

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Механіко-математичний факультет
Кафедра механіки

Затверджено

На засіданні кафедри механіки
механіко-математичного факультету
Львівського національного університету
імені Івана Франка
(протокол № 1 від 31.08.2023 р.)



Завідувач кафедри:

 Олександр АНДРЕЙКІВ

Силабус з навчальної дисципліни
“Математичні моделі механіки суцільного середовища”,
що викладається в межах ОПП “Математичне моделювання та
комп'ютерна механіка”
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів з
спеціальності 113 Прикладна математика

Львів 2023 р.

Назва дисципліни	Математичні моделі механіки суцільного середовища
Адреса викладання дисципліни	Головний корпус Львівського національного університету імені Івана Франка, м. Львів, вул. Університетська 1, 79000
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Механіко-математичний факультет Кафедра механіки
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	11 – Математика та статистика 113 – Прикладна математика
Викладачі дисципліни	Долінська Ірина Ярославівна, доцент кафедри механіки, доктор технічних наук, старший дослідник Василишин Андрій Володимирович, доктор філософії, асистент кафедри механіки
Контактна інформація викладачів	iryna.dolinska@lnu.edu.ua https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/dolinska-iryna-yaroslavivna andrii.vasylyshyn@lnu.edu.ua https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/vasylyshyn-a-v
Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються	Консультації в день проведення лекцій/лабораторних занять (за попередньою домовленістю). Головний корпус Львівського національного університету імені Івана Франка, м. Львів, вул. Університетська, 1. Кафедра механіки, каб. 148.
Сторінка курсу	https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/matematychni-modeli-mekhaniky-sutsilnoho-seredovyscha-osvitnia-prohrama-matematychni-modeliuvannia-ta-komp-iuterna-mekhanika
Інформація про дисципліну	Навчальна дисципліна “Математичні моделі механіки суцільного середовища” є нормативною дисципліною для студентів спеціальності 113 – Прикладна математика, яка викладається в 7-му семестрі в обсязі 5-ти кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS)
Коротка анотація дисципліни	У курсі викладені основні моделі механіки суцільного середовища, в основі яких покладені фундаментальні закони фізики, математичні методи тензорного та функціонального аналізу, диференціальних рівнянь у звичайних і частинних похідних. У ньому студенти вивчатимуть конкретні моделі механіки суцільного середовища, зокрема, модель пружного тіла, ідеальної та в'язкої рідини і газу, в'язкопружного середовища, пластичного тіла тощо. Окрім цього, студенти навчатимуться виводити замкнуті системи рівнянь, ставити граничні задачі для відповідних моделей механіки суцільного середовища, вибирати методи дослідження конкретних задач. При викладанні курсу використовується векторне числення, елементи тензорного аналізу, функціонального аналізу та теорії диференціальних рівнянь, проводяться паралелі зі шкільним курсом фізики.
Мета та цілі дисципліни	<i>Мета:</i> формування у майбутніх спеціалістів навичок створення математичних моделей конкретних механічних явищ та процесів. <i>Цілі:</i> викласти основні принципи до постановки крайових та початково-крайових задач математичної фізики для математичних моделей механіки

