

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Механіко-математичний факультет
Кафедра математичної статистики і диференціальних рівнянь

Затверджено
На засіданні кафедри
математичної статистики і
диференціальних рівнянь
механіко-математичного
факультету
Львівського національного
університету імені Івана Франка
(протокол № 1 від 22.06.2023 р.)

Завідувач кафедри: проф. Бугрій О.М.



Силабус з навчальної дисципліни
«Рівняння математичної фізики»,
що викладається в межах першого (бакалаврського) рівня
вищої освіти для здобувачів
з спеціальності 113 Прикладна математика

2023 р.

Назва дисципліни	Рівняння математичної фізики
Адреса викладання дисципліни	Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка м. Львів, вул. Університетська 1
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Механіко-математичний факультет Кафедра математичної статистики і диференціальних рівнянь
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	11 – математика та статистика 113 – прикладна математика
Викладачі дисципліни	Лопушанська Г.П., професор кафедри математичної статистики і диференціальних рівнянь
Контактна інформація викладачів	halyna.lopushanska@lnu.edu.ua ; http://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/lopushanska_h_p ; Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 278. м. Львів, вул. Університетська, 1
Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються	Консультації в день проведення лекцій/практичних занять (за попередньою домовленістю).
Сторінка курсу	http://new.mmf.lnu.edu.ua/course/rmf_for_113-pm
Інформація про дисципліну	Дисципліна «Рівняння математичної фізики» є нормативною дисципліною зі спеціальності 113 Прикладна математика, яка викладається в 4-му семестрі в обсязі 4-х кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
Коротка анотація дисципліни	Курс розроблено таким чином, щоб надати учасникам знання з методів дослідження коректності основних задач для лінійних диференціальних рівнянь із частинними похідними другого порядку і основних методів із розв'язання.
Мета та цілі дисципліни	Математичні моделі багатьох задач природознавства, економіки, суспільних наук – це початкові чи крайові задачі для звичайних диференціальних рівнянь чи диференціальних рівнянь із частинними похідними. Мета курсу полягає в оволодінні основними методами дослідження коректності основних задач для лінійних диференціальних рівнянь із частинними похідними другого порядку, дослідження основних властивостей їхніх розв'язків, у вивченні основних методів розв'язання таких задач.
Література для вивчення дисципліни	<ol style="list-style-type: none"> 1. Бобик О.І. Рівняння математичної фізики (Класифікація, основні крайові задачі, теорема Ковалевської і характеристики): Текст лекцій. – Львів: ЛДУ, 1990. 2. Бобик О.І. Рівняння математичної фізики (Гармонічні функції, коректність граничних задач для рівняння Лапласа і Пуассона, функція точкового джерела): Текст лекцій.– Львів: ЛДУ, 1990. 3. Бобик О.І., Бобик І.О. Практикум з рівнянь математичної фізики. Ч.1.

