

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Львівський національний університет імені Івана Франка**  
**Механіко-математичний факультет**  
**Кафедра алгебри, топології та основ математики**



**Затверджено**  
на засіданні кафедри алгебри,  
топології та основ математики  
механіко-математичного факультету  
Львівського національного  
університету імені Івана Франка  
(протокол № 1 від 29 серпня 2022 р.)

Завідувач кафедри алгебри,  
топології та основ математики

проф. Банах Т. О.

**Силабус з навчальної дисципліни**  
**«ЛОГІКА ТІ ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ»,**  
**що викладається в межах ОПП «Комп'ютерна алгебра,**  
**криптологія та теорія ігор»**  
**першого (бакалаврського) рівня вищої освіти**  
**для здобувачів зі спеціальності 111 – Математика**

Назва дисципліни	Логіка та її застосування
Адреса викладання дисципліни	Львівський національний університет імені Івана Франка, механіко-математичний факультет, м. Львів, вул. Університетська, 1, 79000
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Механіко-математичний факультет, кафедра алгебри, топології та основ математики
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	Галузь знань: 11 Математика та статистика, Спеціальність: 111 Математика
Викладачі дисципліни	Мельник Іванна Орестівна, кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри алгебри, топології та основ математики
Контактна інформація викладачів	e-mail: <a href="mailto:ivanna.melnyk@lnu.edu.ua">ivanna.melnyk@lnu.edu.ua</a> , <a href="https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/melnyk-i-o">https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/melnyk-i-o</a> м. Львів, вул. Університетська, 1, ауд. 375 Роб. тел. (032) 239 41 72
Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються	Консультації в день проведення лекцій або практичних занять (за попередньою домовленістю) за адресою: м. Львів, вул. Університетська 1, ауд. 375. Можливі консультації онлайн на платформі Zoom або Microsoft Teams (за попередньою домовленістю). Для погодження часу консультацій слід писати на електронну пошту викладача.
Сторінка дисципліни	<a href="https://e-learning.lnu.edu.ua/course/view.php?id=3923">https://e-learning.lnu.edu.ua/course/view.php?id=3923</a> <a href="https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/lohika-ta-ii-zastosuvannia">https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/lohika-ta-ii-zastosuvannia</a>
Інформація про дисципліну	Дисципліна «Логіка та її застосування» є вибірковою навчальною дисципліною зі спеціальності 111 «Математика» для освітньої програми «Комп'ютерна алгебра, криптологія та теорія ігор» першого (бакалаврського) рівня вищої освіти, яка викладається в восьмому семестрі в обсязі 3 кредити (за Європейською кредитно-трансферною системою ECTS).
Коротка анотація дисципліни	Дисципліна «Логіка та її застосування» є важливим елементом математичної освіти. Він включає елементи традиційної логіки, числення висловлень, числення предикатів, елементи теорії моделей та застосування логіки, зокрема до розв'язування логічних задач на уроках математики. Поняття і методи логіки необхідні для обґрунтування правильності тих чи інших способів здобуття істинного знання.
Мета та цілі дисципліни	<u>Метою</u> вивчення дисципліни «Логіка та її застосування» є ознайомлення студентів з основними поняттями, методами та результатами традиційної та математичної логіки, побудовою формальних теорій, формалізацією міркувань, формування у майбутніх математиків навиків вивчення структури математичних тверджень; навчитись ефективно застосовувати теоретичний математичний апарат для розв'язання практичних задач.  <u>Завдання</u> дисципліни: сприяти розвитку логічного, абстрактного, аналітичного та алгоритмічного мислення студентів, навчитись ефективно застосовувати теоретичний апарат логіки висловлювань, логіки предикатів для розв'язання практичних задач.
Література для вивчення дисципліни	<b>1.</b> Андрійчук В. І., Комарницький М. Я., Мельник І. О. Елементи математичної логіки та теорії рекурсії: навч. посібник. – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2013. – 282 с.