	суцільного середовища та оволодіти методами їх розв'язання.
Література для вивчення дисципліни	<ol style="list-style-type: none"> 1. Кепич Т. Ю. Основи механіки суцільних середовищ (загальні положення та динаміка ідеальної рідини). Навчальний посібник / Т.Ю. Кепич, О.Г. Куценко, О.М. Харитонов – К.: “ЛОГОС”. 2006.– 197 с. 2. Ванін В.А. Математичні моделі та чисельні методи в задачах механіки суцільного середовища: Навчальний посібник – Харків: НТУ «ХП», 2018. – 209 с. 3. Mase G.T. Continuum Mechanics for Engineers / G.T. Mase, R.E. Smelser, J.S. Rossmann. – Taylor & Francis, 2020. 4. Nayak P.K. Continuum Mechanics / Prasun K.N., Mijanur R.S. – Taylor & Francis, 2022. – 294 p. 5. Карвацький А.Я. Метод скінченних елементів у задачах механіки суцільних середовищ. Програмна реалізація та візуалізація результатів: навч. посіб. – Київ: НТУУ «КПІ», 2015. – 391 с. 6. Карвацький А.Я. Механіка суцільних середовищ – 1. Механіка суцільних середовищ в інженерних розрахунках / Уклад.: О.С. Сахаров, А.Я. Карвацький – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2017. – 233 с. 7. Карвацький А.Я. Механіка суцільних середовищ – 2. Нелінійні задачі механіки суцільних середовищ. Практикум. / А.Я. Карвацький. – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. – 390 с. 8. Механіка суцільних середовищ. Розв'язання задач: навч. посіб. – Київ: НТУУ «КПІ», 2016. – 391 с.
Обсяг курсу	7 семестр. Загальний обсяг: 150 годин. Аудиторних занять: 64 год., з них 32 год. лекційних та 32 год. практичних занять. Самостійної роботи: 86 год.
Очікувані результати навчання	<p>У результаті вивчення даного курсу студент буде знати:</p> <ul style="list-style-type: none"> • принципи побудови математичних моделей механіки суцільного середовища; • моделі пружного, термопружного тіла, ідеальної та в'язкої рідини і газу, в'язкопружного середовища, пластичного тіла; • основні математичні співвідношення для цих моделей; • рівняння руху ідеальної, стисливої нестисливої, в'язкої рідини; <p>вміти:</p> <ul style="list-style-type: none"> • виводити замкнуті системи рівнянь для конкретних моделей суцільних середовищ; • ставити граничні задачі для відповідних моделей механіки суцільного середовища; • вибирати методи дослідження конкретних задач механіки суцільного середовища. <p>У результаті засвоєння матеріалу даного курсу студент набуде таких загальних (ЗК) і фахових (ФК) компетентностей:</p> <p>ФК02. Здатність виконувати завдання, сформульовані у математичній формі.</p> <p>ФК03. Здатність обирати та застосовувати математичні методи для розв'язання прикладних задач, моделювання, аналізу, проектування, керування, прогнозування, прийняття рішень.</p> <p>ФК13. Здатність зрозуміти постановку завдання, сформульовану мовою</p>

	<p>певної предметної галузі, здійснювати пошук та збір необхідних вихідних даних.</p> <p>ФК14. Здатність сформулювати математичну постановку задачі, спираючись на постановку мовою предметної галузі, та обирати метод її розв'язання, що забезпечує потрібні точність і надійність результату.</p> <p>ФК18. Здатність проводити експерименти з механіки, створювати відповідне програмне забезпечення для побудови числових розв'язків задач механіки.</p> <p>і здобуде такі результати навчання (РН):</p> <p>РН01. Демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій прикладної математики і використовувати їх на практиці.</p> <p>РН03. Формалізувати задачі, сформульовані мовою певної предметної галузі; формулювати їх математичну постановку та обирати раціональний метод вирішення; розв'язувати отримані задачі аналітичними та чисельними методами, оцінювати точність та достовірність отриманих результатів.</p> <p>РН06. Володіти основними методами розробки дискретних і неперервних математичних моделей об'єктів та процесів, аналітичного дослідження цих моделей на предмет існування та єдиності їх розв'язку.</p> <p>РН12. Розв'язувати окремі інженерні задачі та/або задачі, що виникають принаймні в одній предметній галузі: в соціології, економіці, екології та медицині.</p> <p>РН22. Досліджувати математичні моделі з використанням сучасних розділів механіки.</p>
Ключові слова	Математична модель, в'язка рідина, ідеальний газ, суцільне середовище, рівняння рівноваги, в'язкопружне тіло, потенціал.
Формат курсу	Очний.
Теми	<ol style="list-style-type: none"> 1. Найпростіші моделі суцільних середовищ. Лінійно-пружне тверде тіло. Ідеальна рідина. В'язка рідина. Рівняння динаміки ідеальної рідини та постановка задачі до неї. Рівняння Нав'є – Стокса, та постановка задачі для в'язкої рідини. 2. Гідростатика. Рівняння рівноваги Умова на масові зовнішні сили. Рівновага в полі сил ваги Рівновага однорідної нестисливої рідини в полі сил ваги. Поршнева помпа. Сумарні сила та момент, що діють з боку рідини на поверхню тіла, зануреного в рідину. 3. Рівновага досконалого газу в полі сил ваги. Закон Архімеда Стійкість рівноваги нестисливої рідини та політропної атмосфери в полі сил ваги. Стійкість рівноваги тіл, що плавають на поверхні рідини. Рівновага рідини відносно рухомих систем відліку. 4. Загальна теорія усталених рухів ідеальних рідини та газу. Інтеграл Бернуллі. Функція тиску. Інтеграл Бернуллі уздовж лінії струму та вихрової лінії. Випадок, коли стала інтеграла Бернуллі не залежить від лінії току. 5. Інтеграл Бернуллі для нестисливої важкої рідини. Швидкість витоку нестисливої рідини з посудини. Трубка Піто–Прандтля. Динамічний та гідростатичний тиски. Течія нестисливої рідини в трубці змінного поперечного перерізу. Явище кавітації. Число кавітації. Моделювання явища кавітації. Ефекти кавітації на практиці 6. Інтеграл Бернуллі для адіабатичних течій досконалого газу.