	<p>–Львів, 1996.</p> <ol style="list-style-type: none"> 4. Бобик О.І., Бобик І.О. Практикум з рівнянь математичної фізики. Ч.2. –Львів, 1996. 5. Бондаренко В.Г. Рівняння математичної фізики: [Електронний ресурс] : навч. посіб. – КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. – 100 с. 6. Бугрій О.М. Рівняння математичної фізики: методичні вказівки.– Львів: вид. центр ЛНУ імені Івана Франка, 2006. 7. Бокало М.М. Рівняння математичної фізики (Класифікація рівнянь з частинними похідними. Постановки крайових задач. Задача Коші. Текст лекцій. –Львів: ЛДУ, 1994. 8. Іванчов М.І. Вступ до теорії рівнянь у частинних похідних: текст лекцій.–Львів: іада плюс, 2004. 9. Івасишен С.Д. , Лавренчук В.П., Івасюк Г.П., Рева Н.В. Основи класичної теорії рівнянь математичної фізики. – Чернівці: Вид. дім “Родовід”, 2015. 10. Лопушанська Г.П. Диференціальні рівняння та рівняння математичної фізики: навч. пос. - Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2004.—165 с. [Електронний ресурс] 11. Лопушанська Г.П., Бугрій О.М., Лопушанський А.О. Диференціальні рівняння та рівняння математичної фізики: підручник –2-ге вид., виправ. і доп. – Львів: Видавець І.Е. Чижиков, 2017. –372 с. 12. Лопушанська Г. П. Методи рядів і перетворення Фур’є: текст лекцій / Г. П. Лопушанська, О. М. Бугрій, А. О. Лопушанський. – Електрон. вид. Е4. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2023. – 70 с. 13. Маринець В.В., Рего В.Л. Рівняння математичної фізики (Методична розробка з практичних занять), Ч.1. – Ужгород, 2006.—95 с. [Електронний ресурс] 14. Перестюк М.О., Маринець В.В. Теорія рівнянь математичної фізики. – К.: Либідь. - 2001. [Електронний ресурс] 15. Піх С.С., Ровенчак А.А., Криницький Ю.А. 1001 задача з математичної фізики – Львів: ЛНУ ім. Івана Франка, 2006. Р. III.4. 16. Тацій Р., Стасюк М., Пазен О. Елементи математичного моделювання та прикладної математики: навчальний посібник – Львів : ЛДУ БЖД, 2021. – 182 с. [Електронний ресурс] 17. Lewis B.J., Onder E.N., Prudil A.A. Partial differential equations // Advanced Mathematics for Engineering Students. Chapter 5. – 2022, pp. 131-164. https://doi.org/10.1016/B978-0-12-823681-9.00013-7 18. Nagy G. Ordinary differential equations. Chapter 7. – 2021, 423 pp. [Електронний ресурс] users.math.msu.edu > users > gnagy > teaching > ode 19. Philip P. Ordinary differential equations. Chap. I, J. / P. Philip – 2022, 178 pp. [Електронний ресурс] www.math.lmu.de > ~philip > publications > lectureNotes > philipPeter_ODE 20. Strauss W.A. Partial Differential Equations. An introduction. – John Wiley and Sons, Ltd. – 2021, 466 p.
Обсяг курсу	Загальний обсяг: 120 годин. Аудиторних занять: 64 год., з них 32 год. лекцій та 32 години практичних занять. Самостійної роботи: 56 год.
Очікувані результати навчання	Після завершення цього курсу студент буде: Знати: –методи дослідження коректності основних задач для лінійних

диференціальних рівнянь із частинними похідними другого порядку, дослідження властивостей їхніх розв'язків;
–методи розв'язання основних задач для рівнянь математичної фізики.

Вміти:

–зводити до канонічного вигляду рівняння з частинними похідними другого порядку зі сталими коефіцієнтами у випадку довільної кількості незалежних змінних та зі змінними коефіцієнтами у випадку двох незалежних змінних;

–знаходити загальний розв'язок гіперболічних рівнянь другого порядку з двома незалежними змінними, розв'язувати задачу Коші для таких рівнянь;

–формулювати та розв'язувати задачу Гурса для рівнянь із двома незалежними змінними;

–застосовувати формули для знаходження розв'язку задачі Коші для хвильового рівняння, рівняння коливань мембрани та рівняння коливань струни;

–застосовувати метод відокремлення змінних та метод розкладу в ряди за власними функціями крайової задачі для звичайного диференціального рівняння другого порядку при розв'язуванні мішаних задач для рівнянь коливань струни, прямокутної та круглої мембрани, використовуючи при цьому властивості власних значень та власних функцій;

–застосовувати метод відокремлення змінних та метод розкладу в ряди за власними функціями крайової задачі для звичайного диференціального рівняння другого порядку при розв'язуванні крайових задач для рівнянь теплопровідності в стержні, крайових задач для рівнянь Лапласа та Пуассона в прямокутнику та кругових областях.

Курс забезпечує набуття таких компетентностей та програмних результатів навчання:

Загальні компетентності:

ЗК06. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

Спеціальні компетентності:

ФК01. Здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем.

ФК02. Здатність виконувати завдання, сформульовані у математичній формі.

ФК03. Здатність обирати та застосовувати математичні методи для розв'язання прикладних задач, моделювання, аналізу, проектування, керування, прогнозування, прийняття рішень.

ФК13. Здатність зрозуміти постановку завдання, сформульовану мовою певної предметної галузі, здійснювати пошук та збір необхідних вихідних даних.

ФК14. Здатність сформулювати математичну постановку задачі, спираючись на постановку мовою предметної галузі, та обирати метод її розв'язання, що забезпечує потрібні точність і надійність результату

ФК17. Здатність розробляти та досліджувати комп'ютерні моделі складних систем, поведінка яких описується за допомогою диференціальних рівнянь.

