

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Львівський національний університет імені Івана Франка**  
**Механіко-математичний факультет**  
**Кафедра кафедри алгебри, топології та основ математики**

**Затверджено**

На засіданні кафедри алгебри,  
топології та основ математики  
механіко-математичного факультету  
Львівського національного університету  
імені Івана Франка  
(протокол № 1 від 29.08. 2022 р.)

Завідувач кафедри проф. Т.О. Банах



**Силабус з навчальної дисципліни**  
**“Графічні методи розв’язування задач з параметром”,**  
**що викладається в межах ОПП “Середня освіта (Математика)”**  
**першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів**  
**з спеціальності 014.04 Середня освіта (Математика)**

Львів 2022 р.

<b>Назва дисципліни</b>	Графічні методи розв'язування задач з параметром
<b>Адреса викладання дисципліни</b>	м. Львів, вул. Університетська, 1
<b>Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна</b>	Механіко-математичний факультет Кафедра алгебри, топології та основ математики
<b>Галузь знань, шифр та назва спеціальності</b>	01 Освіта/Педагогіка 014.04 Середня освіта (Математика)
<b>Викладачі дисципліни</b>	Гуран Ігор Йосипович, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри алгебри, топології та основ математики
<b>Контактна інформація викладачів</b>	<a href="mailto:ihor.huran@lnu.edu.ua">ihor.huran@lnu.edu.ua</a> ; <a href="https://new.mmf.lnu.edu.ua/employer/huran-i.-j.">https://new.mmf.lnu.edu.ua/employer/huran-i.-j.</a> м. Львів, вул. Університетська, 1, ауд. 374; тел. 0322394218
<b>Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються</b>	Консультації в день проведення лекцій/практичних занять (за попередньою домовленістю) за адресою: м. Львів, вул. Університетська, 1, ауд. 374. Також можливі он-лайн консультації на платформі Teams. Для погодження часу консультації слід писати на електронну пошту викладача.
<b>Сторінка дисципліни</b>	<a href="https://new.mmf.lnu.edu.ua/academics/bachelor/curriculum-education">https://new.mmf.lnu.edu.ua/academics/bachelor/curriculum-education</a>
<b>Інформація про дисципліну</b>	Дисципліна “Графічні методи розв'язування задач з параметром” є вибірковою навчальною дисципліною циклу професійної і практичної підготовки з спеціальності 014.04 Середня освіта (Математика) для освітньої програми “Середня освіта (Математика)”, яка викладається у 5-му семестрі в обсязі 4-ох кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
<b>Коротка анотація дисципліни</b>	Навчальну дисципліну розроблено таким чином, щоб надати учасникам освітнього процесу необхідні знання, обов'язкові для того, щоб оволодіти графічними методами розв'язування найскладніших задач шкільного курсу математики: задач з параметром. Графічний метод є одним з найпотужніших методів розв'язування таких задач, використовуючи аналіз, метод координат та геометричних перетворень. Цей метод дозволяє розвинути логічне і творче мислення, розширити наукову методологію студентів.
<b>Мета та цілі дисципліни</b>	Надати основні теоретичні відомості та виробити практичні навички з цього курсу, який складає невід'ємну частину загальної математичної освіти майбутнього вчителя математики; озброїти студентів конкретними знаннями та методиками при розв'язуванні складних завдань, включаючи олімпіадні. Виховувати в учнів допитливість, логічне мислення, інтерес до знань.
<b>Література для вивчення дисципліни</b>	1. Б. М. Бокало, В. Л. Бريدун, І. Й. Гуран. Навчально-методичний посібник з аналітичної геометрії, - Львів, Видавничий центр ЛНУ ім. І. Франка, 2008, - 262 с. 2. Б. М. Бокало, В. Л. Бريدун, І. Й. Гуран. . . Б. М. Бокало, В. Л. Бريدун,