	<ol style="list-style-type: none"> <li>2. Дрозд Ю. А. Основи математичної логіки: курс лекцій – К.: ВПЦ «Київський університет», 2005.</li> <li>3. Конверський А. Є. Логіка: підручник. – К.: ВПЦ «Київський університет», 2017. – 391 с.</li> <li>4. Андрійчук В. І., Комарницький М. Я., Іщук Ю. Б. Вступ до дискретної математики. – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2003. – 254 с.</li> <li>5. Ebbinghaus H.-D., Flum J., Thomas W. Mathematical Logic, 3<sup>rd</sup> ed. – Springer, 2021. – 313 p.</li> <li>6. Mendelson E. Introduction to Mathematical Logic. 6<sup>th</sup> ed. – CRC Press, 2015. – 513 p.</li> <li>7. Kleene S. C. Mathematical Logic. – Courier Corporation, 2013. – 416 p.</li> <li>8. Chang C. C., Keisler H. J. Model Theory – Courier Corporation, 2013. – 672 p.</li> <li>9. Van Cleeve M. Introduction to logic and critical thinking. – 2016. – 224 p.</li> </ol>
Обсяг дисципліни	<p><b>Загальний обсяг:</b> 90 годин.</p> <p>Всього аудиторних занять: 48 годин. З них 24 години лекцій, 24 години практичних занять.</p> <p>Самостійна робота: 42 години. Кредитів: 3.</p>
Очікувані результати навчання	<p>Після завершення курсу «Логіка та її застосування» студент повинен:</p> <p><b>Знати:</b> основні поняття і методи традиційної та математичної логіки.</p> <p><b>Вміти:</b> формулювати твердження у формі необхідних або достатніх, та необхідних і достатніх умов, аналізувати підтверджуючі приклади та конструювати контрприкладі, проводити пошук логічних схем доведення (розкладати складну проблему на прості; активізувати необхідні для розв'язання теоретичні знання); використовувати непряме доведення, метод доведення від супротивного.</p> <p>У результаті вивчення навчальної дисципліни відповідно до освітньої програми формуються <b>програмні компетентності</b>.</p> <p><b>Інтегральна компетентність</b></p> <p>Здатність розв'язувати складні спеціалізовані практичні завдання в галузі середньої освіти, що передбачає застосування концептуальних методів освітніх наук, знань з математики, педагогіки, психології, теорії та методики навчання математики і характеризується комплексністю та невизначеністю умов організації освітнього процесу в закладах загальної середньої освіти.</p> <p><b>Загальні компетентності</b></p> <p><b>ЗК-1.</b> Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.</p> <p><b>ЗК-2.</b> Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.</p> <p><b>ЗК-6.</b> Навички використання інформаційних і комунікаційних технологій;</p> <p><b>ЗК-7.</b> Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями;</p> <p><b>ЗК-8.</b> Здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел.</p> <p><b>ЗК-9.</b> Здатність приймати обґрунтовані рішення.</p> <p><b>ЗК-13.</b> Визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов'язків.</p> <p><b>Фахові компетентності спеціальності</b></p> <p><b>СК-1.</b> Здатність формулювати проблеми математично та в символній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання.</p> <p><b>СК-2.</b> Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у</p>

	<p>формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі.</p> <p><b>СК-3.</b> Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок.</p> <p><b>СК-4.</b> Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганих.</p> <p><b>СК-6.</b> Здатність розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем.</p> <p><b>Програмні результати навчання</b></p> <p><b>РН-1.</b> Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці.</p> <p><b>РН-3.</b> Знати принципи <i>modus ponens</i> (правило виведення логічних висловлювань) та <i>modus tollens</i> (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень.</p> <p><b>РН-4.</b> Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми.</p> <p><b>РН-7.</b> Пояснювати математичні концепції мовою, зрозумілою для нефхівців у галузі математики.</p> <p><b>РН-10.</b> Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями.</p> <p><b>РН-12.</b> Відшукувати потрібну науково-технічну інформацію у науковій літературі, базах даних та інших джерелах інформації.</p>
Ключові слова	Логіка, поняття, міркування, доведення, аксіома, числення, висловлювання, предикат, числення висловлень, числення предикатів, формула, секвенція.
Формат дисципліни	Очний
Теми	Перелік тем подано в додатку у формі схеми курсу.
Підсумковий контроль, форма	Залік. Залік виставляється за результатами навчальної діяльності студентами протягом семестру.
Пререквізити	Для вивчення дисципліни студенти потребують знань з дискретної математики.
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання дисципліни	Лекції, виконання практичних завдань, дискусії, консультації.
Необхідне обладнання	Дошка, крейда, навчальні посібники, мультимедійний проектор, комп'ютер, доступ до мережі «Інтернет», доступ до платформ Microsoft Teams, Zoom, Telegram, електронна пошта.
Критерії оцінювання (окремо для	Результати навчальної діяльності студентів в семестрі оцінюються за 100-бальною шкалою. <b>Письмові роботи:</b> Очікується, що студенти протягом семестру виконають

