

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**

**ЛЬВІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ імені ІВАНА ФРАНКА**

Кафедра (циклова комісія) алгебри, топології та основ математики

**“ЗАТВЕРДЖУЮ”**

Декан факультету \_\_\_\_\_

доц. Ігор ГУРАН

“ ” 2023 року

**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

**ТОПОЛОГІЯ**

(шифр і назва навчальної дисципліни)

освітній рівень перший (бакалавський)

(назва освітнього рівня)

галузь знань 11 – Математика та статистика

(шифр і назва галузі знань)

спеціальність 112 – Статистика

(шифр і назва спеціальності)

освітня програма Статистичний аналіз даних

(назва освітньої програми)

факультет механіко-математичний

(назва інституту, факультету, відділення)

2023 – 2024 навчальний рік

Робоча програма “ Топологія ” для студентів  
(назва навчальної дисципліни)  
галузі знань “ 11-Математика та статистика ”  
за спеціальністю “112 – Статистика ”

Розробники: Тарас Банах (доктор фізико-математичних наук, професор,  
завідувач кафедри алгебри, топології та основ математики)  
(вказати авторів, їхні посади, наукові ступені та вчені звання)

Робочу програму схвалено на засіданні кафедри (циклової комісії) \_\_\_\_\_  
Алгебри, топології та основ математики

Протокол від “ 22 ” червня 2023 року № 1

Завідувач кафедри алгебри, топології та основ математики  
\_\_\_\_\_ ( Тарас БАНАХ )  
(підпис) (прізвище та ініціали)

Ухвалено Вченою радою механіко-математичного факультету

Протокол від “ \_\_\_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 2023 року № \_\_\_\_\_

### 1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Галузь знань, освітньо-кваліфікаційний рівень	Характеристика навчальної дисципліни
Кількість кредитів – 3	Галузь знань <i>11 - Математика та статистика</i> (шифр і назва)	Вибіркова
		денна форма здобуття освіти
Загальна кількість годин – 90	Освітній рівень: <i>перший</i> (бакалаврський)	Рік підготовки
		<b>3-й</b>
		Семестр
Тижневих годин для денної форми навчання: аудиторних – 3 самостійної роботи студента – 2,625	Спеціальність: <i>112 – Статистика</i>  Освітня програма: <i>Статистичний аналіз даних</i>	<b>5-й</b>
		Лекції
		<b>32 год.</b>
		Практичні
		<b>16 год.</b>
		Самостійна робота
		<b>42 год.</b>
Вид контролю:		
<i>Іспит</i>		

### 2. Мета та завдання навчальної дисципліни

**Мета:** формування у майбутніх спеціалістів теоретичних знань з курсу загальної топології та практичних навичок з розв'язування задач, що мають топологічну природу.

**Цілі:** викласти основні теоретичні положення загальної топології, сформувати розуміння природи та особливостей топологічних задач, що виникають в математиці та її застосуваннях.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

**знати:** основні поняття та результати загальної топології;

**вміти:** розрізняти топологічні простори за їхніми топологічними властивостями, розв'язувати стандартні топологічні задачі, впізнавати властивості математичних об'єктів, що мають топологічну природу.

### 3. Програма навчальної дисципліни

#### Тема 1. *Елементи теорії множин та класів*

Множини та класи, парадокси теорії множин, аксіоматика теорії множин та класів, потужність множини, зліченні та незліченні множини.

#### Тема 2. *Метричні простори*

Поняття метрики та метричного простору. Кулі та сфери у метричних просторах, Приклади метричних просторів, відкриті множини в метричних просторах. Топологія метричного простору.

#### Тема 3. *Топологічні простори*

Топології на множині, топологічні простори, приклади топологічних просторів

#### Тема 4. *База та передбаза топологічного простору.*

База топологічного простору, характеристика бази, приклади баз. Передбаза топологічного простору. Простори зі зліченною базою топології.

#### Тема 5. *Операції над множинами у топологічному просторі*

Внутрішність, замикання, межа множини у топологічному просторі. Сепарабельні простори.

