

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Механіко-математичний факультет
Кафедра теорії функцій і функціонального аналізу

Затверджено

На засіданні кафедри теорії функцій і
функціонального аналізу
механіко-математичного факультету
Львівського національного
університету імені Івана Франка
(протокол № 1 від 25.08.2022 р.)



Завідувач кафедри Скасків О.Б.

Силабус з навчальної дисципліни
“Додаткові розділи математичної статистики та їх застосування”,
що викладається в межах ОПП “ Математика. Математична
економіка та економетрія ”
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів з
спеціальності 111 – математика

Львів 2022 р.

Назва дисципліни	Додаткові розділи математичної статистики та їх застосування
Адреса викладання дисципліни	Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка м. Львів, вул. Університетська 1
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Механіко-математичний факультету Кафедра теорії функцій і функціонального аналізу
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	11 – математика та статистика 111 – математика
Викладачі дисципліни	Скасків Олег Богданович, професор кафедри теорії функцій і функціонального аналізу
Контактна інформація викладачів	olskask@gmail.com , oleh.skaskiv@lnu.edu.ua Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 373. м. Львів, вул. Університетська, 1
Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються	Консультації в день проведення лекцій (за попередньою домовленістю).
Сторінка курсу	http://prima.lnu.edu.ua/faculty/mechmat/Departments/TFTJ/Web/Frameukr.htm
Інформація про дисципліну	Курс Додаткові розділи математичної статистики та їх застосування є продовженням курсу теорії ймовірностей та математичної статистики. Специфіка курсу полягає в тому, що тут вивчаються методи встановлення закономірностей, яким підпорядковуються масові випадкові явища. При цьому вивчення базується на вивченні методами теорії ймовірності статистичних даних, іншими словами, дослідження задач математичної статистики опирається на вже розроблений математичний апарат теорії ймовірностей, функціонального аналізу та теорії функцій комплексної змінної. Сучасну математичну статистику визначаємо як науку про прийняття рішень за умов невизначеності. Перша група задач математичної статистики – вказати способи збору і групування статистичної інформації, отриманої в результаті спостережень або в результаті спеціально поставлених експериментів. Друга група задач – вивчити методи аналізу статистичних даних в залежності від мети дослідження. До цього слід віднести задачі як параметричного оцінювання, так і задачі непараметричного оцінювання, перше знайомство з якими і основними поняттями студенти отримали в курсі теорії ймовірностей і математичної статистики. Впродовж вивчення курсу студенти опановують методи роботи з математичними моделями випадкових явищ зі змінними ймовірнісними характеристиками; засвоюють основні математичні закони та поняття, що описують такі явища. Математична статистика є одним з центральних розділів теорії, яка знайшла і продовжують знаходити надзвичайно вагомий застосування як теоретичні, в різних розділах сучасної математики, так і суто практичні в моделюванні результатів дослідження різноманітних явищ, які вивчають сучасні фізика, хімія, біологія, соціологія, економічна теорія, психологія і т.п. Одним з найсучасніших застосувань математичної статистики є застосування в моделюванні інформаційних потоків в великих базах даних. Метою курсу є ознайомлення студента з основними відомостями з даної теорії та основними принципами її застосування в моделюванні

