

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ЛЬВІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ІВАНА ФРАНКА

ЗАТВЕРДЖЕНО ВЧЕНОЮ РАДОЮ  
ЛЬВІВСЬКОГО НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ  
ІМЕНІ ІВАНА ФРАНКА

Голова Вченої ради

*Володимир* Володимир МЕЛЬНИК

(протокол № *30,06* від *30.06.2023* р.)

Освітня програма в опублікованій редакції  
вводиться в дію з 1 вересня 2023 р.

ОСВІТНЬО-ПРОФЕСІЙНА ПРОГРАМА

**«Статистичний аналіз даних»**

другого (магістерського) рівня вищої освіти  
за спеціальністю 112 — Статистика  
галузі знань 11 — Математика та статистика

Львів 2023 р.

## **РОЗРОБЛЕНО ТА ОНОВЛЕНО РОБОЧОЮ ГРУПОЮ У СКЛАДІ:**

**Головатий Юрій Данилович**  
Керівник проектної групи і гарант освітньої програми

професор кафедри математичної статистики і диференціальних, доктор фізико-математичних наук, доцент

**Бугрій Олег Миколайович**

завідувач кафедри математичної статистики і диференціальних рівнянь, доктор фізико-математичних наук, професор

**Єлейко Ярослав Іванович**

професор кафедри математичної статистики і диференціальних рівнянь, доктор фізико-математичних наук, професор

**Базилевич Ірина Богданівна**

доцент кафедри математичної статистики і диференціальних рівнянь, кандидат фізико-математичних наук, доцент

**Ярова Оксана Анатоліївна**

доцент кафедри математичної статистики і диференціальних рівнянь, кандидат фізико-математичних наук, доцент

**Доманська Олена Вікторівна**

керівник відділу аналізу даних, ІТ компанія Avenga Україна, кандидат фізико-математичних наук

**Дмитрів Василь Мар'янович**

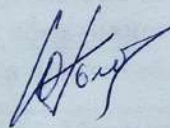
керівник департаменту маркетингу АТ «Галнафтогаз»



Рецензії-відгуки стейкхолдерів:

- |                                 |  |
|---------------------------------|--|
| 1. Пукач Петро Ярославович      | директор інституту прикладної математики та фундаментальних наук Національного університету «Львівська політехніка», доктор технічних наук, професор                                   |
| 2. Гут Віталій Михайлович       | провідний фахівець з аналітики баз даних SAP ERP/BW управління контролінгу і тендерних закупівель фінансового департаменту АТ "Концерн Галнафтогаз", кандидат фізико-математичних наук |
| 3. Бокало Тарас Миколайович     | керівник офісу бізнес аналізу ІТ-компанії Avenga Україна, кандидат фізико-математичних наук.   |
| 4. Сендрій Олександра Василівна | начальник відділу розумних сервісів і зв'язку управління інформаційних технологій департаменту економічного розвитку Львівської міської ради, магістр математики та економіки.         |

**КЕРІВНИК РОБОЧОЇ ГРУПИ**  
(гарант освітньої програми)



Юрій ГОЛОВАТИЙ

Ухвалено на засіданні Вченої механіко-математичного факультету, протокол № 11 від 07 червня 2023 року