кожного виду навчальної діяльності)

дві контрольні роботи та два колоквиуми. Варіант контрольної роботи включає в себе задачі відповідного змістовного модуля різних типів та рівнів складності. Колоквиум передбачає виконання тестових теоретичних завдань та надання розгорнутих відповідей на теоретичні питання з доведеннями теорем.

Бали нараховуються за таким співвідношенням:

- робота під час практичних занять (16 занять): 16% семестрової оцінки; максимальна кількість балів – 16; участь в кожному практичному занятті оцінюється в 1 бал.
- 2 контрольні роботи (практична частина курсу): 44% семестрової оцінки; контрольні роботи №1, №2 : 22 + 22 = 44; максимальна кількість балів – 44.
- 2 колоквиуми (теоретична частина курсу) по 20 балів кожний: 40% семестрової оцінки; максимальна кількість балів – 40; 20 x 2 = 40.

Залік виставляється на останньому занятті за результатами набраних балів. Підсумкова максимальна кількість балів – 100.

Порядок вивчення та оцінювання дисципліни доводиться до відома студентів протягом семестру. Успішність навчання студентів оцінюється за шкалою «зараховано» / «не зараховано».

**Шкала оцінювання: Університету, національна та ECTS**

Оцінка в балах	Оцінка ECTS	За національною шкалою	
		Екзаменаційна оцінка, оцінка з диференційованого заліку	Залік
90 – 100	A	Відмінно	Зараховано
81-89	B	Добре	
71-80	C		
61-70	D	Задовільно	
51-60	E		
0-50	F/FX	Незадовільно з можливістю повторного складання	Не зараховано можливістю повторного складання

Бали в діапазоні 90–100 означають, що студент виявив всебічні, систематизовані, глибокі знання програмного матеріалу, уміння вільно виконувати завдання передбачені програмою. Знання основної і ознайомлення з додатковою літературою, передбачених програмою на рівні творчого використання.

Бали в діапазоні 71–89 означають, що студент виявив загалом добрі знання навчального матеріалу, але допустив ряд помітних помилок, показав систематичний характер знань з дисципліни, здатний їх використовувати та поповнювати в процесі подальшого навчання.

Бали в діапазоні 61–70 означають, що студент виявив знання основного навчального матеріалу, справився з виконанням завдань, передбачених програмою, ознайомився з основою літературою, рекомендованою програмою, допустив значну кількість помилок у відповідях на запитання, тестуванні, при виконанні завдань.

Бали в діапазоні 51–60 свідчать про значні недоліки в знаннях основного навчального матеріалу, про принципові помилки при виконанні передбачених програмою завдань.

Бали в діапазоні 1–50 означають, що студент не мав знань зі значної

	<p>частини матеріалу, допускав принципові помилки при виконанні більшості передбачених програмою завдань, неспроможний самостійно засвоїти програмний матеріал і потребує повторного вивчення дисципліни.</p>
Політика курсу	<p><b>Академічна доброчесність.</b> Очікується, що студенти виконуватимуть навчальні завдання, завдання поточного та підсумкового контролю самостійно, не користуються недозволеними засобами, не видають за свої результати роботи інших людей. При використанні чужих ідей і тверджень у власних роботах посилаються на використані джерела інформації. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикавання джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману. Жодні форми недоброчесності не толеруються.</p> <p><b>Відвідування занять</b> є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та практичні заняття дисципліни. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. За згодою декана та викладача дозволяється перейти на індивідуальний графік занять. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів виконання усіх передбачених видів робіт.</p> <p><b>Література.</b> Література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, може бути надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p><b>Політика виставлення балів.</b> Враховуються бали поточного та підсумкового контролю, а також самостійної роботи. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p>
Опитування	<p>Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано після завершення курсу.</p>