	<p>результатів дослідження різноманітних явищ природи, в економіці і соціальних науках. Студент, який опанує цей курс, виявиться готовим до роботи із будь-якою спеціальною літературою з математичної статистики, суміжних спеціальностей і їхніх застосувань. Курс Додаткові розділи математичної статистики та їх застосування включає в себе відповідний практикум, що дає змогу студентам опанувати основні прийоми та методи теорії і набути необхідні навички для практичного застосування теоретичного матеріалу.</p>
Коротка анотація дисципліни	<p>Дисципліна “Додаткові розділи математичної статистики та їх застосування” є дисципліною вільного вибору студента, цикл професійної і практичної підготовки з спеціальності 111 – математика, спеціалізація математична економіка і економетрія, яка викладається в 6-му семестрі в обсязі 5-ох кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).</p>
Мета та цілі дисципліни	<p>Мета вивчення дисципліни вільного вибору студента “Додаткові розділи математичної статистики та їх застосування” – ознайомити студентів із основними методами і фактами з теорії математичної статистики, що базується на основному курсі з теорії ймовірності і математичної статистики.</p>
Література для вивчення дисципліни	<ol style="list-style-type: none"> 1. Pugachev V.S. Probability theory and mathematical statistics for engineers. Elsevier, 1984 https://www.sciencedirect.com/book/9780080291482/probability-theory-and-mathematical-statistics-for-engineers 2. Siegrist K. Probability, Mathematical Statistics, Stochastic Processes. University of Alabama in Huntsville. LibreTexts, Statistics, 2022. https://stats.libretexts.org/Bookshelves/Probability_Theory/Probability_Mathematical_Statistics_and_Stochastic_Processes_(Siegrist)/02:_Probability_Spaces/2.10:_Stochastic_Processes 3. Ross Sheldon M. Stochastic Processes, 2nd ed. – Wiley, 1995. https://www.amazon.com/Stochastic-Processes-Sheldon-M-Ross/dp/0471120626 4. Скасків О.Б. Теорія ймовірностей. Львів: Число, 2012. 5. Методичні вказівки до лабораторних та самостійних робіт із дисципліни "Математична статистика" / упорядники : О. І. Василик, М. В. Карташов, В. П. Кнопова [та ін.]. – К. : Видавничо-поліграфічний центр “Київський університет”, 2014. – 84 с. https://probability.knu.ua/userfiles/kmv/met_stu.pdf 6. Feller W. An introduction to probability theory and its applications, V. 1,2,3rd edición. Wiley , 2008. https://bitcoinwords.github.io/assets/papers/an-introduction-to-probability-theory-and-its-applications.pdf 7. Lucic V.M. <i>Exersises in stochastic analysis</i>. London: Macquarie, , November 16, 2020. https://www.researchgate.net/publication/318225973_Exercises_in_Stochastic_Calculus 8. Руденко В. М. Математична статистика. Навч. посіб. – К.: Центр учбової літератури, 2012. – 304 с. https://shron1.chtyvo.org.ua/Rudenko_Volodymyr/Matematychna_statystyka.pdf 9. Герич М.С., Синявська О.О. Математична статистика: Навч. посіб. – Ужгород: ДВНЗ “УжНУ”, 2021. – 146 с. https://dspace.uzhnu.edu.ua/jspui/bitstream/lib/34910/1/%D0%93%D0%B5%D1%80%D0%B8%D1%87%2C%20%D0%A1%D0%B8%D0%BD%D1%8F%D

	<p>0%B2%D1%81%D1%8C%D0%BA%D0%B0%20%D0%9C%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D1%87%D0%BD%D0%B0%20%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0_2021.pdf</p> <p>10. Барковський В.В., Барковська Н.В., Лопатін О.К. Б 25 Теорія ймовірностей та математична статистика. 5-те видання. — Київ: Центр учбової літератури, 2010. — 424 с. http://elenagavrile.narod.ru/ms/Teoriya_Ymovirnosti-Barkovskiy-5_vid.pdf</p>
Обсяг курсу	Загальний обсяг: 6-ий семестр --150 години; аудиторних занять: 48 год., з них 32 год. лекційних та 16 год. практичних занять, самостійної роботи: 102 години.
Очікувані результати навчання	<p>У результаті вивчення даного курсу студент буде:</p> <p>знати: основні статистичні методи дослідження даних, основні характеристики описової статистики, методи знаходження оцінок невідомих параметрів, методи побудови інтервалів надійності, критерії перевірки статистичних гіпотез;</p> <p>вміти: знаходити характеристики описової статистики, знаходити оцінки невідомих параметрів відомих розподілів, перевіряти їх властивості, знаходити інтервали надійності невідомих параметрів, перевіряти статистичні гіпотези</p> <p>Курс забезпечує набуття таких компетентностей та програмних результатів навчання: ЗК1-2, ЗК6-8, ЗК12-15, ФК1-4, ФК5-8, ФК8, ПРН1, ПРН4, ПРН7, ПРН10, ПРН11, ПРН13, ПРН15, ПРН17.</p>
Ключові слова	Вибірка, генеральна сукупність, вибіркоче середнє, вибіркоче дисперсія, незміщена оцінка, мода, медіана, статистика, асимптотично незміщена оцінка, оптимальна оцінка, ефективна оцінка, функція правдоподібності, метод моментів, метод максимальної правдоподібності, статистичні гіпотези, критерій Неймана-Пірсона.
Формат курсу	Очний, дистанційний. Проведення лекцій, практичних занять і консультацій.
Теми	<p>I. Вибрані питання теорії ймовірності</p> <p>Основні поняття і факти з теорії ймовірностей: ймовірнісний простір, ймовірність як зліченно-адитивна невід’ємна міра, випадкові величини і випадкові вектори, незалежність і некорельованість випадкових величин. Функції розподілу випадкових величин і випадкових векторів, щільності розподілів, характеристичні і твірні функції. Закони великих чисел, центральна гранична теорема. Розподіли суми випадкових величин: теореми додавання, формула згортки.</p> <p>Умовні математичні сподівання і умовні розподіли та їхні властивості, формули для обчислення. Типи збіжностей в.в. Деякі спеціальні розподіли (гамма -, бета -, χ^2, Стюдента, Фішера). Багатовимірні нормальні розподіли.</p> <p>II. Оцінювання параметрів.</p> <p>Основні завдання математичної статистики. Поняття генеральної сукупності, вибірки, статистики, оцінки, значення оцінки. Незміщені оцінки. Точкові оцінки параметрів: метод підстановки частот, метод моментів, метод найбільшої правдоподібності. Достатні статистики. Середньоквадратичне відхилення. Теорема Блеклула—Крамера--Рао--Фреше. Узгодженість та асимптотична незміщеність оцінок. Кількість інформації за Фішером. Ефективні та асимптотично ефективні оцінки. Байєсівські оцінки. Апріорні та апостеріорні розподіли параметрів. Точкові оцінки. Інтервали довіри, рівень довіри. Побудова інтервалів довіри для вибірок нормального та інших розподілів.</p> <p>III. Статистична перевірка гіпотез.</p>