	<p>Параметри гальмування. Максимальна швидкість витоку газу. Швидкість звуку. Критична швидкість. Число Маха. Коефіцієнт швидкості. Формула для швидкості виходу газу із ємності Зв'язок тиску, температури та густини із параметрами гальмування і числом Маха. Нагрівання тіл у потоці газу. Вплив стисливості на залежність тиску та густини від швидкості.</p> <ol style="list-style-type: none"> 7. Вплив стисливості на форму трубок струму. Просте сопло. Форма трубок струму в нестисливій рідині. Форма трубок струму у стисливій рідині. Просте сопло. Течія в простому соплі. Дослідження величини витрат через сопло. 8. Елементарна теорія сопла Лавалю. Течія в соплі Лавалю. Розрахункові режими витоку газу зі сопла Лавалю. Нерозрахункові режими витоку газу зі сопла Лавалю. Сопла з регульованою горловиною. 9. Застосування інтегральних співвідношень до скінченних об'ємів матеріального середовища за усталених рухів. Основні інтегральні співвідношення для усталених рухів. Дія на стінку плоскопаралельного струменю нестисливої рідини. Глісування плоскої пластинки. 10. Потенціальні рухи ідеальної рідини. Інтеграл Коші–Лагранжа. Інтеграл Коші–Лагранжа. Інтеграл Коші–Лагранжа в рухомій системі координат. Про збереження потенціальних течій. Динамічна інтерпретація потенціалу швидкостей. Задача Діріхле про рух ідеальної нестисливої рідини під дією імпульсу тисків. Потенціальні течіння ідеальних рідини та газу за наявності баротропії. 11. Потенціальні рухи нестисливої рідини. Потенціал об'ємного розподілу джерел. Порядок зменшення потенціалу на нескінченості. Випадок, коли потенціал в симетричних точках має однакові значення. Розклад потенціалу у ряд у безмежно віддаленій точці. 12. Гармонічні функції. Властивості гармонічних функцій. Основні часткові розв'язки рівняння Лапласа. Гармонічна функція, як сума потенціалів простого і подвійного шарів. 13. Формули Гріна. Кінетична енергія рідини. Кінетична енергія необмеженого об'єму рідини, при нульовій швидкості в нескінченності. 14. Задачі Діріхле та Неймана. Змішана задача. Єдиність розв'язку внутрішніх задач Єдиність зовнішніх задач Діріхле, Неймана і змішаної задачі. Умова дзеркальної симетрії для гармонічних функцій. Задача про удар тіла що плаває. 15. Функція Гріна. Функція Гріна для півпростору обмеженого площиною. Потенціал швидкостей від системи особливостей у півпросторі $z > 0$ обмеженим площиною $z=0$. Перетворення інверсії відносно сфери. Побудова функції Гріна в задачі Діріхле для сфери. 16. Задача про рух сфери у безмежному об'ємі ідеальної нестисливої рідини. Постановка задачі про рух сфери. Потенціал абсолютного руху. Постановка задачі про обтікання сфери. Потенціал відносного руху. Розподіл відносних швидкостей по поверхні сфери. Парадокс Д'аламбера для сфери. Опір сфери, що рухається зі змінною швидкістю.
Підсумковий	Іспит у кінці 7-го семестру.

