

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Львівський національний університет імені Івана Франка**  
**Механіко-математичний факультет**  
**Кафедра математичної статистики і диференціальних рівнянь**

**Затверджено**

На засіданні  
кафедри математичної статистики і  
диференціальних рівнянь  
механіко-математичного факультету  
Львівського національного університету  
імені Івана Франка  
(протокол № 1 від 22.06.2023 р.)



Завідувач кафедри:

Олег БУГРІЙ

**Силабус з навчальної дисципліни**  
**“ Часові ряди та методи прогнозування ”,**  
**що викладається в межах ОПШ**  
**“ Статистичний аналіз даних ”**  
**другого (магістерського) рівня вищої освіти для здобувачів з**  
**спеціальності 112 - Статистика**

Львів 2023 р.

<b>Назва дисципліни</b>	Часові ряди та методи прогнозування
<b>Адреса викладання дисципліни</b>	Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, вул. Університетська 1, м. Львів, 79000
<b>Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна</b>	Механіко-математичний факультет Кафедра математичної статистики і диференціальних рівнянь
<b>Галузь знань, шифр та назва спеціальності</b>	11 - Математика та статистика 112 – Статистика
<b>Викладачі дисципліни</b>	Бугрій Олег Миколайович, доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри математичної статистики і диференціальних рівнянь Базилевич Ірина Богданівна, кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри математичної статистики і диференціальних рівнянь
<b>Контактна інформація викладачів</b>	<a href="mailto:oleh.buhrii@lnu.edu.ua">oleh.buhrii@lnu.edu.ua</a> , <a href="http://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/buhrii_o_m">http://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/buhrii_o_m</a> ; <a href="mailto:iryna.bazylevych@lnu.edu.ua">iryna.bazylevych@lnu.edu.ua</a> , <a href="http://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/bazylevych_i_b">http://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/bazylevych_i_b</a> ; Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, вул. Університетська 1, м. Львів, 79000
<b>Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються</b>	Консультації в день проведення лекцій/практичних занять (за попередньою домовленістю): ауд. 267, головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, вул. Університетська 1, м. Львів, 79000
<b>Сторінка курсу</b>	<a href="https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/crmp-112-mag">https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/crmp-112-mag</a>
<b>Інформація про дисципліну</b>	Дисципліна “Часові ряди та методи прогнозування” є вибірковою дисципліною з спеціальності 112-Статистика для освітньої програми “Статистичний аналіз даних”, яка викладається в 2-му семестрі в обсязі 4-ох кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
<b>Коротка анотація дисципліни</b>	Часові ряди – розділ математичної статистики який вивчає випадкові величини у часовому вимірі. Розглядається набір статистичних даних в хронологічному порядку. В найпростішому випадку дані беруться в рівновіддалених точках в часі, які йдуть одна за одною. Таким чином, вони є послідовністю даних дискретного часу. Зазвичай, часовий ряд є сумою невідповідної складової, та випадкової складової, яка є стаціонарним процесом. Невипадкова складова містить лінію тренду, сезонну та циклічні складові. Важливою задачею теорії часових рядів є прогнозування. На основі попередніх даних робиться прогноз на наступні проміжки часу.
<b>Мета та цілі дисципліни</b>	<i>Мета:</i> ознайомити студентів з основними поняттями та методами часових рядів, вказати сфери застосування часових рядів та прогнозування часових рядів в економіці, природничих науках, соціальній сфері. <i>Цілі:</i> навчити студентів роботи з часовими рядами, застосовувати на практиці методи часових рядів та прогнозування.
<b>Література для вивчення дисципліни</b>	1. Бідюк П.І. Аналіз часових рядів / П.І. Бідюк, В.Д. Романенко, О. Л. Тимошук: НТУУ КПІ. – Київ, НТУУ КПІ, 2010 2. Вільям Г. Грін. Економетричний аналіз. – К.: «Основи», 2005. -1197 с.

