>10. Ellad B. Tadmor, Ronald E. Miller, Ryan S. Elliott. Continuum Mechanics and Thermodynamics From Fundamental Concepts to Governing Equations. Cambridge University Press, 2011. ISBN: 9781139017657.</li> </ol>
<p><b>Обсяг курсу</b></p>	<p><b>6 семестр:</b> 64 години аудиторних занять: з них 32 години лекцій, 32 години лабораторних робіт та 41 годин самостійної роботи.</p>
<p><b>Очікувані результати навчання</b></p>	<p>Після завершення цього курсу студент буде:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- знати основоположні поняття, закони та теореми механіки суцільного середовища, зокрема теорії деформацій та напружень, моделей рідин та газів, основ термодинаміки, а також підходи до розв’язання відповідних задач.</li> <li>- вміти розв’язувати задачі із використанням</li> </ul>

	<p>теоретичного матеріалу, застосовувати вивчений матеріал до розв'язання практичних проблем.</p> <p><b>У результаті засвоєння матеріалу даного курсу студент набуде таких загальних (ЗК) і фахових (ФК) компетентностей:</b></p> <p>ФК01. Здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем.</p> <p>ФК02. Здатність виконувати завдання, сформульовані у математичній формі.</p> <p>ФК03. Здатність обирати та застосовувати математичні методи для розв'язання прикладних задач, моделювання, аналізу, проектування, керування, прогнозування, прийняття рішень.</p> <p>ФК12. Здатність до пошуку, систематичного вивчення та аналізу науково-технічної інформації, вітчизняного й закордонного досвіду, пов'язаного із застосуванням математичних методів для дослідження різноманітних процесів, явищ та систем.</p> <p>ФК17. Здатність формувати та розв'язувати задачі механіки.</p> <p><b>і здобуде такі результати навчання (РН):</b></p> <p>РН01. Демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій прикладної математики і використовувати їх на практиці.</p> <p>РН03. Формалізувати задачі, сформульовані мовою певної предметної галузі; формувати їх математичну постановку та обирати раціональний метод вирішення; розв'язувати отримані задачі аналітичними та чисельними методами, оцінювати точність та достовірність отриманих результатів.</p> <p>РН06. Володіти основними методами розробки дискретних і неперервних математичних моделей об'єктів та процесів, аналітичного дослідження цих моделей на предмет існування та єдиності їх розв'язку.</p> <p>РН21. Знати основні поняття механіки та володіти методами розв'язування задач механіки.</p>
<b>Ключові слова</b>	Суцільне середовище, тензор деформацій, тензор напружень, вектор переміщень, рівняння руху, ідеальна рідина, в'язка рідина, газ, ентропія, енергія.
<b>Формат курсу</b>	Очний.
<b>Теми</b>	Інформацію про теми надано у схемі курсу.
<b>Підсумковий контроль, форма</b>	Іспит в кінці семестру.
<b>Пререквізити</b>	Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Тензорного аналізу;</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Опору матеріалів;</li> <li>• Теоретичної механіки;</li> <li>• Математичного аналізу.</li> </ul>
<b>Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу</b>	Інформаційні методи (лекція, бесіда, ілюстрація, демонстрація); дедуктивні методи на основі узагальнень; евристичні методи (проблемна лекція); інтерактивні методи (дискусія).
<b>Необхідне обладнання</b>	Для проведення лекційних занять: комп'ютер (мінімальні характеристики: процесор Intel Core i3, 4ГБ оперативної пам'яті), доступ до мережі Internet, засоби мультимедіа (в т.ч. проектор). Для проведення практичних/лабораторних занять: комп'ютер (мінімальні характеристики: процесор Intel Core i3, 4ГБ оперативної пам'яті), доступ до мережі Internet. Необхідне програмне забезпечення включає в себе ОС Windows 10, програмні додатки (MS Teams, ZOOM).
<b>Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)</b>	Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Колоквіум – 10% семестрової оцінки; максимальна кількість балів – 10.</li> <li>- Контрольна робота № 1 – 20% семестрової оцінки; максимальна кількість балів – 20.</li> <li>- Контрольна робота № 2 – 20% семестрової оцінки; максимальна кількість балів – 20.</li> <li>- Іспит: 50% семестрової оцінки; максимальна кількість балів – 50.</li> </ul> <p>Загальна кількість балів: 100 балів.</p> <p><i>Академічна доброчесність:</i> Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними роботами та міркуваннями. Відсутність посилань на джерела, фабрикування результатів, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p><i>Відвідання занять</i> є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції і практичні заняття курсу. Студенти мають інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися усіх строків визначених для виконання усіх видів письмових робіт, передбачених курсом.</p> <p><i>Література:</i> Уся література, яку студенти не зможуть знайти</p>

самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.

*Політика виставлення балів.* Враховуються бали, набрані протягом семестру за виконання самостійних робіт, колоквиуму та контрольних робіт, а також іспиту вкінці семестру. При цьому враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання та ін.

Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.

**Оцінювання контрольних робіт.** Кожна контрольна робота складається з 4 завдань, кожне з яких оцінюється за п'ятибальною шкалою:

5 – завдання виконано правильно і в повному обсязі, містить правильні висновки, ілюстрований (за потреби) відповідними рисунками та графіками, які правильно відображають суть виконаного завдання.

4 – завдання виконано повністю, проте наявні незначні помилки та описки;

3 – завдання виконано частково, наявні помилки, які впливають на отриманий результат.

2 – завдання виконано частково, наявні значні помилки, які свідчать про недостатнє розуміння студентом матеріалу;

1 – представлений студентом розв'язок містить лише окремі правильні незв'язні твердження;

0 – завдання не виконано зовсім.