<p>контроль, форма</p>	
<p>Пререквізити</p>	<p>Для вивчення даного курсу студенти потрібні базові знання з:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Основ механіки суцільного середовища; - Диференціальних рівнянь; - Математичного аналізу; - Опору матеріалів; - Функціонального аналізу.
<p>Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу</p>	<p>Інформаційні методи (лекція, бесіда, ілюстрація, демонстрація); дедуктивні методи на основі узагальнень; евристичні методи (проблемна лекція); інтерактивні методи (дискусія).</p>
<p>Необхідне обладнання</p>	<p>Для проведення лекційних занять: комп'ютер (мінімальні характеристики: процесор Intel Core i3, 8ГБ оперативної пам'яті), доступ до мережі Internet, засоби мультимедіа (в т.ч. проектор).</p> <p>Для проведення практичних/лабораторних занять: комп'ютер (мінімальні характеристики: процесор Intel Core i3, 8ГБ оперативної пам'яті), доступ до мережі Internet.</p> <p>Необхідне програмне забезпечення включає в себе ОС Windows 10, програмні додатки (MS Teams, ZOOM)</p>
<p>Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)</p>	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням: .</p> <ul style="list-style-type: none"> • Тестовий модуль № 1: максимальна кількість балів 20, що становить 20% семестрової оцінки. • Тестовий модуль № 2: максимальна кількість балів 20, що становить 20% семестрової оцінки. • активна робота на семінарських та лабораторних заняттях: 10 балів, 10% семестрової оцінки. • іспит: містить 3 запитань по 10 балів кожне, а також 2 додаткових запитань, що оцінюються по 10 балів. Максимальна кількість балів 50, що становить 50% семестрової оцінки, <p>Підсумкова максимальна кількість балів за 7 семестр 100.</p> <p>Оцінювання тестових модулів №1, №2 відбувається шляхом перевірки написаної студентом в аудиторії письмової роботи, яка складається з 10 запитань, кожне з яких оцінюється в 2 бали.</p> <p>Бали оцінювання відповіді на запитання тестових модулів:</p> <p>2 – відповідь на запитання повна, коректна, містить відповідні формули, рисунки та формулювання означень, теорем чи тверджень;</p> <p>1 – відповідь на запитання є неповною, містить формули з помилками, рисунки зроблені неповністю, формулювання означень, теорем чи тверджень є неповним;</p> <p>0 – відповідь відсутня/не відповідає сформульованому запитанню.</p> <p>Оцінювання іспиту відбувається шляхом перевірки написаної студентом в аудиторії письмової роботи, яка складається з 3 запитань (по 10 балів кожне), а також усної відповіді на 2 додаткових питання (по 10 балів</p>