	<p>Програмні результати навчання:</p> <p>РН02. Володіти основними положеннями та методами математичного, комплексного та функціонального аналізу, лінійної алгебри та теорії чисел, аналітичної геометрії, теорії диференціальних рівнянь, зокрема рівнянь у частинних похідних, теорії ймовірностей, математичної статистики та випадкових процесів, чисельними методами.</p> <p>РН03. Формалізувати задачі, сформульовані мовою певної предметної галузі; формулювати їх математичну постановку та обирати раціональний метод вирішення; розв'язувати отримані задачі аналітичними та чисельними методами, оцінювати точність та достовірність отриманих результатів.</p> <p>РН06. Володіти основними методами розробки дискретних і неперервних математичних моделей об'єктів та процесів, аналітичного дослідження цих моделей на предмет існування та єдиності їх розв'язку.</p>
Ключові слова	Рівняння з частинними похідними, задача Коші, мішана задача, крайова задача, метод характеристик, метод рядів, інтегральне зображення, потенціал, інтегральне рівняння.
Формат курсу	Очний Проведення лекцій, лабораторних робіт і консультацій.
Теми	Подано нижче у таблиці Схема курсу «Рівняння математичної фізики»
Підсумковий контроль, форма	Залік
Пререквізити	Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з математичного аналізу і диференціальних рівнянь, достатніх для сприйняття категоріального апарату методів диференціювання, інтегрування, степеневих і функційних рядів, рядів Фур'є, розв'язування звичайних диференціальних рівнянь.
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу	Презентації, лекції, індивідуальні завдання.
Необхідне обладнання	Дошка та крейда, комп'ютер із доступом до Internet мережі.
Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Змістовий модуль 1: 4% семестрової оцінки за активну роботу на заняттях, 4% семестрової оцінки за виконання практичних аудиторних і домашніх завдань, 14% семестрової оцінки за контрольну роботу, максимальна кількість балів 22. • Змістовий модуль 2: 4% семестрової оцінки за активну роботу на заняттях, 4% семестрової оцінки за виконання практичних аудиторних і домашніх завдань, 20% семестрової оцінки за контрольну роботу, максимальна кількість балів 28. • Змістовий модуль 3: 4% семестрової оцінки за активну роботу на

заняттях, 4% семестрової оцінки за виконання практичних аудиторних і домашніх завдань, 16% семестрової оцінки за колоквиум, максимальна кількість балів 24.

- Змістовий модуль 4: 4% семестрової оцінки за активну роботу на заняттях, 4% семестрової оцінки за виконання практичних аудиторних і домашніх завдань, максимальна кількість балів 8.

- Підсумковий контроль: 18% семестрової оцінки, максимальна кількість балів 18.

Підсумкова максимальна кількість балів 100.

Оцінювання практичних робіт відбувається шляхом оцінки роботи студента під час проведення практичної роботи в аудиторії (0-4 балів за одну роботу) та виконання контрольної роботи в аудиторії. Бали оцінювання аудиторного виконання практичних робіт нараховуються за наступним співвідношенням:

4 – студент в повному обсязі володіє навчальним матеріалом, має повне розуміння розглянутої теми, надає правильні відповіді на запитання по темі;

3 – студент достатньо розуміє розглянутий матеріал та принципи написаного ним коду програми, присутні неточності та незначні помилки у відповідях на запитання по темі;

2 – студент не досить добре розуміє розглянутий матеріал та написаний ним код програми, вагається та надає неточні/не конкретні відповіді на запитання по темі;

1 – студент погано розуміє розглянутий матеріал та написаний ним код програми, студент в більшості надає помилкові відповіді на питання по темі;

0 - студент зовсім не засвоїв розглянутий матеріал.

Бали оцінювання домашнього виконання практичних робіт та наданого звіту нараховуються за наступним співвідношенням:

4 – звіт цілком і повністю відображає індивідуальне завдання студента, містить правильні висновки, ілюстрований (за потреби) відповідними графіками і таблицями, які правильно відображають суть виконаного завдання, студент має повне розуміння розглянутої теми, надає правильні відповіді на запитання по темі;

3 – звіт в достатній мірі відображає індивідуальне завдання студента, містить допустимі висновки, ілюстрований (за потреби) відповідними графіками і таблицями, які частково відображають суть виконаного завдання, присутні неточності та незначні помилки у відповідях на запитання по темі;

2 – звіт містить загальні формулювання завдання, висновки нечіткі, необхідні ілюстрації чи таблиці відсутні, студент не досить добре розуміє розглянутий матеріал, надає неточні/не конкретні відповіді на запитання по темі;

1 – звіт не містить формулювання завдання, висновки необґрунтовані чи неповні, необхідні ілюстрації чи таблиці відсутні, студент погано розуміє розглянутий матеріал, студент в більшості надає помилкові відповіді на питання по темі;

0 – звіт відсутній/не відповідає темі, студент зовсім не засвоїв розглянутий

матеріал.