## ДОДАТОК

### Схема курсу

Тиж- день, год.	Тема, план, короткі тези	Форма діяльності (заняття)* *лекція, самостійна, дискусія, групова робота)	Література. Ресурси в Інтернеті	Завдання, год.	Термін виконан- ня
1	2	3	4	5	6
Перший тиждень, 4 год.	<b>Тема 1. Елементи традиційної логіки</b> Вступ. 3 історії логіки. Елементи традиційної логіки. Предмет і методи логіки в її історичному розвитку. Поняття. Судження (висловлювання). Умовиводи. Простий категоричний силлогізм. Дедуктивні та індуктивні міркування.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Опрацювати рекомендовану літературу, 2 год.	Один тиждень
	<b>Тема 1. Елементи традиційної логіки</b> Поняття. Судження (висловлювання), види суджень. Умовиводи. Простий категоричний силлогізм. Дедуктивні та індуктивні умовиводи.	Практичне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Виконати домашнє завдання, 2 год.	Один тиждень
Другий тиждень, 4 год.	<b>Тема 2. Елементи семіотики, логічні мови і числення</b> Алгебра висловлень. Елементи семіотики, логічні мови і числення. Семантика, синтаксис. Числення. Алгебра висловлень. Висловлення та їх значення істинності. Логічні операції над висловленнями. Формули логіки висловлень, їх еквівалентність. Тавтології і суперечності. Закони логіки	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Опрацювати рекомендовану літературу, 2 год.	Один тиждень
	<b>Тема 2. Елементи семіотики, логічні мови і числення</b> Алгебра висловлень. Побудова таблиць істинності, перетворення формул на рівносильні з використанням законів логіки, доведення еквівалентності формул. Формули логіки висловлень, їх еквівалентність. Доведення тотожної істинності і тотожної хибності формул різними методами.	Практичне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Виконати домашнє завдання, 2 год.	Один тиждень
Третій тиждень, 6 год.	<b>Тема 3. Мова числення висловлень</b> Мова числення висловлень: алфавіт, формули, секвенції. Аксиоми, правила виведення. Формальні доведення у численні висловлень. Допустимі правила виведення числення висловлень.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Опрацювати рекомендовану літературу, 2 год.	Один тиждень
	<b>Тема 3. Мова числення висловлень</b> Алфавіт, формули, підформули в ЧВ. Аксиоми і правила виведення в ЧВ. Допустимі правила. Секвенції, найпростіші доведення.	Практичне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Виконати домашнє завдання, 2 год.	Один тиждень