	<p>кожне).</p> <p>Бали оцінювання відповіді на іспиті: 10 – відповідь на запитання повна, коректна, містить відповідні формули, рисунки та формулювання означень, теорем чи тверджень; 6 – відповідь на запитання є неповною, містить формули з помилками, рисунки зроблені неповністю, формулювання означень, теорем чи тверджень є неповним 3 – відповідь на запитання є неповною, відсутні доведення теорем і тверджень, формули містять помилки; 0 – відповідь відсутня/не відповідає сформульованому запитанні.</p> <p>Академічна доброчесність: Очікується, що роботи студентів будуть оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Списування та втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в написанні завдань є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману. Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p> <p>Відвідання занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та практичні/лабораторні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів робіт, передбачених курсом.</p> <p>Література. Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p>Політика виставлення балів. Враховуються бали, набрані при поточному контролі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p>
<p>Питання до екзамену</p>	<p>Найпростіші моделі суцільних середовищ Модель лінійно-пружного твердого тіла. Модель ідеальної рідини. Модель в'язкої рідини. Рівняння динаміки ідеальної рідини та постановка задачі до неї. Рівняння Нав'є – Стокса, та постановка задачі для в'язкої рідини Гідростатика. Рівняння рівноваги Умова на масові зовнішні сили Рівновага в полі сил ваги. Рівновага однорідної нестисливої рідини в полі сил ваги Сумарні сила та момент, що діють з боку рідини на поверхню тіла, зануреного в рідину Рівновага досконалого газу в полі сил ваги. Закон Архімеда Стійкість рівноваги нестисливої рідини та політропної атмосфери в полі сил ваги. Стійкість рівноваги тіл, що плавають на поверхні рідини. Рівновага рідини відносно рухомих систем відліку.</p>

	<p>Інтеграл Бернуллі. Функція тиску. Інтеграл Бернуллі уздовж лінії струму та вихрової лінії. Випадок, коли стала інтеграла Бернуллі не залежить від лінії току. Інтеграл Бернуллі для нестисливої важкої рідини. Швидкість витоку нестисливої рідини з посудини. Динамічний та гідростатичний тиски. Течія нестисливої рідини в трубці змінного поперечного перерізу. Явище кавітації. Число кавітації. Ефекти кавітації на практиці. Інтеграл Бернуллі для адіабатичних течій досконалого газу. Параметри гальмування. Максимальна швидкість витоку газу. Швидкість звуку. Критична швидкість. Число Маха. Коефіцієнт швидкості. Формула для швидкості виходу газу із ємності Зв'язок тиску, температури та густини із параметрами гальмування і числом Маха. Нагрівання тіл у потоці газу. Вплив стисливості на залежність тиску та густини від швидкості Форма трубок струму в нестисливій рідині. Форма трубок струму у стисливій рідині. Просте сопло. Течія в простому соплі. Дослідження величини витрат через сопло Течія в соплі Лавалю. Розрахункові режими витоку газу зі сопла Лавалю. Нерозрахункові режими витоку газу зі сопла Лавалю. Сопла з регульованою горловиною Основні інтегральні співвідношення для усталених рухів. Дія на стінку плоскопаралельного струменю нестисливої рідини. Глісування плоскої пластинки Інтеграл Коші–Лагранжа. Інтеграл Коші–Лагранжа в рухомій системі координат. Динамічна інтерпретація потенціалу швидкостей. Задача Діріхле про рух ідеальної нестисливої рідини під дією імпульсу тисків. Потенціальні течіння ідеальних рідини та газу за наявності баротропії Потенціальні рухи нестисливої рідини. Потенціал об'ємного розподілу джерел. Порядок зменшення потенціалу на нескінченості. Розклад потенціалу у ряд у безмежно віддаленій точці. Гармонічні функції. Властивості гармонічних функцій. Основні часткові розв'язки рівняння Лапласа. Формули Гріна. Кінетична енергія рідини. Кінетична енергія необмеженого об'єму рідини, при нульовій швидкості в нескінченності Задачі Діріхле та Неймана. Змішана задача. Єдиність розв'язку внутрішніх задач.</p>
--	---

	<p>Єдиність зовнішніх задач Діріхле, Неймана і змішаної задачі. Умова дзеркальної симетрії для гармонічних функцій. Задача про удар тіла що плаває. Функція Гріна. Функція Гріна для півпростору обмеженого площиною. Потенціал швидкостей від системи особливостей у півпросторі $z > 0$ обмеженим площиною $z=0$. Перетворення інверсії відносно сфери. Побудова функції Гріна в задачі Діріхле для сфери Постановка задачі про рух сфери. Потенціал абсолютного руху. Постановка задачі про обтікання сфери. Потенціал відносного руху. Розподіл відносних швидкостей по поверхні сфери. Парадокс Д'аламбера для сфери. Опір сфери, що рухається зі змінною швидкістю.</p>
Опитування	<p>Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.</p>