**ДЕКАН**  
механіко-математичного факультету



Ігор ГУРАН

## 1. Профіль освітньої програми

| <b>1. Загальна інформація</b>  |  |
|--|--|
| <b>Повна назва вищого навчального закладу та структурного підрозділу</b>   | Львівський національний університет імені Івана Франка, механіко-математичний факультет  |
| <b>Ступінь вищої освіти та назва кваліфікації</b>  | Магістр<br>Кваліфікація: Магістр статистики  |
| <b>Офіційна назва освітньої програми</b>   | Освітньо-професійна програма «Статистичний аналіз даних»   |
| <b>Тип диплома та обсяг освітньої програми</b>   | Диплом магістра, одиничний, 90 кредитів ЄКТС, термін навчання 1 рік 4 місяці   |
| <b>Наявність акредитації</b>   |  |
| <b>Цикл/рівень</b>   | НРК України – 7 рівень, FQ-EHEA – другий цикл, EQF-LLL – 7 рівень  |
| <b>Передумови</b>  | Наявність здобутої вищої освіти ступеня бакалавра або освітньо-кваліфікаційного рівня спеціаліста.<br>Єдиний вступний іспит з іноземної мови, фаховий іспит.<br>Решта вимог визначаються правилами прийому на освітньо-професійну програму магістра.   |
| <b>Мова викладання</b>   | Українська, частково англійська  |
| <b>Термін дії</b>  | До наступного планового оновлення, не перевищуючи періоду планової акредитації   |
| <b>Інтернет-адреса постійного розміщення опису освітньої програми</b>  | <a href="https://new.mmf.lnu.edu.ua/academics/master/curriculum-datascience">https://new.mmf.lnu.edu.ua/academics/master/curriculum-datascience</a>  |
| <b>2. Мета освітньої програми</b>  |  |
| Метою освітньої програми є підготовка фахівців, які володітимуть фундаментальними знаннями з математики та статистики, сучасними методами та інструментами статистичного аналізу даних. Такі фахівці повинні розв'язувати складні інноваційні завдання щодо обробки та аналізу великих масивів даних, правильно інтерпретувати отриману статистичну інформацію для прогнозування та прийняття ефективних рішень. |  |
| <b>3. Характеристика освітньої програми</b>  |  |
| <b>Предметна область (галузь знань, спеціальність, спеціалізація (за наявності))</b>   | Галузь знань: 11 – Математика та статистика.<br>Спеціальність: 112 – Статистика  |
| <b>Орієнтація освітньої програми</b>   | Освітньо-професійна програма підготовки магістра зі статистики.  |
| <b>Основний фокус освітньої програми</b>   | Спеціальна освіта в галузі 11 – Математика та статистика спеціальності 112 – Статистика.<br><b>Ключові слова:</b> математичне моделювання, ймовірнісна модель, статистична модель, випадковий процес, прикладна статистика, аналіз великих даних, метода статистичного аналізу, аналіз економічних і соціальних даних, складні мережі, захист даних, статистичні пакети. |

|  |  |
|--|--|
| <b>Особливості програми</b>  | <p>Окрім класичних знань з теоретичної і прикладної статистики, програма передбачає оволодіння магістрами сучасними статистичними методами аналізу великих обсягів даних, інформаційними технологіями та програмними інструментами для роботи з ними. В програмі зроблено акцент на математичному і статистичному моделюванні різноманітних випадкових явищ і процесів, які виникають в економічній та соціальній сферах, інвестиційному бізнесі, IT-галузі. Знання теорії випадкових процесів дозволять випускникам моделювати складні інформаційні потоки і системи масового обслуговування. Магістранти оволодіють також основами та методами захисту корпоративної інформації. Наукові семінари протягом двох семестрів не лише допоможуть у написанні кваліфікаційної роботи, але й познайомлять слухачів з предметною областю та дадуть розуміння професійної діяльності статистика-науковця і статистика-практика, стимулюватимуть до самостійного навчання та самовдосконалення. Програма передбачає поглиблені знання і практичні навички використання іноземних мов за фахом.</p> <p>Слухачі магістерської програми мають змогу брати участь у щорічних зимових IT-школах "<a href="#">Data Engineering and Security</a>", присвячених комп'ютерному аналізу даних та кібербезпеці. Кожна така школа – це 10 днів інтенсивного навчання з кількома десятками спеціалістів-практиків в галузі Data Science та AI, які представляють провідні українські та зарубіжні IT-компанії.</p> |
| <b>4. Придатність випускників до працевлаштування та подальшого навчання</b> |  |
| <b>Придатність до працевлаштування</b>                                       | <p>Випускники можуть працювати аналітиками даних, ризик-менеджерами, фінансовими менеджерами, інформаційними аналітиками у різноманітних сферах (IT-компанії, банки, страхові компанії, інвестиційні компанії, біржі, податкова адміністрація, державні та приватні підприємства), а також у наукових установах як спеціалісти в галузі математики і статистики. Вони можуть працювати за професіями згідно з Національним класифікатором професій ДК 003:2010:</p> <p>2122.1. Наукові співробітники (статистика)<br/> 2122.2. Професіонали-статистики<br/> 2433.1 Наукові співробітники (інформаційна аналітика)<br/> 2433.2. Професіонали в галузі інформації та інформаційні аналітики.</p>   |
| <b>Подальше навчання</b>   | Продовження освіти на третьому (освітньо-науковому) рівні вищої освіти, а також набуття додаткових кваліфікацій в системі післядипломної освіти.   |
| <b>5. Викладання та оцінювання</b>   |  |
| <b>Викладання та навчання</b>  | Студенто-центроване навчання, проблемно-орієнтоване викладання, самонавчання, проведення слухачами самостійних математико-статистичних досліджень, проходження обчислювальної та виробничої практик.   |