	<p>Основні поняття схеми Неймана-Пірсона. Помилка 1-го та 2-го роду. Р-значення, потужність критеріїв. Рівномірно найпотужніші критерії. Співвідношення між критеріями та інтервалами довіри. Критерій відношення правдоподібностей; приклади застосування. Критерій для вибірок нормальних в.в.: перевірки рівності середніх значень та дисперсій (критерій χ^2, Стюдента, Фішера). χ^2 – критерій для дискретних розподілів (аналіз таблиць спряженості). Непараметричні моделі (Критерій Колмогорова, ранговий критерій Вількоксона, критерій знаків). IV. Регресійний та дисперсійний аналіз. Лінійні моделі. Оцінювання методами найменших квадратів та найбільшої правдоподібності. Дисперсія оцінок найменших квадратів та відхилень. Перевірка гіпотез у лінійних моделях. V. Теорія прийняття рішень. Основні поняття теорії прийняття рішень. Порівняння вирішуючих функцій. Обчислення байєсівських вирішуючих функцій. Обчислення мінімакських вирішуючих функцій. VI. Огляд методів аналізу даних. Кореляційний аналіз. Дискримінантний аналіз. Факторний аналіз. Кластерний аналіз. Багатовимірне шкалювання.</p>
Підсумковий контроль, форма	6-ий семестр: Комбінований залік (100 балів) на основі розв’язування додаткових вправ (25 б.), контрольної роботи (25 б.), колоквиуму (20 б.), результатів поточного відвідування, робота в аудиторії, виконання домашніх завдань (30 б. у пропорції 10 б:10 б:10 б).
Пререквізити	Для вивчення даного курсу студентіві потрібні базові знання з курсу математичного аналізу, комбінаторики, комплексного аналізу (теорія лишків), теорії міри
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу	Презентації, лекції, індивідуальні завдання.
Необхідне обладнання	Аудиторія обладнана дошкою та засобами написання для аудиторних занять. Комп’ютер / смартфон / планшет з інтернет доступом для дистанційних занять.
Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Залік: Бали нараховуються за наступним співвідношенням:</p> <ul style="list-style-type: none"> • написання 2-х контрольних: 25% семестрової оцінки кожна; максимальна сумарна кількість балів 50. • написання та захист колоквиуму: 20% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 20. • відвідування, робота в аудиторії, виконання домашніх завдань 30% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 30 (у пропорції 10:10:10). Підсумкова кількість балів: до 100. <p>Академічна доброчесність: Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p>

	<p>Відвідання занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та практичні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів письмових робіт та індивідуальних завдань, передбачених курсом.</p> <p>Література. Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем (у тому числі в цифровому вигляді) виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p>Політика виставлення балів. Враховуються бали набрані при поточному тестуванні, самостійній роботі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються активність студента під час практичного заняття; недопустимість запізнь на заняття; недопустимість користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; недопустимість списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p> <p>Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p>
Питання до заліку чи екзамену.	На залік виносяться усі теми курсу (див. пункт Теми).
Опитування	Протягом навчання студенти можуть висловити свої зауваження і побажання до курсу.

