

Львівський національний університет імені Івана Франка
Державний іспит зі спеціальності "Статистика"

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № X

Вказівки. Розв'яжіть завдання і запишіть чи позначте ваші відповіді в полях електронного варіанту тесту на платформі *e-learning.lnu.edu.ua*. Правильні числові відповіді є скінченними десятковими дробами з не більше ніж шістьма знаками після коми.

1. Обчисліть кількість цілих розв'язків рівняння $|x + 3| + |2 - x| = 5$.
2. У трикутнику ABC точка D ділить сторону AB так, що $AD : DB = 2:7$. Знайдіть суму координат вектора \vec{CD} в базі, складеній з векторів \vec{CB} та \vec{CA} .
3. Знайдіть нижню границю послідовності $x_n = (1 + (-1)^n) \sin^2 \frac{\pi n}{3}$.

4. Обчисліть границю функції $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin x \operatorname{ctg} x^2$.

5. Знайдіть значення десятої похідної функції $f(x) = (x - 1)^{10} \ln x$ у точці $x = 1$.

6. Обчисліть криволінійний інтеграл $\int_C (3x^2 - 2xy + y^2)dx + (2xy - x^2 - 3y^2)dy$, де C – відрізок, що з'єднує точки $(-1, 2)$ та $(1, -2)$.

7. Розв'яжіть матричне рівняння

$$\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 7 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

У відповідь запишіть слід матриці X .

8. Знайдіть добуток власних значень матриці

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}.$$

9. Лінійний оператор A здійснює симетрію площини Oxy відносно прямої $y = -x$. Знайдіть визначник A .

10. Скільки існує різних бієктивних відображень п'яти елементної множини в себе, які мають щонайменше одну нерухому точку?

11. Розв'яжіть конгруенцію $12x \equiv 15 \pmod{28}$. У відповідь запишіть суму її розв'язків за модулем 28, а в разі їх відсутності – 0.

12. Розв'яжіть задачу Коші

$$(2y - \cos x) dx + (x - 1) dy = 0, \quad y(\pi) = 0.$$

У відповідь запишіть значення $y(0)$.

13. Якого типу є рівняння

$$u_{xx} + 10u_{yy} + 10u_{zz} + 2u_{xy} - 6u_{xz} + 2u_x = 0?$$

- гіперболічне
- параболічне
- еліптичне
- безтипне.

14. Функція $u(x, y) = x^2 - y^2 + 7x$ є дійсною частиною аналітичної функції $f(x, y) = u(x, y) + iv(x, y)$.

Яка з наведених функцій є її уявною частиною?

- $v(x, y) = 4xy + 7$
- $v(x, y) = 2x - 2y + 7$
- $v(x, y) = 2xy + 7y + 7$
- $v(x, y) = 4xy + 7$
- $v(x, y) = y^2 - x^2 + 7x$.

15. Знайдіть екстремаль найпростішої задачі класичного варіаційного числення

$$\int_0^1 (y'^2 + 4y \operatorname{sh} x) dx \rightarrow \text{extr}, \quad y(0) = 0, y(1) = 2 \operatorname{sh} 1$$

У поле відповідей запишіть значення екстремалі у точці $x = \ln 2$.

16. Танк Leopard2A з трьох пострілів влучає у ворожу ціль принаймні один раз з ймовірністю 0,999. Яка ймовірність того, що наш леопард рознесе ціль з першого пострілу?

17. В контейнері заховано 49 переносних протитанкових ракетних комплекси (ПТРК). Усі наші припущення, скільки серед них Джебелінів, рівноможливі. Микола навмання витягує один ПТРК...і це Джебелін! Цікаво, яка тепер ймовірність найбільш вірогідної гіпотези про кількість Джебелінів в контейнері?

18. Випадкова величина X набуває лише два значення x_1 та x_2 . Математичне сподівання X дорівнює 2, 8, а дисперсія – 0,16. Знайдіть x_2 , якщо $x_1 = 2$.