#### Тема 6. *Неперервні відображення та гомеоморфізми*

Неперервні відображення, характеристика неперервності. Відкриті та замкнені відображення, гомеоморфізми, приклади гомеоморфних та негомеоморфних просторів.

#### Тема 7. *Операції над топологічними просторами*

Індуктивні та проєктивні топології на множинах. Підпростори, суми, добутки та фактор-простори топологічних просторів.

#### Тема 8. *Аксіоми відокремлення*

Аксіоми відокремлення та взаємозв'язки між ними. Розрізняючі приклади.

#### Тема 9. *Лема Урисона та теорема Тітце-Урисона*

Лема Урисона та теорема Тітце-Урисона про продовження неперервних функцій на нормальних просторах.

#### Тема 10. *Локальні умови зліченності у топологічних просторах*

Перша аксіома зліченності, зліченна база околів в точці, властивість Фреше-Урисона, секвенціальність, зліченна тіснота. Розрізняючі приклади.

Тема 11. *Глобальні умови зліченності у топологічних просторах*

Глобальні умови зліченності в топологічних просторах: зліченна база, зліченна сітка, сепарабельність, властивість Ліндельофа, зліченний спред, зліченна клітковість, зліченний екстент, зліченна дискретна клітковість.

Тема 12. *Еквівалентність глобальних умов зліченності в метризовних просторах*

Теорема про еквівалентність десяти глобальних умов зліченності в метризовних просторах. Застосування цієї теореми для встановлення неметризованості топологічного простору.

Тема 13. *Метризаційна теорема Менгера-Урисона та універсальність гільбертового куба*

Метризаційна теорема Менгера-Урисона та універсальність гільбертового куба. Нормальність регулярних ліндельофових просторів.

Тема 14. *Компактність*

Компактність топологічного простору. Компактність відрізка. Збереження компактності неперервними відображеннями, замкненими підпросторами та добутками. Характеризація компактних множин в евклідовому просторі.

Тема 15. *Компактність в метричних просторах та повнота*

Повнота метричного простору. Характеризація компактності в метричних просторах.

Тема 16. *Зв'язність*

Зв'язні топологічні простори. Зв'язність відрізка. Збереження зв'язностями топологічними операціями. Компоненти зв'язності. Збереження компонент зв'язності та їх числа гомеоморфізмами. Лінійна зв'язність.

#### 4. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин						Літера-тура
	денна форма						
	Усього	у тому числі					
Лек-ції		Прак-тичні	Лабора-торні	Індиві-дуальні зав-дання	Самос-тійна робота		
1	2	3	4	5	6	7	8
Тема 1. <i>Елементи теорії множин та класів</i>	6	2	2			2	[4] Сайт курсу
Тема 2. <i>Метричні простори</i>	4	2				2	[1], [2], [3] Сайт курсу
Тема 3. <i>Топологічні простори</i>	6	2	2			2	[1], [2], [3] Сайт курсу
Тема 4. <i>База та передбаза топології</i>	4	2				2	[1], [2],[5] Сайт курсу
Тема 5. <i>Операції над множинами у топологічних просторах</i>	6	2	2			2	[1], [2], [3] [5],[6] Сайт курсу
Тема 6. <i>Неперервні функції та гомеоморфізми</i>	4	2				2	[1], [2], [3] Сайт курсу
Тема 7. <i>Операції над топологічними просторами: підпростір, сума, добуток</i>	7	2	2		1	2	[1], [2], [3] [5],[6] Сайт курсу
Тема 8. <i>Аксиоми відокремлення</i>	5	2			1	2	[1], [2], [3] Сайт курсу
Тема 9. <i>Лема Урисона та теорема Тітце-Урисона про продовження функцій</i>	7	2	2		1	2	[1], [2], [3] [5],[6] Сайт курсу
Тема 10. <i>Локальні умови зліченності</i>	5	2			1	2	[5],[6] Сайт курсу
Тема 11. <i>Глобальні умови зліченності</i>	7	2	2		1	2	[5],[6] Сайт курсу
Тема 12. <i>Еквівалентність глобальних умов зліченності в метризовних просторах</i>	5	2			1	2	[5],[6] Сайт курсу
Тема 13. <i>Метризаційна теорема і універсальність гільбертового куба</i>	7	2	2		1	2	[5],[6] Сайт курсу
Тема 14. <i>Компактність</i>	5	2			1	2	[2], [5],[6] Сайт курсу
Тема 15. <i>компактність в метричних просторах</i>	7	2	2		1	2	[5],[6] Сайт курсу
Тема 16. <i>Зв'язність.</i>	5	2			1	2	[1], [2], [3] Сайт курсу
<b>Усього годин</b>	<b>90</b>	<b>32</b>	<b>16</b>		<b>10</b>	<b>32</b>	