Схема курсу

А. Теоретична частина

Тиждень, год.	Тема, план, короткі тези	Форма діяльності ((заняття)* *лекція, самостійна, дискусія, групова робота)	Література (Ресурси в інтернеті)	Завдання, год.	Термін виконання
Перший, 2 год.	<p>Тема 1. Основні поняття і факти з теорії ймовірностей: ймовірнісний простір, ймовірність як зліченно-адитивна невід'ємна міра, випадкові величини і випадкові вектори, незалежність і некорельованість випадкових величин. Функції розподілу випадкових величин і випадкових векторів, щільності розподілів, характеристичні і твірні функції. Закони великих чисел,</p>	лекція	див. пункт Література для вивчення дисципліни	(4 год.)	Один тиждень

	центральна гранична теорема. Розподіли суми випадкових величин: теореми додавання, формула згортки.				
Другий, 2 год.	Тема 2. Типи збіжностей в.в. Деякі спеціальні розподіли (гамма -, бета -, χ^2 , Стьюдента, Фішера). Багатовимірні нормальні розподіли.	лекція		(4 год.)	Один тиждень
Третій, 2 год.	Тема 3. Основні завдання математичної статистики. Поняття генеральної сукупності, вибірки, статистики, оцінки, значення оцінки. Незміщені оцінки. Точкові оцінки параметрів: метод підстановки частот, метод моментів, метод найбільшої правдоподібності.	лекція		(4 год.)	
Четвертий, 2 год.	Тема 4. Джерела даних у статистиці Способи відбору. Проста випадкова вибірка. Умови здійснення простої випадкової вибірки Випадкові вибіркові числа. Здійснення простої випадкової вибірки з використанням випадкових чисел	лекція		(4 год.)	
П'ятий, 2 год.	Тема 5. Організація даних: статистичний розподіл вибірки. Впорядкування даних. Розподіл частот. Згрупований розподіл накопиченої частоти. Розподіл відносної частоти (частоті) вибірки. Ряди розподілу частоти із змінною шириною класів інтервалів. Згрупований розподіл щільності частоти і щільності відносної частоти (частоті).	лекція		(2 год.)	
Шостий, й,	Тема 6. Загальна схема побудови згрупованого	лекція		(2 год.)	

2 год.	розподілу частот. Емпірична функція розподілу та її властивості. Графічне зображення статистичних розподілів. Незгруповані дані: полігони частот та частостей, гістограма. Згруповані дані: гістограма і полігон частот. Імовірнісний зміст гістограми та полігону частот.				
Сьомий, 2 год.	Тема 7. Основні вимоги до статистичних оцінок. Числові характеристики вибіркової сукупності. Вибіркові характеристики. Обчислення вибірових характеристик методом добутків. Статистичні моменти розподілу. Приклади знаходження статистик вибірки.	лекція		(4 год.)	
Восьмий, 2 год.	Тема 8. Точкові та інтервальні оцінки. Загальні поняття. Довірчий інтервал для оцінки математичного сподівання нормального розподілу	лекція		(2 год.)	
Дев'ятий, 2 год.	Тема 9. Обробка вибірки методом найменших квадратів. Основні поняття. Оцінка параметрів лінійної функції. Оцінка параметрів параболічної функціональної залежності	лекція		(4 год.)	
Десятий, 2 год.	Тема 10. Достатні статистики. Умови достатності статистики. Середньо-квадратичне відхилення. Теорема Блеклула—Крамера--Рао--Фреше..	лекція		(2 год.)	
Одинадцятий, 2 год.	Тема 11. Кількість інформації за Фішером. Ефективні та асимптотично ефективні оцінки. Байєсівські оцінки. Апріорні та апостеріорні розподіли параметрів. Точкові оцінки. Інтервали довіри, рівень довіри. Побудова інтервалів довіри для вибірок нормального та інших розподілів.	лекція		(2 год.)	

