

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Львівський національний університет імені Івана Франка**  
**Механіко-математичний факультет**  
**Кафедра алгебри, топології та основ математики**



**Затверджено**  
на засіданні кафедри алгебри,  
топології та основ математики  
механіко-математичного факультету  
Львівського національного  
університету імені Івана Франка  
(протокол № 1 від 29 серпня 2022 р.)

Завідувач кафедри алгебри,  
топології та основ математики

---

проф. Банах Т. О.

**Силабус з навчальної дисципліни**  
**«АЛГОРИТМИ КОМУТАТИВНОЇ АЛГЕБРИ»,**  
**що викладається в межах ОПП «Комп'ютерна алгебра,**  
**криптологія та теорія ігор»**  
**першого (бакалаврського) рівня вищої освіти**  
**для здобувачів зі спеціальності 111 – Математика**

Назва дисципліни	Алгоритми комутативної алгебри
Адреса викладання дисципліни	Львівський національний університет імені Івана Франка, механіко-математичний факультет, м. Львів, вул. Університетська, 1, 79000
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Механіко-математичний факультет, кафедра алгебри, топології та основ математики
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	Галузь знань: 11 Математика та статистика, Спеціальність: 111 Математика
Викладачі дисципліни	Мельник Іванна Орестівна, кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри алгебри, топології та основ математики
Контактна інформація викладачів	e-mail: <a href="mailto:ivanna.melnyk@lnu.edu.ua">ivanna.melnyk@lnu.edu.ua</a> , <a href="https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/melnyk-i-o">https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/melnyk-i-o</a> м. Львів, вул. Університетська, 1, ауд. 375 Роб. тел. (032) 239 41 72
Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються	Консультації в день проведення лекцій або практичних занять (за попередньою домовленістю) за адресою: м. Львів, вул. Університетська 1, ауд. 375. Можливі консультації онлайн на платформі Zoom або Microsoft Teams (за попередньою домовленістю). Для погодження часу консультацій слід писати на електронну пошту викладача.
Сторінка дисципліни	<a href="https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/alhorytmy-komutatyvnoi-alheby-opp-komp-iuterna-alhebra-kryptolohiia-ta-teoriia-ihor">https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/alhorytmy-komutatyvnoi-alheby-opp-komp-iuterna-alhebra-kryptolohiia-ta-teoriia-ihor</a> <a href="https://e-learning.lnu.edu.ua/course/view.php?id=5436">https://e-learning.lnu.edu.ua/course/view.php?id=5436</a>
Інформація про дисципліну	Дисципліна «Алгоритми комутативної алгебри» є вибірковою навчальною дисципліною зі спеціальності 111 «Математика» для освітньої програми «Комп'ютерна алгебра, криптологія та теорія ігор» першого (бакалаврського) рівня вищої освіти, яка викладається в шостому семестрі в обсязі 5 кредитів (за Європейською кредитно-трансферною системою ECTS).
Коротка анотація дисципліни	Дисципліна «Алгоритми комутативної алгебри» поглиблює знання студентів про властивості комутативних кілець і пов'язаних з ними об'єктів (модулів, ідеалів тощо), а також ознайомлює із застосуваннями комутативної алгебри. Курс має на меті розширити знання студентів з алгебри та допомогти їм здобути практичні навички в застосуванні алгебраїчних методів та їх комп'ютерній реалізації.
Мета та цілі дисципліни	<u>Метою</u> вивчення дисципліни «Алгоритми комутативної алгебри» є ознайомлення студентів з основними поняттями, сучасними методами, теоретичними положеннями та застосуваннями комутативної алгебри, зокрема в алгебраїчній геометрії та криптології.  <u>Завдання</u> дисципліни: поглибити знання з теорії комутативних кілець, ознайомитись з теорією модулів, вивчити алгоритми розв'язування деяких алгебраїчних задач, застосування комутативної алгебри в інших областях, таких як криптографія, комп'ютерна графіка, тощо.
Література для вивчення дисципліни	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Atiyah M., Macdonald I. Introduction to commutative algebra. – CRC Press, 2019. – 139 p.</li> <li>2. Cox D., Little J. O'Shea D. Ideals, Varieties, and Algorithms. An Introduction to Computational Algebraic Geometry and Commutative</li> </ol>

