

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Львівський національний університет імені Івана Франка**  
**Механіко-математичний факультет**  
**Кафедра математичної економіки, економетрії,**  
**фінансової та страхової математики**

**Затверджено**

на засіданні кафедри математичної  
економіки, економетрії, фінансової та  
страхової математики  
механіко-математичного факультету  
Львівського національного університету  
імені Івана Франка  
(протокол № 12 від 30 серпня 2022 року)



Завідувач кафедри

МЕХАНІКО-  
МАТЕМАТИЧНИЙ  
ФАКУЛЬТЕТ

проф. Кирилич В. М.

**Силабус з навчальної дисципліни**  
**«Повторюючі ігри»,**  
що викладається в межах ОПП «Комп'ютерна алгебра, криптологія та теорія ігор»  
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів  
із спеціальності 111 – математика

<b>Назва дисципліни</b>	Повторюючі ігри
<b>Адреса викладання дисципліни</b>	вул. Університетська, 1, 79000, м. Львів, Механіко-математичний факультет ЛНУ ім. Івана Франка
<b>Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна</b>	Механіко-математичний факультет, кафедра математичної економіки, економетрії, фінансової та страхової математики
<b>Галузь знань, шифр та назва спеціальності</b>	11 – математика і статистика; 111 – математика
<b>Викладачі дисципліни</b>	Куриляк Андрій Олегович, к.ф.-м.н., доцент кафедри математичної економіки, економетрії, фінансової та страхової математики
<b>Контактна інформація викладачів</b>	Електронна пошта: <a href="mailto:andriy.kurylyak@lnu.edu.ua">andriy.kurylyak@lnu.edu.ua</a> , веб-сторінка: <a href="https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/kuryliak-a-o">https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/kuryliak-a-o</a>
<b>Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються</b>	Кафедра математичної економіки, економетрії, фінансової та страхової математики, ауд. 354, в день проведення практичних занять (година за попередньою домовленістю). Он-лайн консультації через Zoom; для погодження часу слід писати на електронну пошту <a href="mailto:andriy.kurylyak@lnu.edu.ua">andriy.kurylyak@lnu.edu.ua</a> чи дзвонити
<b>Сторінка дисципліни</b>	<a href="https://new.mmf.lnu.edu.ua/">https://new.mmf.lnu.edu.ua/</a>
<b>Інформація про дисципліну</b>	Дисципліна «Повторюючі ігри» є вибірковою дисципліною освітньої програми «Комп’ютерна алгебра, криптологія та теорія ігор» спеціальності 111 – Математика для підготовки бакалавра, яка викладається в 7 семестрі в обсязі 5 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS)
<b>Коротка анотація дисципліни</b>	Навчальну дисципліну розроблено так, щоб надати учасникам необхідні знання з теорії ігор, необхідні для того, щоб знаходити рівноваги та знаходження оптимальних стратегій. Тому в дисципліні представлено як огляд різних моделей повторюючих ігор, так і процесів та інструментів, які потрібні для знаходження рівноваг за Нешом.
<b>Мета та цілі дисципліни</b>	Метою вивчення вибіркової дисципліни «Повторюючі ігри» є ознайомлення студентів із завданнями практичних занять для оволодіння сучасними методами знаходження рівноваг, пошуку оптимальних стратегій у повторюючих іграх.
<b>Література для вивчення дисципліни</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Maschler M., Solan E., Zamir S. Game Theory. — Cambridge University Press, 2013.</li> <li>2. Fudenberg D., Tirole J. Game Theory. Cambridge — MIT Press, 1996.</li> <li>3. Gibbons R.A. Primer in Game Theory. — Prentice Hall, 1992.</li> <li>4. Benoit J.P., Krishna V. Finitely Repeated Games, 1985, Econometrica: 905–922.</li> <li>5. Aumann R.J., Maschler M. Repeated Games with Incomplete Information. Cambridge London: MIT Press, 1995.</li> <li>6. Mailath G., Samuelson L. Repeated games and reputations: long-run relationships. New York: Oxford University Press, 2006.</li> <li>7. Harsanyi J.C., Selten R.A. General Theory of Equilibrium Selection in Games. Cambridge: MIT Press, Cambridge Mass.: MIT Press, 1989.</li> <li>8. Mertens, J.-F. The Speed of Convergence in Repeated Games with Incomplete Information on One Side, CORE D.P., 1995.</li> </ol>