Дванадцятий, 2 год.	Тема 12. Основні поняття схеми Неймана-Пірсона. Помилка 1-го та 2-го роду. Р-значення, потужність критеріїв. Рівномірно найпотужніші критерії. Співвідношення між критеріями та інтервалами довіри. Критерій відношення правдоподібностей; приклади застосування..	лекція		(2 год.)	
Тринадцятий, 2 год.	Тема 13. Регресійний та дисперсійний аналіз. Лінійні моделі. Оцінювання методами найменших квадратів та найбільшої правдоподібності. Дисперсія оцінок найменших квадратів та відхилень. Перевірка гіпотез у лінійних моделях.	лекція		(4 год.)	
Чотирнадцятий, 2 год.	Тема 14. Теорія прийняття рішень. Основні поняття теорії прийняття рішень. Порівняння вирішуючих функцій. Обчислення байєсівських вирішуючих функцій. Обчислення мінімаксних вирішуючих функцій	лекція		(4 год.)	
П'ятнадцятий, 2 год	Тема 15. Кореляційний аналіз. Дискримінантний аналіз. Факторний аналіз. Кластерний аналіз. Багатовимірне шкалювання.	лекція		(4 год.)	
Шістнадцятий, 2 год	Тема 16. Непараметричні моделі (Критерій Колмогорова, ранговий критерій Вілкоксона, критерій знаків).	лекція		(4 год.)	

Б. Практичні заняття

Тиждень, год.	Тема, план, короткі тези	Форма діяльності ((заняття)* *лекція, самостійна, дискусія, групова	Література (Ресурси в інтернеті)	Завдання, год.	Термін виконання
---------------	--------------------------	--	----------------------------------	----------------	------------------

Перш ий, 2 год.	Тема 1. Основні поняття і факти з теорії ймовірностей. Умовні математичні сподівання і умовні розподіли та їхні властивості, формули для обчислення. Типи збіжностей в.в. Деякі спеціальні розподіли (гамма - , бета -, χ^2 , Стьюдента, Фішера). Багатовимірні нормальні розподіли.	робота) практичне	Бордуляк М.Т., Скасків О.Б., Сумик О.М., Чижиков І.Е. Теореми і задачі теорії ймовірностей. Львів: Число, 2013. Методичні вказівки до практичних занять: https://new.mmf.lnu.edu.ua/wp-content/uploads/2021/04/Metod_vkazivky_p_z_vypadk_2023.pdf Методичні вказівки до лабораторних та самостійних робіт із дисципліни "Математична статистика" / упорядники : О. І. Василик, М. В. Карташов, В. П. Кнопова [та ін.]. – К. : Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2014. – 84 с. https://probability.knu.ua/userfiles/kmv/met_stu.pdf Руденко В. М. Математична статистика. Навч. посіб. – К.: Центр учбової літератури, 2012. – 304 с. https://shron1.chtyvo.org.ua/Rudenko_Volodymyr/Matematychna_statystyka.pdf?	(6 год.)	Два тижні
3-ій, 2 год.	Тема 2. Задачі непараметричного оцінювання. Вибірка, функція правдоподібності, Статистики і оцінки. Властивості оцінок. Оцінювання ймовірності успіху у схемі Бернуллі.	практичне		(6 год.)	Два тижні
5-ий, 2 год.	Тема 3. Емпірична функція розподілу. Квантилі. Вибіркові моменти. Метод моментів параметричного оцінювання.	практичне		(6 год.)	Два тижні

7-ий, 2 год.	Тема 4. Незміщені оцінки. Теорема Блекуела-Крамера-Рао-Фреше.	практичне		(6 год.)	Два тижні
9-ий, 2 год.	Тема 5. Достатні статистики та оптимальність.	практичне		(6 год.)	Два тижні
11-ий, 2 год.	Тема 6. Оцінки максимальної правдоподібності. Оцінки параметрів нормальних розподілів.	практичне		(8 год.)	Два тижні
13-ий, 2 год.	Тема 7. Перевірка статистичних гіпотез. Непараметричні критерії узгодженості, однорідності, незалежності. Критерії χ^2 для поліномної схеми Бернуллі.	практичне		(8 год.)	Два тижні
15-ий, 2 год.	Критерії χ^2 для складної гіпотези. Найбільш потужні критерії відношення правдоподібностей.	практичне		(6 год.)	Два тижні