1	2	3	4	5	6
Четвертий тиждень, 4 год.	<b>Тема 4. Синтаксична еквівалентність формул числення висловлень</b> Підстановка. Синтаксична еквівалентність формул числення висловлень. Властивості. Основні закони логіки. Теорема про заміну.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Опрацювати рекомендовану літературу, 2 год.	Один тиждень
	<b>Тема 3. Мова числення висловлень</b> Доведення в численні висловлень. Виведення секвенцій ЧВ. Побудова доведень.	Практичне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Виконати домашнє завдання, 2 год.	Один тиждень
П'ятий тиждень, 4 год.	<b>Тема 4. Синтаксична еквівалентність формул числення висловлень</b> Нормальні форми формул числення висловлень: ДНФ, КНФ, ДДНФ, ДКНФ. Застосування.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Опрацювати рекомендовану літературу, 2 год.	Один тиждень
	<b>Тема 4. Синтаксична еквівалентність формул числення висловлень</b> Числення висловлень. Зведення формул ЧВ до ДНФ, КНФ, ДДНФ, ДКНФ. Застосування ДДНФ, ДКНФ. Логічний наслідок. Застосування.	Практичне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Виконати домашнє завдання, 2 год.	Один тиждень
Шостий тиждень, 4 год.	<b>Тема 5. Семантика числення висловлень</b> Інтерпретація в численні висловлень. Інтерпретації змінних, формул та секвенцій числення висловлювань. Несуперечливість, повнота та незалежність аксіом числення висловлювань.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Опрацювати рекомендовану літературу. Підготуватися до контролю знань, 3 год.	Один тиждень
	<b>Тема 5. Семантика числення висловлень</b> Логічний наслідок. Застосування числення висловлень до аналізу міркувань.	Практичне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Виконати домашнє завдання. Підготуватися до контролю знань, 2 год.	Один тиждень
Сьомий тиждень, 4 год.	Колоквіум №1	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни		Один тиждень
	Контрольна робота №1	Практичне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни		Один тиждень
Восьмий тиждень, 4 год.	<b>Тема 6. Мова числення предикатів</b> Поняття алгебраїчної операції, відношення та предиката, приклади. Алгебраїчні системи, підсистеми. Числення предикатів. Алфавіт, терми і формули числення предикатів. Вільні та зв'язані змінні і терми. Підстановка термів. Секвенції, аксіоми та правила виведення ЧП. Доведення у ЧП. Теореми ЧП. Допустимі правила виведення ЧП.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Опрацювати рекомендовану літературу, 2 год.	Один тиждень
	<b>Тема 6. Мова числення предикатів</b> Предикати. Запис речень мовою ЧП. Застосування числення предикатів. Терми, формули, підформули. Вільні і зв'язані змінні, вільні терми, підстановки.	Практичне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Виконати домашнє завдання, 2 год.	Один тиждень



1	2	3	4	5	6
Дев'ятий тиждень, 4 год.	<b>Тема 7. Синтаксична еквівалентність формул числення предикатів</b> Синтаксична еквівалентність формул ЧП. Підстановки. Властивості синтаксичної еквівалентності. Теорема про заміну. Нормальні форми формул ЧП. ДНФ та КНФ для формул ЧП. Пренексна (випереджена) нормальна форма. Загальнозначущі формули логіки предикатів.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Опрацювати рекомендовану літературу, 2 год.	Один тиждень
	<b>Тема 7. Синтаксична еквівалентність формул числення предикатів</b> Побудова доведень в численні предикатів. Виведення секвенцій в ЧП. Зведення формул ЧП до ДНФ, ДДНФ, КНФ, ДКНФ, пренексної нормальної форми (ПНФ). Застосування ПНФ.	Практичне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Виконати домашнє завдання, 2 год.	Один тиждень
Десятий тиждень, 4 год.	<b>Тема 8. Семантика числення предикатів</b> Інтерпретації змінних, констант, термів, формул та секвенцій ЧП. Несуперечливість та повнота числення предикатів.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Опрацювати рекомендовану літературу, 2 год.	Один тиждень
	<b>Тема 8. Семантика числення предикатів</b> Запис речень і формул в численні предикатів. Застосування числення предикатів до аналізу міркувань.	Практичне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Виконати домашнє завдання, 2 год.	Один тиждень
Одинадцятий тиждень, 4 год.	<b>Тема 9. Основи теорії моделей</b> Алгебраїчні системи, теорії, моделі. Елементарні підструктури. Критерій елементарної підструктури. Елементарна еквівалентність. Фільтри, ультрафільтри, ультрадобутки. Аксиоматизовані класи алгебраїчних систем.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Опрацювати рекомендовану літературу. Підготуватися до контролю знань, 3 год	Один тиждень
	<b>Тема 9. Основи теорії моделей</b> Основні поняття теорії моделей. Алгебраїчні системи. Арифметика Пеано. Аксиоматична теорія множин. Аксиоматичні теорії першого порядку, моделі, нестандартні моделі. Аксиоматика елементарної арифметики. Теорема Левенгайма-Сколема. Фільтри, ультрафільтри, ультрадобутки. Аксиоматизованість класів алгебраїчних структур.	Практичне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Виконати домашнє завдання. Підготуватися до контролю знань, 2 год.	Один тиждень
Дванадцятий тиждень, 4 год.	Колоквіум №2	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни		
	Контрольна робота №2	Практичне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни		
Разом		24 год. лекцій, 24 год. практичних занять		42 год. самостійної роботи	