	<p>3. В.М. Кобець. Економетрика в R-STUDIO. – К.: Гельветика, 2021. – 132с.</p> <p>4. Оліскевич М.О. Основи економетрії часових рядів. Навчальний посібник. – Львів, 2008. – 321 с.</p> <p>5. Прогнозування та аналіз часових рядів. Методичні вказівки до практичних занять та самостійної роботи студентів спеціальності 051 «Економіка» освітня програма «Економічна кібернетика», «Економічна аналітика» / Укл.: Юрченко М. Є. – Чернігів: ЧНТУ, 2018. – 88 с</p> <p>6. <i>Auffarth, Ben (2021). Machine Learning for Time-Series with Python: Forecast, predict, and detect anomalies with state-of-the-art machine learning methods (1st ed.). Packt Publishing. ISBN 978-1801819626. Retrieved 5 November 2021.</i></p> <p>7. Box, George; Jenkins, Gwilym. Time Series Analysis: forecasting and control, rev. ed. Oakland, California: Holden-Day. 1976</p> <p>8. Cowpertwait P.S.P., Metcalfe A.V., Introductory Time Series with R, <a href="https://www.springer.com">Springer</a>.-2009</p> <p>9. <a href="https://www.durbin.ac.uk/">Durbin J.<sup>[en]</sup></a>, Koopman S.J. Time Series Analysis by State Space Methods, <a href="https://www.oxforduniversitypress.com/">Oxford University Press</a>. – 2001.</p> <p>10. A. Nielsen. Practical Time Series Analysis / Prediction with Statistics and Machine Learning. – ISBN 978-1-04165-8 2020</p> <p>11. Time series. Original notes by Chris Hallsworth modifications by Matt Nines. MA 30085. – February 2019. – 63 p</p> <p>12. Ставицький А.В. Теорія часових рядів. – 90 с.- <a href="http://andriystav.cc.ua">andriystav.cc.ua</a></p> <p>13. Часові ряди. Pdf. –<a href="http://kstat.pnu.edu.ua/wp-content/uploads/sites/63/2018/04/Часові-ряди.pdf">kstat.pnu.edu. ua/wp-content/uploads/ sites/ 63/ 2018/ 04/Часові-ряди.pdf</a></p> <p>14. Мірошниченко І. Прогнозування часових рядів. – <a href="https://www.youtube.com/watch">https://www.youtube.com/watch</a>. 14.09.22</p>
<b>Обсяг курсу</b>	Загальний обсяг: 120 годин. Аудиторних занять: 48 год., з них 32 год. лекційних та 16 годин практичних занять. Самостійної роботи: 72 год.
<b>Очікувані результати навчання</b>	У результаті вивчення даного курсу студент повинен: <b>знати:</b> ймовірнісно-статистичні методи аналізу часових рядів; <b>вміти:</b> застосовувати ймовірнісно-статистичні методи для аналізу та прогнозування часових рядів.
<b>Ключові слова</b>	Часовий ряд, тренд, сезонна складова, випадкова складова, стаціонарний часовий ряд, модель AR, модель MA, модель ARIMA, згладжування часового ряду, прогнозування, кореляційна функція, часткова кореляційна функція, білий шум, лаг.
<b>Формат курсу</b>	Очний
<b>Теми</b>	Див. <b>Схема курсу</b>
<b>Підсумковий контроль, форма</b>	Залік у кінці семестру
<b>Пререквізити</b>	Для вивчення даного курсу студентам потрібні базові знання з: <ul style="list-style-type: none"> <li>- математичного аналізу;</li> <li>- лінійної алгебри;</li> <li>- теорії ймовірностей;</li> <li>- математичної статистики;</li> <li>- регресійного аналізу.</li> </ul>

<b>Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу</b>	Інформаційні методи (лекція, бесіда, ілюстрація, демонстрація); дедуктивні методи на основі узагальнень; евристичні методи (проблемна лекція); інтерактивні методи (дискусія)
<b>Необхідне обладнання</b>	Комп'ютер із необхідним програмним забезпеченням, доступ до Internet мережі.
<b>Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)</b>	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 2 контрольні роботи по 13 балів, максимальна кількість балів 26;</li> <li>• робота в аудиторії – 24 бали;</li> <li>• підсумковий тест: 50 балів.</li> </ul> <p>Підсумкова максимальна кількість балів 100.</p> <p><b>Академічна доброчесність:</b> Очікується, що роботи студентів будуть оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Списування та втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в написанні завдань є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p><b>Відвідання занять</b> є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та практичні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів робіт, передбачених курсом.</p> <p><b>Література.</b> Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p><b>Політика виставлення балів.</b> Враховуються бали, набрані при поточному контролі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p> <p>Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p>
<b>Питання до заліку чи екзамену.</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Означення часового ряду.</li> <li>2. Складові часового ряду</li> <li>3. Стаціонарні часові ряди та їх характеристики.</li> <li>4. Автокореляційна та часткова автокореляційна функція</li> <li>5. Спектральна щільність</li> <li>6. Інтенсивність</li> <li>7. Невипадкова складова. Критерії на перевірки гіпотези про снування невинпадкової складової</li> <li>8. Аналітичні методи виділення невинпадкової складової</li> <li>9. Алгоритмічні методи виділення невинпадкової складової</li> <li>10. Метод ковзаючого середнього.</li> <li>11. Метод Брауна.</li> <li>12. Підбір апроксимуючого полінома методом скінчених різниць.</li> </ol>