	<p>Algebra. – Springer, 2016. – 646 p.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>3. <i>Eisenbud D.</i> Commutative Algebra: with a View Toward Algebraic Geometry. – Springer, 1995. – 816 p.</li> <li>4. <i>Lang S.</i> Algebra. – Springer New York, NY, 2012. – 918 p.</li> <li>5. <i>Дрозд Ю. А.</i> Вступ до алгебричної геометрії. – Львів: ВНТЛ – Класика, 2004. – 115 с.</li> <li>6. <i>Дрозд Ю. А.</i> Алгебрична геометрія і її застосування. Курс лекцій. – Київський університет імені Тараса Шевченка, 2001. – 40 с.</li> <li>7. <i>Artin M.</i> Algebraic Geometry. – American Mathematical Society, 2022. – 318 p.</li> <li>8. <i>Fulton W.</i> Algebraic Curves. An Introduction to Algebraic Geometry. – 2008. – 129 p.</li> <li>9. <i>Hartshorne R.</i> Algebraic Geometry. – Springer New York, NY, 2013. – 496 p.</li> </ol>
Обсяг дисципліни	<p><b>Загальний обсяг:</b> 150 годин.</p> <p>Всього аудиторних занять: 48 годин. З них 32 години лекцій, 16 годин практичних занять.</p> <p>Самостійна робота: 102 години. Кредитів: 5.</p>
Очікувані результати навчання	<p>Після завершення курсу «Алгоритми комутативної алгебри» студент повинен:</p> <p><b>Знати:</b> основні поняття, методи та застосування комутативної алгебри, зокрема комутативне кільце, підкільце, ідеал, поле, тіло, фактор-кільце, модуль, підмодуль, фактор-модуль; гомоморфізми кілець і модулів, радикал кільця, умови скінченності для модулів, кільця з умовами мінімальності та максимальності, простий ідеал, нетерове кільце, локальне кільце, радикальний ідеал, локалізація, спектр комутативного кільця, топологія Зариського, нетеровий модуль, многовид, відповідність ідеал – многовид.</p> <p><b>Вміти:</b> перевіряти, чи вказана множина є кільцем відносно заданих операцій; для певних кілець знаходити їх ідеали, прості і максимальні ідеали, ідемпотенти, радикали певних ідеалів, розклади кілець в пряму суму ідеалів; знаходити радикал Джекобсона, нільрадикал кільця; шукати ідеал (головний ідеал) многовиду; встановлювати радикальність, простоту, максимальність ідеалу.</p> <p>У результаті вивчення навчальної дисципліни відповідно до освітньої програми формуються <b>програми компетентності</b>.</p> <p><b>Інтегральна компетентність</b></p> <p>Здатність розв'язувати складні спеціалізовані практичні завдання в галузі середньої освіти, що передбачає застосування концептуальних методів освітніх наук, знань з математики, педагогіки, психології, теорії та методики навчання математики і характеризується комплексністю та невизначеністю умов організації освітнього процесу в закладах загальної середньої освіти.</p> <p><b>Загальні компетентності</b></p> <p><b>ЗК-1.</b> Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.</p> <p><b>ЗК-2.</b> Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.</p> <p><b>ЗК-3.</b> Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності.</p> <p><b>ЗК-7.</b> Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями.</p> <p><b>ЗК-8.</b> Здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел.</p> <p><b>ЗК-12.</b> Здатність працювати автономно.</p> <p><b>ЗК-13.</b> Визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов'язків.</p> <p><b>Фахові компетентності спеціальності</b></p> <p><b>СК-1.</b> Здатність формулювати проблеми математично та в символній</p>