	<p>I. Й. Гуран, Н. М. Колос. Аналітична Геометрія у прикладах і задачах. – Львів: Видавець І. Е. Чижиков, 2016. – 335 с.</p> <p>3. В. М. Лейфура, І. М. Мітельман, В. М. Радченко, В. А. Ясінський. Математичні олімпіади школярів України: 2001 - 2006 - Львів: Каменярь, 2008. - 348 с.</p> <p>4. М. Л. Крайзман. Деякі методи та прийоми розв'язування задач із математики. – Львів: 240 с. Видавець І. Е. Чижиков, 2015 – 239 с. – (Серія «Бібліотека школяра»)</p> <p>5. Цегелик Г. Г., Гуран І. Й., Дудзяний І. М. Збірник типових конкурсних тестових завдань з математики. 13-ге вид. Львів: Видавничий центр ЛНУ імені І. Франка, 2007. – 136 с.</p> <p style="text-align: center;"><b>ДОПОМІЖНА</b></p> <p>1. Ясінський В. А. Практикум з розв'язування задач математичних олімпіад. — Харків: Основа, 2006. — 128 с.</p> <p>2. Федак І. В. Методи розв'язування олімпіадних завдань з математики. – Чернівці: Зелена Буковина. 2002, - 340 с.</p> <p>3. П. И. Горнштейн, В. Б. Полонский, М. С. Якир. Задачи с параметрами. – К.: РИА; МП «ОКО», 1992, - 209 с.</p> <p>4. А.Г. Мерзляк, Д.А. Номіровський, В.Б. Полонський, М.С. Якір. Геометрія 10 клас. - Харків, "Гімназія", 2018.</p> <p>5. О. С. Істер. Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія) Підручник. – Генеза, 2019. – 384 с.</p>
<p><b>Обсяг курсу</b></p>	<p>Загальний обсяг: 120 год., з них – 32 год., лекцій, 16 год. практичних занять. Самостійна робота: 72 год.</p>
<p><b>Очікувані результати навчання</b></p>	<p>При успішному засвоєнні дисципліни «Графічні методи розв'язування задач з параметром» студент вміє класифікувати типи задач з параметрами, розв'язання яких найбільш ефективним є графічним методом. Володіє методикою застосування графічних методів при розв'язуванні задач з параметром. Вміє подати розв'язок в логічно доступній формі для розуміння учня.</p> <p>У результаті вивчення курсу «Графічні методи розв'язування задач з параметром» відповідно до освітньої програми формуються <b>програмні компетентності</b>:</p> <p><b>Загальні компетентності:</b></p> <p><b>ЗК 3:</b> Здатність до прийняття ефективних рішень у професійній діяльності, відповідального ставлення до обов'язків і адаптації до сучасних умов процесу навчання.</p> <p><b>ЗК 4:</b> Здатність до міжособистісної взаємодії, праці в команді, спілкування з представниками інших професійних груп різного рівня.</p> <p><b>ЗК 5:</b> Здатність до генерування нових ідей, виявлення та вирішення проблем.</p> <p><b>Фахові компетентності спеціальності:</b></p> <p><b>ФК 1:</b> Здатність використовувати систематизовані та інноваційні теоретико-практичні знання з математики та методики і методології навчання та викладання математики під час розв'язування професійних завдань.</p> <p><b>ФК 2:</b> Здатність до добору й застосування сучасних та ефективних форм, методів, технологій та засобів навчання для організації навчального процесу в закладах загальної середньої освіти.</p> <p><b>ФК 4:</b> Здатність до формування мотивації та організації пізнавальної діяльності учнів.</p>

	<p><b>ФК 8:</b> Здатність до формування в учнів ключових і предметних компетентностей та здійснення міжпредметних зв'язків.</p> <p><b>Програмні результати навчання:</b></p> <p><b>ПРН 3:</b> Знати, розуміти та вміти використовувати принципи, форми, сучасні методи, методичні прийоми навчання математики для проведення уроку математики на високому рівні та виконання освітньої програми з математики в закладах загальної середньої освіти.</p> <p><b>ПРН 4:</b> Знати та розуміти особливості навчання різних груп учнів, застосовувати диференціацію навчання, організовувати освітній процес з урахуванням особливих потреб учнів</p> <p><b>ПРН 10:</b> Уміти розв'язувати задачі різних рівнів складності курсу математики в закладах загальної середньої освіти, чітко й раціонально пояснювати розв'язання учням.</p> <p><b>ПРН 14:</b> Розробляти і пропонувати різні форми та прийоми виховання позитивного ставлення до математики, мотивації учнів до засвоєння її основ та методів.</p>
<b>Ключові слова</b>	Параметр, рівняння з параметром, нерівність, графік, лінійна функція, квадратична функція, логарифм, тригонометрична функція, система рівнянь.
<b>Формат курсу</b>	Очний.
<b>Теми</b>	Перелік тем подано в додатку у формі схеми курсу.
<b>Підсумковий контроль, форма</b>	Залік в кінці семестру в письмовій формі.
<b>Пререквізити</b>	Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з теорії елементарних функцій, її графіків. аналітичної геометрії, математичного аналізу, лінійної алгебри.
<b>Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу</b>	Лекції, презентації, спільні розробки, робота у групах, дискусія, підготовка індивідуальних завдань.
<b>Необхідне обладнання</b>	Дошка, комп'ютер, проектор, доступ до Internet мережі. Для вивчення курсу достатньо володіти загально вживаними програми такими як Microsoft Office Word, Microsoft Office, Excel, Microsoft Teams.
<b>Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)</b>	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються наступним чином:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• робота під час практичних занять і лекцій: 100%; максимальна кількість балів 100.</li> <li>• якщо протягом семестру студент отримав менше, ніж 50 балів, він може отримати до 30% балів за письмову роботу, індивідуальне</li> </ul>