	<ol style="list-style-type: none"> <li>13. Моделі стаціонарних часових рядів. Їх ідентифікація.</li> <li>14. Означення білого шуму.</li> <li>15. Модель авторегресії порядку <math>p</math></li> <li>16. Автокореляційна функція та часткова автокореляційна функція в моделі авторегресії.</li> <li>17. Модель ковзаючого середнього</li> <li>18. Модель ARMA.</li> <li>19. Моделі нестационарних часових рядів. Їх ідентифікація.</li> <li>20. Модель ARIMA (модель Бокса-Дженкінса).</li> <li>21. Модель рядів які містять сезонну компоненту.</li> <li>22. Регресійні моделі з розподіленими лагами.</li> <li>23. Нормована структура лага як розподіл ймовірностей</li> <li>24. Геометрична лагова структура Койка.</li> <li>25. Лагові структури, які базуються на ймовірнісній параметризації</li> <li>26. Прогнозування.</li> <li>27. Прогнозування , що базуються на моделі ARIMA.</li> <li>28. Прогнозування методом Брауна.</li> <li>29. Адитивна модель сезонності</li> <li>30. Оцінка методом найменших квадратів параметрів моделі MA</li> <li>31. Оцінка методом найменших квадратів параметрів моделі AR</li> <li>32. Оцінка максимальної правдоподібності гаусівського ARMA(<math>p,q</math>) процесу.</li> <li>33. Умови MLE</li> <li>34. Модель перевірки або діагностика перевірки.</li> <li>35. Статистика Лью-Бокса.</li> <li>36. Спектральний аналіз</li> <li>37. Сезонність.</li> <li>38. Спектральна щільність і лінійний фільтр</li> <li>39. Обчислення спектральної щільності для деяких процесів ARMA.</li> <li>40. Простір станів і фільтр Калмана</li> </ol>
<b>Опитування</b>	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.

**Схема курсу “ Часові ряди та методи прогнозування ”  
для студентів спеціальності 112 – Статистика**

Тижні	Лекційний курс		Практичні заняття		Література	Термін виконання
	Назва теми	Години	Назва теми	Години		
1	2	3	4	5	6	8
1	Означення часового ряду. Структура часового ряду. Гіпотези про перевірку наявності не випадкової складової	2	Гіпотези про наявність не випадкової складової. Стационарні часові ряди	2	[1]-[12]	1 тиждень
2	Стационарні часові ряди та їх характеристики. Автокореляційна функція та часткова автоковаріаційна функція	2			[1]-[13]	1 тиждень
3	Спектральна щільність та інтенсивність	2	Автокореляційна функція і часткова автокореляційна функція. Спектральна щільність	2	[11]	1 тиждень
4	Методи згладжування часового ряду.	2			[12]	1 тиждень
5	Метод ковзаючого середнього. Метод Брауна	2	Аналітичні методи виділення не випадкової складової. Алгоритмічні методи виділення не випадкової складової. Метод ковзаючого середнього	2	[11]	1 тиждень
6	Підбір апроксимуючого многочлена	2			[11]	1 тиждень
7	Моделі стационарних часових рядів. Їх ідентифікація. Білий шум. Модель AR (1)	2	Підбір апроксимуючого многочлена. Ідентифікація моделі AR(1)	2	[11]	1 тиждень
8	Модель AR(2) Модель AR(p)	2			[4]	1 тиждень
9	Модель MA(1) Модель MA(2)	2	Контрольна робота 1	2	[4]	1 тиждень
10	Модель MA(q). Взаємозв'язок моделей AR та MA	2			[4]	1 тиждень

11	Модель ARMA(p,q)	2	Ідентифікація моделей AR(2), MA(1), MA(2). Модель ARMA(p,q)	2	[4]	1 тиждень
12	Нестационарні часові ряди. Модель ARIMA(p,d,q). Процеси, що містять сезонну компоненту.	2			[1],[5]	1 тиждень
13	Прогнозування	2	ARIMA(p,d,q). Прогнозування	2	[14]	1 тиждень
14	Лагові моделі. Статистика Лью-Бокса	2			[11]	1 тиждень
15	Спектральна щільність і лінійний фільтр.	2	Контрольна робота 2	2	[11]	1 тиждень
16	Простір станів і фільтр Калмана	2			[11]	1 тиждень
	Разом	32		16		