	<p>формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання.</p> <p><b>СК-2.</b> Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі.</p> <p><b>СК-3.</b> Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок.</p> <p><b>СК-4.</b> Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганних.</p> <p><b>СК-9.</b> Здатність застосовувати спеціалізовані мови програмування та пакети прикладних програм;</p> <p><b>СК-11.</b> Здатність зрозуміти постановку завдання, сформульовану мовою певної предметної галузі.</p> <p style="text-align: center;"><b>Програмні результати навчання</b></p> <p><b>РН-1.</b> Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці.</p> <p><b>РН-3.</b> Знати принципи <i>modus ponens</i> (правило виведення логічних висловлювань) та <i>modus tollens</i> (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень;</p> <p><b>РН-4.</b> Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми;</p> <p><b>РН-5.</b> Мати навички використання спеціалізованих програмних засобів комп'ютерної та прикладної математики і використовувати інтернет-ресурси;</p> <p><b>РН-7.</b> Пояснювати математичні концепції мовою, зрозумілою для нефаківців у галузі математики.</p> <p><b>РН-10.</b> Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями.</p> <p><b>РН-11.</b> Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей.</p> <p><b>РН-12.</b> Відшуковувати потрібну науково-технічну інформацію у науковій літературі, базах даних та інших джерелах інформації.</p> <p><b>РН-15.</b> Знати теоретичні основи і застосовувати алгебраїчні методи для вивчення математичних структур.</p> <p><b>РН-23.</b> Знати основи кодування, захисту інформації та захисту даних і застосовувати алгоритми комп'ютерної алгебри та методи криптології.</p>
Ключові слова	Афінний алгебраїчний многовид, радикальний ідеал, проєктивний многовид, еліптична крива. комутативне кільце, підкільце, ідеал, фактор-кільце, модуль, підмодуль, фактор-модуль; гомоморфізм, радикал кільця, простий ідеал, нетерове кільце, локальне кільце, радикальний ідеал, локалізація, спектр комутативного кільця, нетеровий модуль.
Формат дисципліни	Очний
Теми	Перелік тем подано в додатку у формі схеми курсу.
Підсумковий	Залік.