|  |  |
|--|--|
|  | <p>Викладання здійснюється у формі лекцій, семінарів, практичних та лабораторних занять з використання мультимедійних та інтерактивних засобів. Для проведення лабораторних занять, роботи над курсовими і дипломними проектами та самостійної роботи магістранти можуть користуватися факультетською та університетською науковими бібліотеками, кількома університетськими комп'ютерними лабораторіями, зокрема, кафедральною навчально-науковою лабораторією статистичного аналізу даних.</p> <p>Магістранти в аудиторіях університету мають постійний доступ до мережі Internet через точки доступу освітнього роумінгу <i>eduroam</i>. Також вони мають акаунти на сервісі <i>Office 365</i> з повним безкоштовним доступом до усіх продуктів <i>Microsoft Office</i> та корпоративну поштову скриньку на платформі <i>lnu.edu.ua</i>, через яку здійснюють доступ до усіх електронних сервісів на університетських сайтах.</p> <p>У випадках, коли немає змоги проводити навчання в аудиторіях, освітній процес без втрати ефективності відбувається на навчальних платформах <i>Microsoft Teams</i> та <i>Moodle</i>, де викладачі мають змогу проводити відеозаняття, надсилати навчальні матеріали та завдання, а магістранти – консультуватися з викладачами та відправляти на перевірку домашні завдання.</p> |
| <p><b>Оцінювання</b></p>                   | <p>Оцінювання навчальних досягнень студентів здійснюється за системою ECTS та національною шкалою оцінювання.</p> <p><i>Поточний контроль</i> – усне та письмове опитування, тестування, захист індивідуальних завдань та проєктів, курсова робота.</p> <p><i>Підсумковий контроль</i> – екзамени та заліки з урахуванням балів поточного контролю.</p> <p><i>Атестація</i> – написання та публічний захист кваліфікаційної роботи.</p>  |
| <p><b>6. Програмні компетентності</b></p>  |  |
| <p><b>Інтегральна компетентність</b></p>   | <p>Здатність розв'язувати складні математичні та статистичні задачі, практичні проблеми у професійній діяльності та у процесі навчання, що передбачає проведення досліджень та здійснення інновацій і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.</p>   |
| <p><b>Загальні компетентності (ЗК)</b></p> | <p>ЗК-1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.</p> <p>ЗК-2. Здатність застосувати знання у практичних ситуаціях, генерувати нові ідеї, розробляти проєкти та управляти ними.</p> <p>ЗК-3. Знання та розуміння предметної області та застосування у професійної діяльності.</p> <p>ЗК-4. Здатність спілкуватися державною та іноземною мовами у професійній діяльності, працювати у міжнародному контексті.</p> <p>ЗК-5. Здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різноманітних джерел.</p>   |



|   |  |
|---|--|
|   | <p>ЗК-6. Здатність предметно і ефективно спілкуватися зі спеціалістами та експертами з інших галузей при реалізації проектів.</p> <p>ЗК-7. Розуміння сучасних інформаційних і комунікаційних технологій, їхнього ефективного використання при аналізі даних.</p>   |
| <b>Спеціальні (фахові, предметні) компетентності (СК)</b> | <p>СК-1. Здатність застосовувати методи теорії ймовірностей, теоретичної та прикладної статистики до аналізу стохастичних явищ.</p> <p>СК-2. Здатність будувати математичні моделі реальних явищ і процесів в різних предметних галузях, досліджувати їх засобами математики та статистики.</p> <p>СК-3. Здатність застосовувати методи прикладної статистики до аналіз конкретних датасетів економічної, фінансової, соціальної природи.</p> <p>СК-4. Здатність використовувати сучасні інформаційні технології та комп'ютерні методи статистичних досліджень.</p> <p>СК-5. Здатність застосувати теорію випадкових процесів до аналізу складних інформаційних потоків та систем масового обслуговування.</p> <p>СК-6. Володіти специфічними статистичними методами для візуалізації та аналізу великих даних, а також даних в мережах складної структури.</p> <p>СК-7. Володіти основними принципами та методами захисту корпоративної інформації з урахуванням аспектів соціальної та етичної відповідальності.</p> |