Оцінювання контрольних робіт та підсумкового тестування (завдання з тематики кожного змістового модуля) відбувається шляхом оцінки письмових відповідей студента на поставлені запитання.

Відсотки нарахування балів оцінювання відповіді на кожне запитання нараховуються за наступним співвідношенням:

75-100% – тема відтворюється в повному обсязі, правильно, обґрунтовано, логічно;

50-75% – відтворюється значна частина розглянутої теми, проте присутні неточності та/або невідповідності;

25-50% – виявлено множинні неточності та невідповідності, пояснення відсутні чи частково помилкові;

0-25% – тему майже не розкрито, кількість викладеного матеріалу не відповідає загальним нормам обраного виду роботи.

Критерії оцінювання результатів неформальної освіти:

Нарахування балів відбувається за публікацію студентом тез доповідей на конференціях, наукових статей, за участь студента у діяльності наукових гуртків, семінарів, круглих столів, конкурсів, участь у заходах неформальної освіти, за отримання сертифікатів про проходження навчання на різних освітніх платформах (Coursera, Prometheus тощо), курсах провідних ІТ компаній за тематикою навчальної дисципліни. Кількість балів визначається відсотком покриття результатів відповідної активності до вимог результатів навчання з навчальної дисципліни

Письмові роботи: Студенти виконують три письмові роботи (дві контрольні по методах розв'язання задач і тест із теоретичних завдань) .

Академічна доброчесність: Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.

Відвідання занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та практичні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів письмових робіт та індивідуальних завдань, передбачених курсом.

Література. Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.

Політика виставлення балів. Враховуються бали, набрані за виконання практичних аудиторних і домашніх завдань, за активну роботу на заняттях та на підсумковому контролі. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час лабораторного заняття; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.

	Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.
Питання до підсумкового контролю	<ol style="list-style-type: none"> 1. Класифікація та зведення до канонічного вигляду рівнянь з частинними похідними другого порядку. 2. Знаходження загального розв'язку рівнянь гіперболічного типу. 3. Загальне формулювання задачі Коші. Теорема Ковалевської. 4. Поняття про характеристики рівняння та коректність задачі. Приклад Адамара. 5. Формулювання основних задач для рівнянь гіперболічного типу. 6. Коректність розв'язку задачі Коші для рівняння коливань струни. 7. Перетворення Фур'є. Існування розв'язку задачі Коші для хвильового рівняння. 8. Вільні коливання закріпленої струни. Метод Фур'є. 9. Існування розв'язку першої мішаної задачі для рівняння коливань струни. 10. Єдиність розв'язку першої мішаної задачі для рівняння коливань струни. 11. Неперервна залежність від даних розв'язку першої мішаної задачі для рівняння коливань струни. 12. Загальна схема методу Фур'є. Властивості власних значень та власних функцій. 13. Коливання прямокутної мембрани. 14. Формулювання основних задач для рівнянь параболічного типу. 15. Перша крайова задача для рівняння теплопровідності. Принцип максимуму. 16. Існування та єдиність розв'язку першої крайової задачі для рівняння поширення тепла у стержні.. 17. Існування та єдиність розв'язку задачі Коші для рівняння теплопровідності. 18. Формулювання основних задач для рівнянь еліптичного типу. 19. Перша та друга формули Гріна. 20. Формула інтегрального зображення гладких функцій. 21. Основні властивості гармонічних функцій. 22. Єдиність розв'язку задачі Діріхле для рівняння Пуассона. 23. Неєдиність розв'язку внутрішньої задачі Неймана для рівняння Пуассона. 24. Крайові задачі для рівняння Лапласа в прямокутнику та кругових областях. 25. Функція Гріна задачі Діріхле для рівняння Лапласа. 26. Задача Діріхле для рівняння Лапласа в кулі та зовні кулі. 27. Єдиність розв'язку зовнішньої задачі Неймана для рівняння Пуассона. 28. Властивості об'ємного та поверхневих потенціалів. 29. Зведення крайових задач для рівняння Лапласа до інтегральних рівнянь. 30. Інтегральні рівняння Фредгольма другого роду.
Опитування	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.