контроль, форма	Залік виставляється за результатами навчальної діяльності студентами протягом семестру.																								
Пререквізити	Для вивчення дисципліни студенти потребують знань з лінійної алгебри, абстрактної алгебри, топології.																								
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання дисципліни	Лекції, виконання практичних завдань, консультації.																								
Необхідне обладнання	Дошка, крейда, навчальні посібники, мультимедійний проектор, комп'ютер, доступ до мережі «Інтернет», доступ до платформ Microsoft Teams, Zoom, Telegram, електронна пошта.																								
Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)	<p>Результати навчальної діяльності студентів в семестрі оцінюються за 100-бальною шкалою.</p> <p><b>Письмові роботи:</b> Очікується, що студенти протягом семестру виконають одну контрольну роботу, два колоквиуми та одне індивідуальне завдання. Варіант контрольної роботи включає в себе задачі різних типів та рівнів складності. Колоквиум передбачає виконання тестових теоретичних завдань та надання розгорнутих відповідей на теоретичні питання з доведеннями теорем.</p> <p>Бали нараховуються за таким співвідношенням:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>робота під час практичних занять (7 занять): 7% семестрової оцінки; максимальна кількість балів – 7; участь в кожному практичному занятті оцінюється в 1 бал.</li> <li>одна контрольна роботи (практична частина курсу): 20% семестрової оцінки; максимальна кількість балів – 20.</li> <li>2 колоквиуми (теоретична частина курсу) по 20 балів кожний: 40% семестрової оцінки; максимальна кількість балів – 40; 20 x2=40.</li> <li>одне індивідуальне завдання – 33% семестрової оцінки; максимальна кількість балів – 33.</li> </ul> <p>Залік виставляється на останньому занятті за результатами набраних балів. Підсумкова максимальна кількість балів – 100.</p> <p>Порядок вивчення та оцінювання дисципліни доводиться до відома студентів протягом семестру. Успішність навчання студентів оцінюється за шкалою «зараховано»/ «не зараховано».</p> <p style="text-align: center;"><b>Шкала оцінювання: Університету , національна та ECTS</b></p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Оцінка в балах</th> <th rowspan="2">Оцінка ECTS</th> <th colspan="2">За національною шкалою</th> </tr> <tr> <th>Екзаменаційна оцінка, оцінка з диференційованого заліку</th> <th>Залік</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>90 – 100</td> <td>A</td> <td>Відмінно</td> <td rowspan="5">Зараховано</td> </tr> <tr> <td>81-89</td> <td>B</td> <td rowspan="2">Добре</td> </tr> <tr> <td>71-80</td> <td>C</td> </tr> <tr> <td>61-70</td> <td>D</td> <td rowspan="2">Задовільно</td> </tr> <tr> <td>51-60</td> <td>E</td> </tr> <tr> <td>0-50</td> <td>F/FX</td> <td>Незадовільно з можливістю</td> <td>Не зараховано можливістю повторного</td> </tr> </tbody> </table>	Оцінка в балах	Оцінка ECTS	За національною шкалою		Екзаменаційна оцінка, оцінка з диференційованого заліку	Залік	90 – 100	A	Відмінно	Зараховано	81-89	B	Добре	71-80	C	61-70	D	Задовільно	51-60	E	0-50	F/FX	Незадовільно з можливістю	Не зараховано можливістю повторного
Оцінка в балах	Оцінка ECTS			За національною шкалою																					
		Екзаменаційна оцінка, оцінка з диференційованого заліку	Залік																						
90 – 100	A	Відмінно	Зараховано																						
81-89	B	Добре																							
71-80	C																								
61-70	D	Задовільно																							
51-60	E																								
0-50	F/FX	Незадовільно з можливістю	Не зараховано можливістю повторного																						

		повторного складання	складання
	<p>Бали в діапазоні 90–100 означають, що студент виявив всебічні, систематизовані, глибокі знання програмного матеріалу, уміння вільно виконувати завдання передбачені програмою. Знання основної і ознайомлення з додатковою літературою, передбачених програмою на рівні творчого використання.</p> <p>Бали в діапазоні 71–89 означають, що студент виявив загалом добрі знання навчального матеріалу, але допустив ряд помітних помилок, показав систематичний характер знань з дисципліни, здатний їх використовувати та поповнювати в процесі подальшого навчання.</p> <p>Бали в діапазоні 61–70 означають, що студент виявив знання основного навчального матеріалу, справився з виконанням завдань, передбачених програмою, ознайомився з основою літературою, рекомендованою програмою, допустив значну кількість помилок у відповідях на запитання, тестуванні, при виконанні завдань.</p> <p>Бали в діапазоні 51–60 свідчать про значні недоліки в знаннях основного навчального матеріалу, про принципові помилки при виконанні передбачених програмою завдань.</p> <p>Бали в діапазоні 1–50 означають, що студент не мав знань зі значної частини матеріалу, допускав принципові помилки при виконанні більшості передбачених програмою завдань, неспроможний самостійно засвоїти програмний матеріал і потребує повторного вивчення дисципліни.</p>		
Політика курсу	<p><b>Академічна доброчесність.</b> Очікується, що студенти виконуватимуть навчальні завдання, завдання поточного та підсумкового контролю самостійно, не користуються недозволеними засобами, не видають за свої результати роботи інших людей. При використанні чужих ідей і тверджень у власних роботах посилаються на використані джерела інформації. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману. Жодні форми недоброчесності не толеруються.</p> <p><b>Відвідування занять</b> є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та практичні заняття дисципліни. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. За згодою декана та викладача дозволяється перейти на індивідуальний графік занять. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів виконання усіх передбачених видів робіт.</p> <p><b>Література.</b> Література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, може бути надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p><b>Політика виставлення балів.</b> Враховуються бали поточного та підсумкового контролю, а також самостійної роботи. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p>		
Опитування	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано після завершення курсу.		