#### **7. Програмні результати навчання**

- РН-1. Володіти знаннями й розумінням основних принципів математичної науки.
- РН-2. Володіти знаннями й розумінням основних засад теоретичної і прикладної статистики.
- РН-3. Застосовувати методи теорії ймовірностей, математичної статистики і теорії випадкових процесів до дослідження випадкових явищ.
- РН-4. Знати методи математичного і статистичного моделювання складних явищ та систем.
- РН-5. Володіти базовими знаннями в галузі інформатики й сучасних інформаційних технологій, комп'ютерними інструментами аналізу даних, прогнозування і прийняття рішень.
- РН-6. Розв'язувати практичні задачі аналізу даних, перевіряти статистичні гіпотези, працювати з реальними великими наборами даних.
- РН-7. Володіти навичками збору та зберігання інформації, а також її захисту з урахуванням аспектів соціальної та етичної відповідальності.
- РН-8. Знати методологію та організацію наукових досліджень в галузі статистики та аналізу даних.
- РН-9. Здійснювати фахову та ділову комунікацію іноземною мовою.
- РН-10. Володіти базовими знаннями в галузі економічних та соціальних наук.
- РН-11. Уміти організувати індивідуальну та колективну діяльність для розв'язання професійних завдань з урахуванням наявних ресурсів та часових обмежень.
- РН-12. Вміти інтерпретувати результати досліджень, здійснювати перевірку адекватності математичних та статистичних моделей.
- РН-13. Володіти математичною термінологією, вміти оформляти отримані результати у вигляді презентацій та наукових чи технічних текстів.

РН-14. Виявляти здатність до самонавчання та продовження професійного розвитку.

### 8. Ресурсне забезпечення реалізації програми

|   |   |
|---|---|
| <b>Кадрове забезпечення</b>                             | Реалізацію навчального процесу за освітньою програмою здійснюють науково-педагогічні працівники з науковими ступенями та вченими званнями. Кадрове забезпечення відповідає Ліцензійним умовам. Проведення лекцій здійснюють науково-педагогічні працівники відповідної спеціальності, з яких частка штатних відповідає нормативу, зокрема, щодо кількості докторів наук, професорів. Лекції з фахових дисциплін проводять визнані професіонали з досвідом роботи за фахом. На кафедрі математичної статистики і диференціальних рівнянь працюють 5 докторів фізико-математичних наук та 7 кандидатів фізико-математичних наук, з них 4 доктори та 4 кандидати забезпечують ОПП. З метою підвищення фахового рівня всі науково-педагогічні працівники кожні п'ять років проходять стажування, у тому числі, закордонні.  |
| <b>Матеріально-технічне забезпечення</b>                | В університеті наявні спеціалізовані лабораторії, оснащені технічними засобами та спеціалізованим програмним забезпеченням, необхідним обладнанням; наукова бібліотека, у тому числі читальні зали з сучасною навчальною літературою, науковими, довідковими та іншими виданнями; їдальні; спортивний комплекс; спортивний майданчик, медичний пункт, власне видавництво. Забезпеченість комп'ютерними робочими місцями та прикладними комп'ютерними програмами достатня для виконання навчальних планів. Здобувачів вищої освіти, які мають потребу у житлі, забезпечують гуртожитком. Кафедра математичної статистики і диференціальних рівнянь, яка є базовою для спеціальності, має комп'ютерну лабораторію з сучасним обладнанням.   |
| <b>Інформаційне та навчально-методичне забезпечення</b> | Сайт ЛНУ імені Івана Франка <a href="https://lnu.edu.ua/">https://lnu.edu.ua/</a> , сайт механіко-математичного факультету <a href="http://new.mmf.lnu.edu.ua">new.mmf.lnu.edu.ua</a> . Бібліотеки ЛНУ імені Івана Франка та механіко-математичного факультету, кабінет математичної літератури, бібліотека кафедри, електронна бібліотечна система факультету, силабуси та робочі навчальні програми, підручники, навчальні посібники, довідкова та інша навчальна література, наукові періодичні журнали, доступ до наукометричних баз даних <i>Scopus</i> та <i>Web of Science</i> . Курси кафедри математичної статистики і диференціальних рівнянь забезпечені методичними матеріалами у друкованій та електронній формах, а також відеокурсами на платформі <a href="http://e-learning.lnu.edu.ua">e-learning.lnu.edu.ua</a> дистанційного навчання університету. |
| <b>9. Академічна мобільність</b>                        |   |
| <b>Національно-кредитна мобільність</b>                 | На основі двосторонніх договорів між Львівським національним університетом імені Івана Франка та вищими навчальними закладами України.  |
| <b>Міжнародна кредитна мобільність</b>                  | У рамках програми ЄС Еразмус+ на основі двосторонніх договорів між Університетом та навчальними закладами країн-партнерів.  |
| <b>Навчання іноземних здобувачів вищої освіти</b>       | Можливе за умови знання ними української мови в достатньому для навчання обсязі.  |