**Схема курсу “Математичні моделі механіки суцільного середовища”
для студентів спеціальності 113 – Прикладна математика**

Тиж.	Тема, план, короткі тези	Форма діяльності (заняття)	Література. Ресурси в інтернеті	Завдання, год.	Термін виконання
1	Тема 1. Найпростіші моделі суцільних середовищ. Лінійно-пружне тверде тіло. Ідеальна рідина. В'язка рідина. Рівняння динаміки ідеальної рідини та постановка задачі до неї. Рівняння Нав'є – Стокса, та постановка задачі для в'язкої рідини.	лек.	[1, 2, 6]	2	1 тиждень
1	Тема 1. Найпростіші моделі суцільних середовищ. Лінійно-пружне тверде тіло. Ідеальна рідина. В'язка рідина. Рівняння динаміки ідеальної рідини та постановка задачі до неї. Рівняння Нав'є – Стокса, та постановка задачі для в'язкої рідини.	лаб.	[1, 2, 6]	2	1 тиждень
2	Тема 2. Гідростатика. Рівняння рівноваги Умова на масові зовнішні сили. Рівновага в полі сил ваги Рівновага однорідної нестисливої рідини в полі сил ваги. Поршнева помпа. Сумарні сила та момент, що діють з боку рідини на поверхню тіла, зануреного в рідину.	лек.	[1, 2, 6]	2	1 тиждень
2	Тема 2. Гідростатика. Рівняння рівноваги Умова на масові зовнішні сили. Рівновага в полі сил ваги Рівновага однорідної нестисливої рідини в полі сил ваги. Поршнева помпа. Сумарні сила та момент, що діють з боку рідини на поверхню тіла, зануреного в рідину.	лаб.	[1, 2, 6]	2	1 тиждень
3	Тема 3. Рівновага досконалого газу в полі сил ваги. Закон Архімеда Стійкість рівноваги нестисливої рідини та політропної атмосфери в полі сил ваги. Стійкість рівноваги тіл, що плавають на поверхні рідини. Рівновага рідини відносно рухомих систем відліку.	лек.	[1, 3, 4]	2	1 тиждень
3	Тема 3. Рівновага досконалого газу в полі сил	лаб.	[1, 3, 4]	2	1 тиждень

	ваги. Закон Архімеда Стійкість рівноваги нестисливої рідини та політропної атмосфери в полі сил ваги. Стійкість рівноваги тіл, що плавають на поверхні рідини. Рівновага рідини відносно рухомих систем відліку.				
4	Тема 4. Загальна теорія усталених рухів ідеальних рідини та газу. Інтеграл Бернуллі. Функція тиску. Інтеграл Бернуллі уздовж лінії струму та вихрової лінії. Випадок, коли стала інтеграла Бернуллі не залежить від лінії току	лек.	[1, 3, 5]	3	1 тиждень
4	Тема 4. Загальна теорія усталених рухів ідеальних рідини та газу. Інтеграл Бернуллі. Функція тиску. Інтеграл Бернуллі уздовж лінії струму та вихрової лінії. Випадок, коли стала інтеграла Бернуллі не залежить від лінії току	лаб.	[1, 3, 5]	3	1 тиждень
5	Тема 5 Інтеграл Бернуллі для нестисливої важкої рідини. Швидкість витоку нестисливої рідини з посудини. Трубка Піто–Прандтля. Динамічний та гідростатичний тиски. Течія нестисливої рідини в трубці змінного поперечного перерізу. Явище кавітації. Число кавітації. Моделювання явища кавітації. Ефекти кавітації на практиці.	лек.	[1, 2, 3, 4]	3	1 тиждень
5	Тема 5 Інтеграл Бернуллі для нестисливої важкої рідини. Швидкість витоку нестисливої рідини з посудини. Трубка Піто–Прандтля. Динамічний та гідростатичний тиски. Течія нестисливої рідини в трубці змінного поперечного перерізу. Явище кавітації. Число кавітації. Моделювання явища кавітації. Ефекти кавітації на практиці.	лаб.	[1, 2, 3, 4]	3	1 тиждень
6	Тема 6. Інтеграл Бернуллі для адіабатичних течій досконалого газу. Параметри гальмування. Максимальна швидкість витоку газу. Швидкість звуку. Критична	лек.	[1, 6, 7]	3	1 тиждень