19. Випадкова величина має функцію розподілу

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{коли } x < 0, \\ \frac{x^2}{4}, & \text{коли } 0 \leq x \leq 2, \\ 1, & \text{коли } x > 2. \end{cases}$$

Обчисліть дисперсію цієї випадкової величини?

- 4,5
- $\frac{1}{9}$
- $\frac{2}{9}$
- $\frac{4}{3}$
- 0,142.

20. Методом максимальної правдоподібності знайдіть оцінку параметра λ у розподілі Пуассона $\operatorname{Pr}(X = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}, k = 0, 1, \dots$, для такої реалізації вибірки

2	3	0	1	0	1	1	2	2	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

21. В таблиці наведено розподіл випадкової величини X та емпіричні частоти її реалізації. Обчисліть значення χ^2 -статистики для цієї реалізації.

Значення X	4	7	12	20
Теоретичні ймовірності	4/15	3/15	7/15	1/15
Емпіричні частоти	20	14	42	4

22. У відділенні Приватбанку на вул. Січових Стрільців працюють три кредитні менеджери – Ольга, Ірина та Василь. Клієнтам вдається отримати кредит у Ольги з ймовірністю 0,7, у Ірини – 0,6, а у Василя – 0,8. Правда, клієнти про це не знають і вибирають менеджерів випадково. Вчора Ольга обслуговувала 20 клієнтів банку, а Ірина з Василем – по 15. На виході з відділення я зустрів щасливого незнайомця, який отримав кредит! Яка ймовірність того, що кредит йому видала Ольга?

23. Нехай X та Y – випадкові величини з математичними сподіваннями 2 та 0 відповідно, а дисперсія величини X дорівнює 1,5. Для випадкового процесу

$$\xi(t, \omega) = X(\omega) \cos^2 t + Y(\omega) \sin^2 t$$

обчисліть значення його кореляційної функції $R_\xi = R_\xi(t, s)$ в точці $(0,0)$.

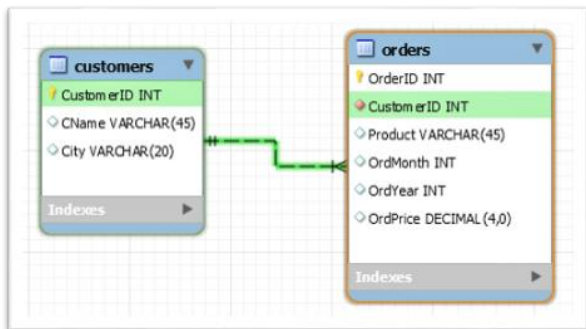
24. Які з тверджень про коефіцієнт кореляції випадкових величин X та Y є правильними?

- Коефіцієнт кореляції може приймати довільне дійсне значення.
- Коефіцієнт кореляції $\rho(X, Y)$ обчислюється за формулою

$$\rho(X, Y) = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sqrt{D(X)D(Y)}}$$

- Якщо випадкові величини незалежні, то коефіцієнт їхньої кореляції дорівнює нулю.
- Якщо коефіцієнт кореляції X та Y дорівнює нулю, то випадкові величини є незалежними.

25. Структура бази даних зображена на EER-діаграмі. Таблиця Customers містить інформацію про покупців, а Orders – про їхні замовлення.



Коментар до назв деяких полів

Поля таблиці Customers:

CustomerID – унікальний номер покупця;

CName – ім'я покупця.

Поля таблиці Orders:

OrderID – унікальний номер замовлення;

CustomerID – номер покупця, який здійснив замовлення;

OrdPrice – ціна замовлення.

Яку інформацію повертає SQL-запит?

```
SELECT Customers.CName, COUNT(*) AS TotalPrice FROM Customers, Orders
WHERE Customers.CustomerID = Orders.CustomerID
GROUP BY customers.CustomerID
HAVING TotalPrice > 500
```

- Імена покупців і кількість їхніх замовлень, вартістю більше 500 грн.
- Імена покупців і загальну вартість усіх їхніх замовлень.
- Імена і кількість замовлень лише тих покупців, які зробили більше 500 замовлень.
- Імена покупців, які зробили хоча б одне замовлення вартістю більше ніж 500 грн.

Голова Екзаменаційної Комісії