<b>Обсяг курсу</b>	150 годин. З них: 64 годин аудиторних занять (32 години лекцій і 32 години практичних занять) та 86 год. самостійної роботи.
<b>Очікувані результати навчання</b>	<p>Після завершення цього курсу студент буде:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Знати теоретичні аспекти повторюючих ігор.</li> <li>– Вміти застосовувати основні методи теорії ігор для знаходження рівноваг та оптимальних стратегій.</li> </ul> <p>Курс забезпечує набуття таких компетентностей та програмних результатів навчання:</p> <p><b>Загальні компетентності</b></p> <p>ЗК-1 Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;  ЗК-2 Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях;  ЗК-4 Здатність спілкуватися державною мовою як усно, такі письмово;  ЗК-5 Здатність спілкуватися іноземною мовою;  ЗК-7 Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями;  ЗК-8 Здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел;  ЗК-9 Здатність приймати обґрунтовані рішення;  ЗК-13 Визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов'язків.</p> <p><b>Фахові компетентності спеціальності</b></p> <p>СК-1 Здатність формулювати проблеми математично та в символічній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання;  СК-2 Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі;  СК-4 Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганних;  СК-5 Здатність до кількісного мислення;  СК-6 Здатність розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем;  СК-8 Здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів;  СК-13 Здатність до побудови математичних моделей прийняття оптимальних рішень в умовах конфлікту чи невизначеності.</p> <p><b>Програмні результати навчання</b></p> <p>РН-3 Знати принципи <i>modus ponens</i> (правило виведення логічних висловлювань) та <i>modus tollens</i> (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень;  РН-4 Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми;  РН-5 Мати навички використання спеціалізованих програмних засобів комп'ютерної та прикладної математики і використовувати інтернет-ресурси;  РН-6 Знати методи математичного моделювання природничих та/або соціальних процесів;  РН-9 Уміти працювати зі спеціальною літературою іноземною мовою;  РН-10 Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно</p>

	<p>переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями;</p> <p>РН-11 Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей;</p> <p>РН-20 Розв'язувати основні математичні задачі аналізу даних; застосовувати базові загальні математичні моделі для специфічних ситуацій, мати навички управління інформацією, і застосування комп'ютерних засобів статистичного аналізу даних;</p> <p>РН-24 Вміти аналізувати та оцінювати методи шифрування та складність їх обчислень, будувати математичні моделі прийняття оптимальних рішень в умовах конфлікту чи невизначеності.</p>
<b>Ключові слова</b>	Рівновага за Нешом, оптимальні стратегії, нескінченно повторювані ігри, повторюючі ігри з неповною інформацією, рівномірна рівновага, вектор виграшу, дисконтуючий множник, T-етап.
<b>Формат курсу</b>	Очний
	Проведення лекцій, лабораторних робіт та консультації для кращого розуміння тем
<b>Теми</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Означення та приклади повторюючих ігор.</li> <li>2. T-етап повторюючих ігор.</li> <li>3. Виграші та рівноваги.</li> <li>4. Мінімаксні значення.</li> <li>5. Характеристика множини рівноважних виграшів T-етапу повторюючої гри.</li> <li>6. Доведення теореми Фолька.</li> <li>7. Нескінченно повторювані ігри.</li> <li>8. Повторюючі ігри з дисконтуючим множником.</li> <li>9. Рівномірна рівновага.</li> <li>10. Повторювані ігри з вектором виграшу: модель та приклади.</li> <li>11. Зв'язки між досяжними та виключаючими множинами.</li> <li>12. Геометрична умова доступності множини.</li> <li>13. Характеристики опуклих досяжних множин.</li> <li>14. Повторюючі ігри з неповною інформацією.</li> </ol>
<b>Підсумковий контроль, форма</b>	Залік в кінці семестру Залік – письмовий
<b>Пререквізити</b>	Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з математичного аналізу, лінійної алгебри, диференціальних рівнянь, теорії ігор, тощо, достатніх для сприйняття категоріального апарату повторюючих ігор.
<b>Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу</b>	Презентації, лекції, дискусії.
<b>Необхідне обладнання</b>	використання програмного забезпечення і операційних систем, комп'ютерне обладнання.