	швидкість. Число Маха. Коефіцієнт швидкості. Формула для швидкості виходу газу із ємності Зв'язок тиску, температури та густини із параметрами гальмування і числом Маха. Нагрівання тіл у потоці газу. Вплив стисливості на залежність тиску та густини від швидкості.				
6	Тема 6. Інтеграл Бернуллі для адіабатичних течій досконалого газу. Параметри гальмування. Максимальна швидкість витоку газу. Швидкість звуку. Критична швидкість. Число Маха. Коефіцієнт швидкості. Формула для швидкості виходу газу із ємності Зв'язок тиску, температури та густини із параметрами гальмування і числом Маха. Нагрівання тіл у потоці газу. Вплив стисливості на залежність тиску та густини від швидкості.	лаб.	[1, 6, 7]	3	1 тиждень
7	Тема 7. Вплив стисливості на форму трубок струму. Просте сопло. Форма трубок струму в нестисливій рідині. Форма трубок струму у стисливій рідині. Просте сопло. Течія в простому соплі. Дослідження величини витрат через сопло	лек.	[1, 2, 3, 4]	2	1 тиждень
7	Тема 7. Вплив стисливості на форму трубок струму. Просте сопло. Форма трубок струму в нестисливій рідині. Форма трубок струму у стисливій рідині. Просте сопло. Течія в простому соплі. Дослідження величини витрат через сопло	лаб.	[1, 2, 3, 4]	2	1 тиждень
8	Тема 8. Елементарна теорія сопла Лавалю. Течія в соплі Лавалю. Розрахункові режими витоку газу зі сопла Лавалю. Нерозрахункові режими витоку газу зі сопла Лавалю. Сопла з регульованою горловиною	лек.	[1, 2, 3, 4]	2	1 тиждень
8	Тема 8. Елементарна теорія сопла Лавалю. Течія в соплі Лавалю. Розрахункові режими витоку газу зі сопла Лавалю. Нерозрахункові режими витоку газу зі сопла Лавалю. Сопла з регульованою	лаб.	[1, 2, 3, 4]	3	1 тиждень

	горловинно. Тестовий модуль №1				
9	Тема 9. Застосування інтегральних співвідношень до скінченних об'ємів матеріального середовища за усталених рухів. Основні інтегральні співвідношення для усталених рухів. Дія на стінку плоскопаралельного струменю нестисливої рідини. Глісування плоскої пластинки.	лек.	[1, 2, 3, 4, 8]	3	1 тиждень
9	Тема 9. Застосування інтегральних співвідношень до скінченних об'ємів матеріального середовища за усталених рухів. Основні інтегральні співвідношення для усталених рухів. Дія на стінку плоскопаралельного струменю нестисливої рідини. Глісування плоскої пластинки.	лаб.	[1, 2, 3, 4, 8]	3	1 тиждень
10	Тема 10. Потенціальні рухи ідеальної рідини. Інтеграл Коші–Лагранжа. Інтеграл Коші–Лагранжа в рухомій системі координат. Збереження потенціальних течій. Динамічна інтерпретація потенціалу швидкостей. Задача Діріхле про рух ідеальної нестисливої рідини під дією імпульсу тисків. Потенціальні течіння ідеальних рідини та газу за наявності баротропії.	лек.	[1, 2, 3, 4]	3	1 тиждень
10	Тема 10. Потенціальні рухи ідеальної рідини. Інтеграл Коші–Лагранжа. Інтеграл Коші–Лагранжа в рухомій системі координат. Збереження потенціальних течій. Динамічна інтерпретація потенціалу швидкостей. Задача Діріхле про рух ідеальної нестисливої рідини під дією імпульсу тисків. Потенціальні течіння ідеальних рідини та газу за наявності баротропії.	лаб.	[1, 2, 3, 4]	3	1 тиждень
11	Тема 11. Потенціальні рухи нестисливої рідини. Потенціал об'ємного розподілу джерел. Порядок зменшення потенціалу на нескінченності. Випадок, коли потенціал в симетричних	лек.	[1, 2, 3, 4]	3	1 тиждень