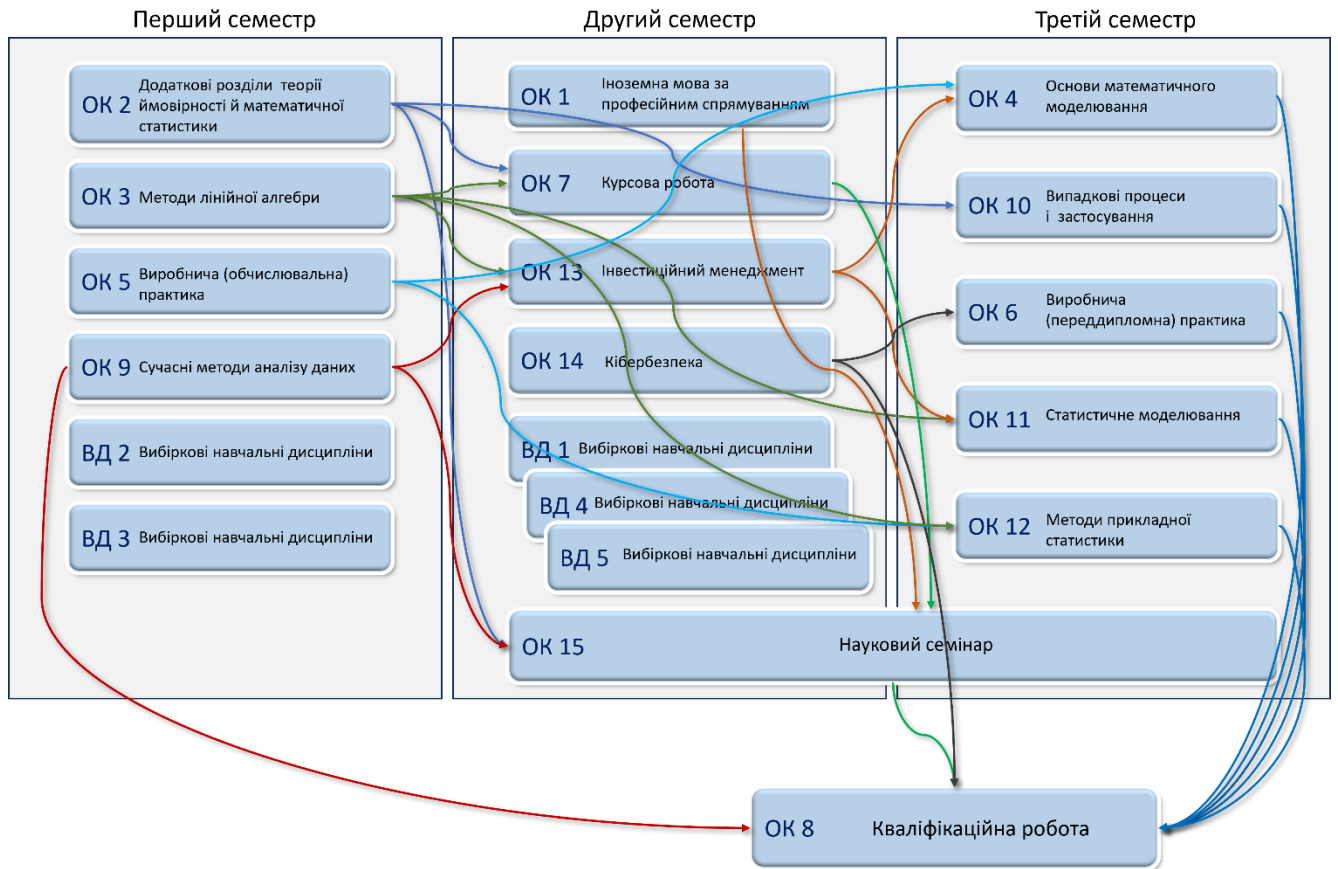


## 2. Перелік компонент освітньо-професійної програми та їх логічна послідовність

### 2.1. Перелік компонент ОП

| Код н/д  | Компоненти освітньої програми (навчальні дисципліни, курсові проекти, практики, кваліфікаційна робота)  | Кількість кредитів | Форма підсумкового контролю |
|--|---|--------------------|-----------------------------|
| 1  | 2   | 3                  | 4                           |
| <b>Обов'язкові компоненти ОП</b>                 |   |                    |                             |
| <b>Цикл загальної підготовки</b>                 |   |                    |                             |
| ОК 1   | Іноземна мова за професійним спрямуванням   | 3                  | залік                       |
| <b>Всього</b>                                    |   | <b>3</b>           |                             |
| <b>Цикл професійної та практичної підготовки</b> |   |                    |                             |
| ОК 2   | Додаткові розділи теорії ймовірності й математичної статистики  | 5                  | екзамен                     |
| ОК 3   | Методи лінійної алгебри   | 4                  | екзамен                     |
| ОК 4   | Основи математичного моделювання  | 3                  | залік                       |
| ОК 5   | Виробнича (обчислювальна) практика  | 3                  | диф. залік                  |
| ОК 6   | Виробнича (переддипломна) практика  | 6                  | диф. залік                  |
| ОК 7   | Курсова робота  | 3                  | диф. залік                  |
| ОК 8   | Кваліфікаційна робота   | 9                  | захист                      |
| <b>Всього</b>                                    |   | <b>33</b>          |                             |
| <b>ОПІ «Статистичний аналіз даних»</b>           |   |                    |                             |
| ОК 9   | Сучасні методи аналізу даних  | 6                  | екзамен                     |
| ОК 10  | Випадкові процеси і застосування  | 3                  | залік                       |
| ОК 11  | Статистичне моделювання   | 3                  | залік                       |