## 5. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	<i>Елементи теорії множин.</i>	2
2	<i>Приклади метричних та топологічних просторів</i>	2
3	<i>Операції над множинами в топологічних просторах</i>	2
4	<i>Операції над топологічними просторами</i>	2
5	<i>Аксиоми відокремлюваності топологічних просторів.</i>	2
6	<i>Умови зліченності в топологічних просторах</i>	2
7	<i>Компактність</i>	2
8	<i>Зв'язність</i>	2
	Разом	<b>16</b>

## 6. Методи навчання

Інформаційні методи (лекція, бесіда, ілюстрація, демонстрація); дедуктивні методи на основі узагальнень; евристичні методи (проблемна лекція); інтерактивні методи (дискусія та мозковий штурм).

## 7. Методи контролю

Поточний контроль здійснюється шляхом проведення топологічного диктанту в середині семестру, студенти виконують аудиторні, домашні практичні завдання та індивідуальні завдання, які захищаються в кінці курсу. У кінці курсу проводиться іспит.

## 8. Розподіл балів, які отримують студенти

Поточний контроль та активність на практичних заняттях	Топологічний диктант	Індивідуальна робота	Іспит (теоретична частина)	Іспит (практична частина)	Сума
10	10	30	25	25	100

## Шкала оцінювання: національна та ЄКТС

Оцінка ЄКТС	Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка за національною шкалою	
		для екзамену, курсового проекту (роботи), практики	для заліку
A	90 – 100	відмінно	зараховано
B	81-89	добре	
C	71-80		
D	61-70	задовільно	
E	51-60		
FХ	21-50	незадовільно з можливістю повторного складання	не зараховано з можливістю повторного складання
F	0-20	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни	не зараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

\* кількість балів для оцінок «незадовільно» (FХ і F) визначається Вченими радами факультетів (педагогічними радами коледжів).

## 9. Методичне забезпечення

- 1) Никифорчин О.Р. *Вступ до топології*, Івано-Франківськ, 2017
- 2) Бокало Б.М., Гуран І.Й., Зарічний М.М., Бугрій О.М. *Збірник задач з курсу диференціальної геометрії і топології*, Київ, 1994.
- 4) Vanakh T.O. *Classical Set Theory: Theory of Sets and Classes*, Lviv, 2020 (<https://arxiv.org/abs/2006.01613>)

## 10. Рекомендована література

### Основна

- 1) Никифорчин О.Р. *Вступ до топології*, Івано-Франківськ, 2017
- 2) Бокало Б.М., Гуран І.Й., Зарічний М.М., Бугрій О.М. *Збірник задач з курсу диференціальної геометрії і топології*, Київ, 1994.
- 4) Vanakh T.O. *Classical Set Theory: Theory of Sets and Classes*, Lviv, 2020 (<https://arxiv.org/abs/2006.01613>)
- 5) Engelking R. *General Topology*, Heldermann Verlag, 1989.

### Допоміжна

- 3) Петров Є.В. *Лекції з топології*, Харків, 2022
- 6) Morris S. *Topology without tears*, 2023 (<https://www.topologywithouttears.net/topbook2023.pdf>)

## 11. Інформаційні ресурси

1. Internet – джерела.
2. Наукова бібліотека Львівського національного університету імені Івана Франка (<https://www.lnulibrary.lviv.ua/to-users-2/paid-services/internet/>).
3. Львівська національна наукова бібліотека України імені Василя Стефаника (<https://www.lsl.lviv.ua/index.php/uk/elektronni-resursy1/>).