	точках має однакові значення. Розклад потенціалу у ряд у безмежно віддаленій точці.				
11	Тема 11. Потенціальні рухи нестисливої рідини. Потенціал об'ємного розподілу джерел. Порядок зменшення потенціалу на нескінченості. Випадок, коли потенціал в симетричних точках має однакові значення. Розклад потенціалу у ряд у безмежно віддаленій точці.	лаб.	[1, 2, 4, 5, 7]	3	1 тиждень
12	Тема 12. Гармонічні функції. Властивості гармонічних функцій. Основні часткові розв'язки рівняння Лапласа. Гармонічна функція, як сума потенціалів простого і подвійного шарів.	лек.	[1, 2, 4, 5, 7]	3	1 тиждень
12	Тема 12. Гармонічні функції. Властивості гармонічних функцій. Основні часткові розв'язки рівняння Лапласа. Гармонічна функція, як сума потенціалів простого і подвійного шарів.	лаб.	[1, 2, 3]	3	1 тиждень
13	Тема 13. Формули Гріна. Кінетична енергія рідини. Кінетична енергія необмеженого об'єму рідини, при нульовій швидкості в нескінченності.	лек.	[1, 2, 4, 5, 7]	2	1 тиждень
13	Тема 13. Формули Гріна. Кінетична енергія рідини. Кінетична енергія необмеженого об'єму рідини, при нульовій швидкості в нескінченності.	лаб.	[1, 2, 4, 5, 7]	3	1 тиждень
14	Тема 14. Задачі Діріхле та Неймана. Змішана задача. Єдиність розв'язку внутрішніх задач Єдиність зовнішніх задач Діріхле, Неймана і змішаної задачі. Умова дзеркальної симетрії для гармонічних функцій. Задача про удар тіла що плаває.	лек.	[1, 2, 7, 8]	3	1 тиждень
14	Тема 14. Задачі Діріхле та Неймана. Змішана задача. Єдиність розв'язку внутрішніх задач Єдиність зовнішніх задач Діріхле, Неймана і змішаної задачі. Умова дзеркальної симетрії	лаб.	[1, 2, 7, 8]	3	1 тиждень

	для гармонічних функцій. Задача про удар тіла що плаває.				
15	Тема 15. Функція Гріна. Функція Гріна для півпростору обмеженого площиною. Потенціал швидкостей від системи особливостей. Перетворення інверсії відносно сфери. Побудова функції Гріна в задачі Діріхле для сфери.	лек.	[1, 2, 7, 8]	3	1 тиждень
15	Тема 15. Функція Гріна. Функція Гріна для півпростору обмеженого площиною. Потенціал швидкостей від системи особливостей. Перетворення інверсії відносно сфери. Побудова функції Гріна в задачі Діріхле для сфери.	лаб.	[1, 2, 7, 8]	3	1 тиждень
16	Тема 16. Задача про рух сфери у безмежному об'ємі ідеальної нестисливої рідини. Потенціал абсолютного руху. Постановка задачі про обтікання сфери. Потенціал відносного руху. Розподіл відносних швидкостей по поверхні сфери. Парадокс Даламбера для сфери. Опір сфери, що рухається зі змінною швидкістю.	лек.	[1, 2, 3, 8]	3	1 тиждень
16	Тема 16. Задача про рух сфери у безмежному об'ємі ідеальної нестисливої рідини. Потенціал абсолютного руху. Постановка задачі про обтікання сфери. Потенціал відносного руху. Розподіл відносних швидкостей по поверхні сфери. Парадокс Даламбера для сфери. Опір сфери, що рухається зі змінною швидкістю. Тестовий модуль №2	лаб.	[1, 2, 3, 8]	3	1 тиждень
Разом				86	–