## ДОДАТОК

### Схема курсу

Тиж- день, год.	Тема, план, короткі тези	Форма діяльності (заняття)* *лекція, самостійна, дискусія, групова робота)	Література. Ресурси в Інтернеті	Завдання, год.	Термін виконан- ня
1	2	3	4	5	6
Перший тиждень, 2 год.	<b>Тема 1. Комутативні кільця та їх ідеали</b> Кільця. Ідеали. Фактор-кільця, гомоморфізми кілець. Дії над ідеалами: перетин, сума, добуток, степінь, частка. Анулятор ідеалу. Комаксимальні ідеали. Прості і максимальні ідеали комутативного кільця. Спектр комутативного кільця. Топологія Зариського	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Опрацювати рекомендовану літературу, 4 год.	Один тиждень
Другий тиждень, 4 год.	<b>Тема 1. Комутативні кільця та їх ідеали</b> Радикал ідеалу. Радикальні ідеали. Первинний розклад радикального ідеалу.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Опрацювати рекомендовану літературу, 4 год.	Один тиждень
	<b>Тема 1. Комутативні кільця та їх ідеали</b> Дії над ідеалами. Анулятор ідеалу. Прості і максимальні ідеали комутативного кільця.	Практичне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Виконати домашнє завдання, 4 год.	До нас- тупного заняття
Третій тиждень, 2 год.	<b>Тема 1. Комутативні кільця та їх ідеали</b> Нільрадикал. Радикал Джекобсона. Розширення і звуження ідеалів.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Опрацювати рекомендовану літературу, 4 год.	Один тиждень
Четвер- тий тиждень, 4 год.	<b>Тема 1. Комутативні кільця та їх ідеали</b> Локальні кільця, локалізація кільця за первинним ідеалом.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Опрацювати рекомендовану літературу, 4 год.	Один тиждень
	<b>Тема 1. Комутативні кільця та їх ідеали</b> Радикальні ідеали. Обчислення радикалів ідеалів кільця многочленів. Локалізація кільця за первинним ідеалом.	Практичне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Виконати домашнє завдання, 4 год.	До нас- тупного заняття
П'ятий тиждень, 2 год.	<b>Тема 2. Модулі над комутативними кільцями</b> Модулі та підмодулі. Фактор-модулі. Гомоморфізми модулів. Дії над підмодулями: перетин, сума, добуток, степінь, частка. Анулятор модуля, підмодуля.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Опрацювати рекомендовану літературу, 4 год.	Один тиждень
Шостий тиждень, 4 год.	<b>Тема 2. Модулі над комутативними кільцями</b> Пряма сума і прямий добуток. Вільні модулі. Скінченно породжені модулі. Лема Накаями.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Опрацювати рекомендовану літературу, 4 год.	Один тиждень
	<b>Тема 2. Модулі над комутативними кільцями</b> Дії над підмодулями: перетин, сума,	Практичне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Виконати домашнє завдання, 4 год.	До нас- тупного заняття