**Оцінювання колоквиуму:**

Колоквиум проводиться в усній формі та складається з питань декількох рівнів складності: формулювання означень та основних теорем, виведення тверджень, пояснення взаємозв'язків між ними та застосування до вирішення завдань.

10 – студент володіє в повному обсязі теоретичним матеріалом, має відмінне розуміння понять та теорем, вміє їх застосовувати до поставлених завдань.

7 – 9 – студент добре володіє теоретичним матеріалом, вміє належним чином його застосовувати проте у процесі формулювань здійснює незначні помилки.

5 – 6 – студент на задовільному рівні володіє матеріалом, переважно обмежуючись лише основними означеннями та твердженнями.

4 – 3 – студент допускає значні помилки у формулюванні основних понять та тверджень, що свідчить про його нерозуміння матеріалу.

1 – 2 – студент володіє лише вибірковими основними поняттями та твердженнями, допускає помилки у

	<p>формулюваннях.</p> <p>0 – студент не знає базових означень та теорем.</p>
<p><b>Питання до екзамену, колоквіуму та контрольної роботи</b></p>	<p>Питання до екзамену та колоквіуму:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Просторові (ейлерові) і матеріальні (лагранжеві) координати.</li> <li>• Способи опису руху.</li> <li>• Матеріальна (індивідуальна) похідна за часом.</li> <li>• Криволінійні системи координат.</li> <li>• Локальні коваріантні елементи базису.</li> <li>• Елементи тензорного числення.</li> <li>• Диференціювання за координатами.</li> <li>• Перетворення малої частинки суцільного середовища.</li> <li>• Тензори деформації Гріна та Альманзі.</li> <li>• Механічний зміст компонент тензорів деформації Гріна та Альманзі в лагранжевій системі координат.</li> <li>• Зв'язок компонент тензорів.</li> <li>• Зв'язок компонент тензорів деформацій з компонентами вектора переміщення.</li> <li>• Рівняння сумісності компонент тензора деформації.</li> <li>• Закон збереження маси для індивідуального об'єму.</li> <li>• Закон збереження кількості руху. Формула Коші для вектора напруження.</li> <li>• Тензор напружень.</li> <li>• Диференціальні рівняння руху.</li> <li>• Рідини і гази в МСС.</li> <li>• Тиск.</li> <li>• Повна система рівнянь механіки для ідеальних рідин.</li> <li>• В'язкі рідини та гази. Рівняння руху в'язкої рідини.</li> <li>• Рівняння Нав'є-Стокса.</li> <li>• Теорема живих сил (рівняння кінетичної енергії).</li> <li>• Термодинаміка.</li> <li>• Основні поняття.</li> <li>• Перший закон термодинаміки – закон збереження енергії.</li> <li>• Другий закон термодинаміки.</li> </ul> <p>Завдання до контрольних робіт складаються з задач до вище наведених тем.</p>
<p><b>Опитування</b></p>	<p>Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.</p>

## Схема курсу

Тиж.	Тема, план, короткі тези	Форма діяльності (заняття)	Література	Завдання, год.	Термін виконання
1-2	<b>Розділ 1. <u>Поняття руху та елементи тензорного аналізу та теорії поля.</u></b> Просторові (Ейлерові) і матеріальні (Лагранжеві) координати. Способи опису руху. Матеріальна (індивідуальна) похідна за часом. Криволінійні системи координат. Локальні коваріантні елементи базису. Елементи тензорного числення. Диференціювання за координатами.	лек.	[1-9]	2	2 тижні
3-6	<b>Розділ 2. <u>Теорія деформацій</u></b> Перетворення малої частинки суцільного середовища. Тензори деформації Гріна та Альманзі. Механічний зміст компонент тензорів деформації Гріна та Альманзі в лагранжевій системі координат. Зв'язок компонент тензорів. Зв'язок компонент тензорів деформацій з компонентами вектора переміщення. Рівняння сумісності компонент тензора деформації	лек.	[1-9]	4	4 тижні
7-10	<b>Розділ 3. <u>Основні закони МСС (основні постулати)</u></b> Закон збереження маси для індивідуального об'єму. Закон збереження кількості руху. Формула Коші для вектора напруження. Тензор напружень. Диференціальні рівняння руху.	лек.	[1-9]	3	3 тижні
11-12	<b>Розділ 4. <u>Найпростіші моделі рідин і газів.</u></b> Рідини і гази в МСС. Тиск. Повна система рівнянь механіки для ідеальних рідин. В'язкі рідини та гази. Рівняння руху в'язкої рідини. Рівняння Нав'є-Стокса.	лек.	[1-9]	2	2 тижні
13-15	<b>Розділ 5. <u>Загальні теореми. Основи термодинаміки.</u></b> Теорема живих сил (рівняння кінетичної енергії). Термодинаміка. Основні поняття. Перший закон термодинаміки – закон збереження енергії. Другий закон термодинаміки.	лек.	[10]	3	4 тижні
16	<b>Проведення колоквиуму</b>	лек.		5	
1-3	Математичний апарат механіки суцільного середовища	лаб.	[1-9]	3	3 тижні



5-6	Загальні поняття механіки суцільного середовища	лаб.	[1-9]	2	2 тижні
7-9	Теорія деформацій суцільного середовища	лаб.	[1-9]	3	3 тижні
10	<b>Контрольна робота № 1</b>	лаб.		5	1 тиждень
11-12	Теорія напружень	лаб.	[1-9]	2	2 тижні
13-15	Основні закони та динамічні співвідношення механіки суцільного середовища	лаб.	[1-9]	3	3 тижні
16	<b>Контрольна робота № 2</b>	лаб.		4	1 тиждень