| ОК 12  | Методи прикладної статистики  | 3                  | залік                       |
| ОК 13  | Інвестиційний менеджмент  | 5                  | екзамен                     |
| ОК 14  | Кібербезпека (англійською мовою)  | 5                  | екзамен                     |
| ОК 15  | Науковий семінар  | 6                  | два залік                   |
| <b>Всього</b>                                    |   | <b>31</b>          |                             |
| <b>Загальний обсяг обов'язкових компонент</b>    |   | <b>67</b>          |                             |
| <b>ВИБІРКОВІ НАВЧАЛЬНІ ДИСЦИПЛІНИ</b>            |   |                    |                             |
| <b>Цикл загальної підготовки</b>                 |   |                    |                             |
| ВД 1   | Дисципліна вільного вибору  | 3                  | залік                       |
| <b>Всього</b>                                    |   | <b>3</b>           |                             |
| <b>Цикл професійної та практичної підготовки</b> |   |                    |                             |
| ВД 2   | 1. Методи і техніки аналізу великих даних<br>2. Статистичний аналіз в Python<br>3. Аналіз бізнес-рішень                                       | 6                  | залік                       |
| ВД 3   | 1. Моделі ризику та їхнє застосування<br>2. Математична економіка<br>3. Аналіз даних з використанням R  | 6                  | залік                       |
| ВД 4   | 1. Теорія складних систем<br>2. Аналіз даних в економічних і соціальних науках<br>3. Часові ряди та методи прогнозування                      | 4                  | залік                       |
| ВД 5   | 1. Методи дослідження стохастичних систем<br>2. Імітаційні моделі стохастичних систем<br>3. Моделі систем обслуговування та теорії надійності | 4                  | залік                       |
| <b>Всього</b>                                    |   | <b>20</b>          |                             |
| <b>Загальний обсяг вибіркового компонент</b>     |   | <b>23</b>          |                             |
| <b>ЗАГАЛЬНИЙ ОБСЯГ ОСВІТНЬОЇ ПРОГРАМИ</b>        |   | <b>90</b>          |                             |