	добуток, степінь, частка. Анулятор модуля, підмодуля.				
Сьомий тиждень, 2 год.	<b>Тема 3. Кільця і модулі часток</b> Кільця часток комутативних кілець. Модулі часток комутативних кілець. Ідеали кільця часток. Локалізації. Розширені і звужені ідеали кільця часток.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Опрацювати рекомендовану літературу, 4 год.	Один тиждень
Восьмий тиждень, 4 год.	<b>Тема 4. Примарні розклади. Ціла залежність</b> Примарні розклади ідеалів комутативних кілець. Ціла залежність. Цілі розширення кілець, їх властивості. Цілозамкнені області. Дедекіндові кільця. Група ідеалів та група класів ідеалів	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Виконати домашнє завдання, 4 год.	Один тиждень
	<b>Тема 3. Кільця і модулі часток. Тема 4. Примарні розклади. Ціла залежність</b> Кільця і модулі часток. Ідеали кільця часток. Локалізації. Примарні розклади ідеалів комутативних кілець.	Практичне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Виконати домашнє завдання, 4 год.	До наступного заняття
Дев'ятий тиждень, 2 год.	<b>Тема 5. Нетерові та артінові кільця та модулі</b> Нетерові кільця та модулі. Теорема Гільберта про базу. Існування тіла часток нетерової (некомутативної) області. Артінові кільця. Радикал. Напівпрості кільця. Теорема Веддерберна-Артіна про будову напівпростих артінових кілець. Нільпотентність радикала артінова кільця.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Опрацювати рекомендовану літературу. Підготуватися до контролю знань, 8 год.	Один тиждень
Десятий тиждень, 4 год.	Колоквіум №1	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	працювати рекомендовану літературу, 4 год.	Один тиждень
	<b>Тема 5. Нетерові та артінові кільця та модулі</b> Нетерові кільця та модулі. Артінові кільця. Радикал.	Практичне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Виконати домашнє завдання, 4 год.	До наступного заняття
Одинадцятий тиждень, 2 год.	<b>Тема 6. Афінні многовиди</b> Системи алгебричних рівнянь у афінному просторі. Афінні алгебричні многовиди. Теорема Гільберта про нулі. Топологія Зариського. Регулярні відображення афінних алгебричних многовидів.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Опрацювати рекомендовану літературу, 4 год.	Один тиждень
Дванадцятий тиждень, 4 год.	<b>Тема 6. Афінні многовиди</b> Розклад многовида на незвідні компоненти. Розмірність афінного многовиду. Теорема Гільберта про базу.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Опрацювати рекомендовану літературу, 4 год.	Один тиждень
	<b>Тема 6. Афінні многовиди</b> Афінні алгебричні многовиди. Розклад многовида на незвідні компоненти. Розмірність афінного многовиду.	Практичне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Виконати домашнє завдання, 4 год.	До наступного заняття
Тринадцятий тиждень, 2 год.	<b>Тема 6. Афінні многовиди</b> Теорема Гільберта про нулі. Незвідні многовиди. Розклад многовида на незвідні компоненти. Розмірність афінного многовиду, її властивості. Бази Гробнера.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Опрацювати рекомендовану літературу, 4 год.	Один тиждень



Чотирнадцятий тиждень, 4 год.	<b>Тема 7. Проективні та абстрактні многовиди</b> Проективні многовиди. Проективна теорема Гільберта про нулі. Абстрактні алгебраїчні многовиди. Добутки многовидів. Незвідні многовиди. Розклад многовида на незвідні компоненти.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Опрацювати рекомендовану літературу, 4 год.	Один тиждень
	<b>Тема 7. Проективні та абстрактні многовиди</b> Проективні многовиди. Проективна теорема Гільберта про нулі. Абстрактні алгебраїчні многовиди. Добутки многовидів. Незвідні многовиди. Розклад многовида на незвідні компоненти. Бази Гробнера.	Практичне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Виконати домашнє завдання. Підготуватися до контролю знань. Виконати індивідуальне завдання, 14 год.	До наступного заняття
П'ятнадцятий тиждень, 2 год.	<b>Тема 7. Проективні та абстрактні многовиди</b> Еліптичні криві. Застосування еліптичних кривих. НСД. Алгоритм Евкліда в кільці многочленів від одної змінної над полем. Бази Гробнера.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Опрацювати рекомендовану літературу. Підготуватися до контролю знань, 8 год.	Один тиждень
Шістнадцятий тиждень, 4 год.	Колоквіум №2	Лекція, 2 год.			
	Контрольна робота №1	Практичне заняття, 2 год.			
Разом		32 год. лекцій, 16 год. практичних занять		102 год. самостійної роботи	