Схема курсу «Рівняння математичної фізики»

Тиж-ні	Лекційний курс		Практичні заняття		К-сть год сам. роб.	Література
	Назва теми	К-сть год	Назва теми	К-сть год		
1	2	3	4	5	6	
1	Тема 1. Класифікація та зведення до канонічного вигляду рівнянь з частинними похідними другого порядку. Знаходження загального розв'язку рівнянь гіперболічного типу.	2	Класифікація та зведення до канонічного вигляду рівнянь у частинних похідних другого порядку.	2	3,5	[1,3-11,13-18]
2	Тема 2. Загальне формулювання задачі Коші. Поняття про характеристики рівняння та коректність задачі. Приклад Адамара.	2	Загальний розв'язок рівняння	2	3,5	[1,10,11,14]
3	Тема3. Формулювання основних задач для рівнянь гіперболічного типу.	2	Задача Гурса для рівнянь гіперболічного типу	2	3,5	[1,3-18,19]
4	Тема4. Коректність розв'язку задачі Коші для рівняння коливань струни.	2	Задача Коші для рівнянь гіперболічного типу	2	3,5	[1,3-14,16]
5	Тема5. Перетворення Фур'є. Існування розв'язку задачі Коші для хвильового рівняння.	2	Контрольна робота № 1	2	3,5	[10-12,18]
6	Тема 6. Вільні коливання закріпленої струни. Метод Фур'є.	2	Метод Фур'є	2	3,5	[1,3-16]
7	Тема 7. Існування та єдиність розв'язку першої мішаної задачі для рівняння коливань струни, його неперервна залежність від даних.	2	Мішані задачі для рівняння коливань струни при однорідних крайових умовах	2	3,5	[1,3-14]
8	Тема 8. Коливання прямокутної та круглої мембран	2	Загальні мішані задачі для рівняння коливань струни	2	3,5	[4,9,10]
9	Тема 9. Рівняння теплопровідності. Формулювання основних	2	Крайові задачі для рівняння поширення тепла	2	3,5	[1,3-5,7-10,19]

	<i>задач.</i>		<i>в стержні</i>			
10	Тема 10. Перша кра-йова задача для рівняння теплопро-відності. Принцип максимуму. Існування та єдиність роз-в'язку.	2	Крайові задачі для рівняння Пуассона в прямокутних обла-стях	2	3,5	[1,3-5,7-10]
11	Тема 11. Існування та єдиність розв'язку задачі Коші для рівняння теплопро-відності.	2	Контрольна робота № 2	2	3,5	[1,3-14,16]
12	Тема12. Формулювання основних задач для рівнянь еліптичного типу. Формули Гріна.	2	Крайові задачі для рівняння Пуассона в кру-гових областях	2	3,5	[2-15,19,20]
13	Тема 13. Основні властивості гармо-нічних функцій. Єдиність розв'язку задачі Діріхле для рівняння Пуассона. Неєдиність розв'язку внутрішньої задачі Неймана для рівняння Пуассона	2	Мішані задачі для рівняння коливань прямокутної мембрани	2	3,5	[2-11,13,14]
14	Тема 14. Функція Гріна задачі Діріхле для рівняння Лапласа. Задача Діріхле для рівняння Лапласа в кулі та зовні кулі. Єдиність розв'язку зовнішньої задачі Неймана для рівняння Пуассона. Колоквіум.	2	Мішані задачі для рівняння коливань круглої мембрани	2	3,5	[2-11,13,14, 16,19]
15	Тема 15. Теорія потенціалу. Фізичний зміст потенціалів. Властивості об'єм-ного та поверхневих потенціалів. Зведення крайових задач для рівняння Лапласа до інтегральних рівнянь.	2	Робота з формулами	2	3,5	[2,4,8-11,19]
16	Тема 16. Узагальнені розв'язки. Поняття про обернені задачі.	2	Узагальнені розв'язки задачі Коші.	2	3,5	[5,11]
	Разом	32		32	56	
	Викладач: Лопушанська Г.П		Викладачі: Лопушанська Г.П., Бугрій О.М.			