<p><b>Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)</b></p>	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• практичні/самостійні тощо: 10% семестрової оцінки: максимальна кількість балів 10;</li> <li>• контрольні заміри (модулі): 20% семестрової оцінки: максимальна кількість балів 20;</li> <li>• залік: 70% семестрової оцінки: максимальна кількість балів 70.</li> </ul> <p>Загалом – 100 балів.</p> <p><b>Письмові роботи:</b> Очікується, що студенти виконають декілька видів письмових робіт.</p> <p><b>Академічна доброчесність:</b> Очікується, що роботи студентів будуть їхніми оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p><b>Відвідання занять</b> є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції і практичні заняття курсу. Студенти зобов'язані дотримуватися усіх строків, визначених для виконання усіх видів письмових робіт, передбачених курсом.</p> <p><b>Література.</b> Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p><b>Політика виставлення балів.</b> Враховуються бали, набрані на поточному тестуванні, самостійній роботі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях, не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p> <p>Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p>
<p><b>Питання до заліку (чи питання до контрольної роботи)</b></p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Означення та приклади повторюючих ігор.</li> <li>2. T-етап повторюючих ігор.</li> <li>3. Виграші та рівноваги.</li> <li>4. Мінімаксні значення.</li> <li>5. Характеристика множини рівноважних виграшів T-етапу повторюючої гри.</li> <li>6. Доведення теореми Фолька.</li> <li>7. Нескінченно повторювані ігри.</li> <li>8. Повторюючі ігри з дисконтуючим множителем.</li> <li>9. Рівномірна рівновага.</li> <li>10. Повторювані ігри з вектором виграшу: модель та приклади.</li> <li>11. Зв'язки між досяжними та виключаючими множинами.</li> <li>12. Геометрична умова доступності множини.</li> <li>13. Характеристики опуклих досяжних множин.</li> <li>14. Повторюючі ігри з неповною інформацією.</li> </ol>
<p><b>Опитування</b></p>	<p>Анкет-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенні курсу.</p>

## Схема курсу

Тиж.	Тема, план, короткі тези	Форма діяльності (заняття)* *лекція, самостійна, дискусія, групова робота	Література, *** Ресурси в інтернеті	Завдання, год.	Термін виконання
1	Означення та приклади повторюючих ігор	лекція, практична	M. Maschler, E. Solan, S. Zamir. Game Theory — Cambridge University Press, 2013.  Fudenberg D., Tirole J. Game Theory. Cambridge — MIT Press, 1996.  Aumann R.J., Maschler M. Repeated Games with Incomplete Information. Cambridge London: MIT Press, 1995.  Mailath G., Samuelson L. Repeated games and reputations: long-run relationships. New York: Oxford University Press, 2006.	3 год	
2	T-етап повторюючих ігор	лекція, практична		3 год	
3	Виграші та рівноваги	лекція, практична		3 год	
4	Мінімаксні значення	лекція, практична		3 год	
5	Характеристика множини рівноважних виграшів T-етапу повторюючої гри	лекція, практична		3 год	
6	Доведення теореми Фолька	лекція, практична		3 год	
7	Нескінченно повторювані ігри	лекція, практична		3 год	
8	Нескінченно повторювані ігри: пошук рівноваги	лекція, практична		3 год	
9	Повторюючі ігри з дисконтуючим множителем	лекція, практична		3 год	
10	Рівномірна рівновага	лекція, практична		3 год	
11	Повторювані ігри з вектором виграшу: модель та приклади	лекція, практична		3 год	
12	Зв'язки між досяжними та виключаючими множинами	лекція, практична		3 год	
13	Геометрична умова доступності множини	лекція, практична		3 год	
14	Парадокс Браеса	лекція, практична		3 год	
15	Характеристики опуклих досяжних множин	лекція, практична		3 год	
16	Повторюючі ігри з неповною інформацією	лекція, практична		3 год	