	<p>завдання.</p> <p>Підсумкова кількість балів: 100 балів.</p> <p>Оцінка за семестр за залік не перевищує 100 балів і, у разі за поточний контроль менше 50 балів є сумою всіх балів отриманих за всі форми виконання завдань.</p> <p><b>Письмові роботи:</b> Очікується, що студенти протягом семестру виконують індивідуальні завдання з використанням додаткової літератури у вигляді реферату, презентації з подальшим захистом в кінці курсу.</p> <p><b>Академічна доброчесність:</b> Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману. Жодні форми недоброчесності не толеруються.</p> <p><b>Відвідання занять</b> є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та практичні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів письмових робіт та індивідуальних завдань, передбачених курсом.</p> <p><b>Література.</b> Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p><b>Політика виставлення балів.</b> Враховуються бали набрані при поточному тестуванні, самостійній роботі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p>
<p><b>Питання до заліку чи екзамену.</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Властивості лінійної функції.</li> <li>• Рух прямої при зміні параметрів.</li> <li>• Дробово-раціональна функції та її графік.</li> <li>• Рух гіперболи стосовно асимптот.</li> <li>• Квадратична функція та її особливості графіка.</li> <li>• Розташування коренів квадратичної функції, в залежності від</li> </ul>

	<p>параметрів.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Графічні задачі, що зводяться до квадратичної функції.</li> <li>• Використання графічних методів при розв'язуванні нерівностей.</li> <li>• Використання екстремальних властивостей функції при розв'язуванні рівнянь з параметром.</li> <li>• Особливості графіків показникової та логарифмічної функцій.</li> <li>• Використовування періодичності при побудові графіків тригонометричних функцій.</li> <li>• Методика розв'язування тригонометричних рівнянь з параметром.</li> <li>• Графічний метод розв'язування систем рівнянь з параметром.</li> </ul>
<b>Опитування</b>	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.

### Схема курсу

Тиж день, год.	Тема, план, короткі тези	Форма діяльності( заняття)*  *лекція, самостійна, дискусія, групова робота)	Література  (Ресурси в інтернеті)	Завдання,  год.	Термін виконан ня
Перший тиждень,  2 год.	<b>Лінійна функція та її графік.</b>	лекція	[1, 2, 8]	Задання графіка лінійної функції. Модель координатної прямої, як геометричної прямої.  (3 год.)	Один тиждень
Перший тиждень,  2 год.	<b>Задачі з параметрами з лінійними рівняннями.</b>	практичне	[2, 3, 6, 8]	Методика розв'язування лінійних рівнянь з параметрами.  (3 год.)	Два тижні
Другий тиждень,  2 год.	<b>Рух прямої при зміні параметрів.</b>	лекція	[1, 2, 8]	Опис симетрій прямої відносно прямої, точки, дзеркальне відображення при зміні параметрів.  (3 год.)	Один тиждень