## 2.2. Структурно-логічна схема ОП



## 3. Форма атестації здобувачів вищої освіти

Атестація випускників освітньо-професійної програми «Статистичний аналіз даних» другого (магістерського) рівня вищої освіти проводиться у формі захисту магістерської роботи та завершується видачею документа встановленого зразка про присудження ступеня магістра із присвоєнням кваліфікації: **Магістр статистики**.

Атестація здійснюється відкрито та публічно.

#### 4. Матриця відповідності програмних компетентностей компонентам освітньої програми

|                           |   | Освітні компоненти |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |
|---------------------------|---|--------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|
|                           |   | 1                  | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| Загальні компетентності   | 1 |                    | + | + | + |   |   | + | + |   |    |    |    |    |    | +  |
|                           | 2 |                    |   | + | + | + | + | + | + | + |    | +  |    |    |    |    |
|                           | 3 |                    | + | + | + | + | + | + | + |   |    |    |    |    |    | +  |
|                           | 4 | +                  | + |   |   |   |   | + | + |   |    |    |    |    |    | +  |
|                           | 5 | +                  |   |   |   | + | + | + | + | + |    |    |    |    |    |    |
|                           | 6 | +                  |   |   | + |   | + |   |   |   |    |    |    | +  | +  | +  |
|                           | 7 |                    |   | + |   | + | + | + | + |   |    | +  |    |    |    |    |
| Спеціальні компетентності | 1 |                    | + |   |   |   | + |   |   |   | +  |    | +  |    |    | +  |
|                           | 2 |                    | + | + | + |   |   | + | + | + | +  |    | +  | +  |    | +  |
|                           | 3 |                    |   | + |   | + |   |   | + |   |    | +  | +  | +  |    |    |
|                           | 4 |                    |   |   |   | + | + |   | + | + |    | +  |    |    |    |    |
|                           | 5 |                    |   |   |   |   |   |   |   |   | +  |    |    |    |    |    |
|                           | 6 |                    |   | + |   | + | + | + | + | + |    |    | +  |    |    |    |
|                           | 7 |                    |   |   |   |   | + |   | + |   |    |    |    |    | +  | +  |

#### 5. Матриця відповідності програмних результатів компонентами освітньої програми

|                     |    | Освітні компоненти |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |
|---------------------|----|--------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|
|                     |    | 1                  | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| Результати навчання | 1  |                    | + | + | + |   |   | + | + |   |    |    |    |    |    | +  |
|                     | 2  |                    | + |   | + |   |   | + | + | + | +  | +  | +  |    |    | +  |
|                     | 3  |                    | + |   | + |   |   | + | + | + | +  | +  | +  |    |    |    |
|                     | 4  |                    |   | + | + | + | + | + | + |   | +  |    |    |    |    |    |
|                     | 5  |                    |   |   |   | + | + |   | + | + |    |    | +  |    | +  |    |
|                     | 6  |                    |   | + |   | + | + |   | + |   | +  | +  |    | +  |    |    |
|                     | 7  |                    |   |   |   |   |   |   |   | + |    |    | +  |    | +  |    |
|                     | 8  |                    | + |   |   |   |   |   | + | + | +  | +  | +  |    |    | +  |
|                     | 9  | +                  |   |   |   |   | + |   |   |   |    |    |    |    | +  | +  |
|                     | 10 |                    |   |   |   |   |   |   |   | + |    |    |    | +  |    |    |
|                     | 11 | +                  |   |   | + | + | + | + |   |   |    |    |    |    | +  |    |
|                     | 12 |                    |   |   | + |   |   | + |   |   | +  |    |    | +  |    |    |
|                     | 13 | +                  |   |   |   |   | + |   | + |   |    |    |    |    |    | +  |
|                     | 14 | +                  |   |   |   |   | + |   | + |   |    |    |    |    |    | +  |