Третій тиждень, 2 год.	<b>Зв'язок лінійної і дробово-раціональної функції.</b>	лекція	[1, 2, 6, 8]	Особливості розв'язування рівнянь з параметром, у яких присутня дробово-раціональна функція.  (3 год.)	Один тиждень
Третій тиждень, 2 год.	<b>Особливості графіка дробово лінійної функції.</b>	практичне	[1, 2, 8]	Розв'язування задач з параметром, використовуючи розташування асимптот.  (3 год.)	Два тижні
Четвертий тиждень, 2 год.	<b>Рух графіка раціональної функції при зміні параметрів.</b>	лекція	[1, 2, 3]	Методика розв'язування раціональних нерівностей з параметрами.  (3 год.)	Один тиждень
П'ятий тиждень, 2 год.	<b>Побудова графіка раціональної функції.</b>	лекція	[2, 9, 10]	Використання похилих та вертикальних асимптот при розв'язуванні задач з параметром.  (3 год.)	Один тиждень
П'ятий тиждень, 2 год.	<b>Графік квадратичної функції та його особливості.</b>	практичне	[2, 5, 7]	Побудова графіка квадратичної функції за її характерними точками.  (3 год.)	Два тижні
Шостий тиждень, 2 год.	<b>Поведінка квадратичної функції при зміні параметрів.</b>	лекція	[8, 9, 10]	Рух графіка квадратичної функції при зміні аргумента.  (3 год.)	Один тиждень
Сьомий тиждень,	<b>Поведінка коренів квадратичної</b>	лекція	[8, 9, 10]	Залежність коренів квадратичної функції при зміні	Один тиждень

2 год.	<b>функції при зміні параметрів.</b>			параметрів. (3 год.)	
Сьомий тиждень, 2 год.	<b>Модуль квадратичної функції.</b>	практичне	[4, 5, 9, 10]	Задачі з модулем. (3 год.)	Один тиждень
Восьмий тиждень, 2 год.	<b>Графічні задачі з параметром.</b>	лекція	[4, 6, 7, 9, 10]	Графічні методи при розв'язуванні задач з параметром. (3 год.)	Один тиждень
Дев'ятий тиждень, 2 год.	<b>Екстремальні властивості функцій.</b>	лекція	[1, 9, 10]	Використання екстремальних властивостей функцій в задачах з параметром. (3 год.)	Один тиждень
Дев'ятий тиждень, 2 год.	<b>Методика розв'язання задач з параметром, використовуючи екстремальні властивості функцій.</b>	практичне	[4, 7, 8, 9]	Розв'язування задач з використанням екстремальних властивостей квадратичної функції. (3 год.)	Один тиждень
Десятий тиждень, 2 год.	<b>Показникові функції та їх властивості.</b>	лекція	[8, 9, 10]	Особливості графіка показникової функції. (3 год.)	Один тиждень
Одинадцятий тиждень, 2 год.	<b>Логарифмічна функція та її властивості.</b>	лекція	[8, 9, 10]	Особливості графіка логарифмічної функції. (3 год.)	Один тиждень
Одинадцятий тиждень, 2 год.	<b>Логарифмічна та показникова функції в задачах з параметром.</b>	практичне	[6, 7, 9, 10]	Методика розв'язування рівнянь з параметром, що містять показникову функцію (3 год.)	Два тижні



Дванадцятий тиждень, 2 год.	<b>Перетворення графіків тригонометричних функцій.</b>	лекція	[8, 9, 10]	Стиск, розтяг в задачах з параметром, що містять тригонометричні функції.  (3 год.)	Один тиждень
Тринадцятий тиждень, 2 год.	<b>Обернені тригонометричні функції та їх властивості.</b>	лекція	[8, 9, 10]	Область визначення обернених тригонометричних функцій.  (3 год.)	Один тиждень
Тринадцятий тиждень, 2 год.	<b>Задачі з параметром, що містять тригонометричні функції.</b>	практичне	[4, 5, 8, 9, 10]	Методика розв'язування рівнянь з параметром, що містять тригонометричні функції.  (3 год.)	Два тижні
Чотирнадцятий тиждень, 2 год.	<b>Задачі з параметром змішаного типу.</b>	лекція	[5, 6, 7, 9, 10]	Методика розв'язування рівнянь з параметром, що містять елементарні функції.  (3 год.)	Один тиждень
П'ятнадцятий тиждень, 2 год.	<b>Системи рівнянь з параметрами.</b>	лекція	[5, 6, 7, 9, 10]	Методика розв'язування систем рівнянь з параметром  (3 год.)	Один тиждень
П'ятнадцятий тиждень, 2 год.	<b>Системи рівнянь з параметрами.</b>	практичне	[5, 6, 7, 8, 10]	Методика розв'язування систем рівнянь з параметрами, що містять функції різних класів.  (3 год.)	Два тижні
Шістнадцятий тиждень, 2 год.	<b>Олімпіадні задачі з параметром.</b>	лекція	[5, 6, 7, 8, 10]	Методика розв'язування задач з параметром поглибленого рівня.  (3 год.)	Один тиждень