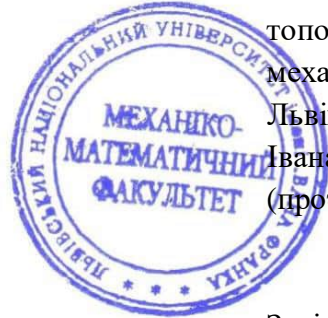


**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Львівський національний університет імені Івана Франка**  
**Механіко-математичний факультет**  
**Кафедра кафедри алгебри, топології та основ математики**

**Затверджено**

На засіданні кафедри алгебри,  
топології та основ математики  
механіко-математичного факультету  
Львівського національного університету імені  
Івана Франка  
(протокол № 1 від 29.08. 2022 р.)



Завідувач кафедри проф. Т.О. Банах

**Силабус з навчальної дисципліни**  
**“Диференціальна геометрія”,**  
**що викладається в межах ОПП «Комп’ютерна алгебра,**  
**криптологія та теорія ігор»**  
**першого (бакалаврського) рівня вищої освіти**  
**для здобувачів зі спеціальності 111 – Математика**

Львів 2022 р.

<b>Назва дисципліни</b>	Диференціальна геометрія
<b>Адреса викладання дисципліни</b>	м. Львів, вул. Університетська, 1
<b>Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна</b>	Механіко-математичний факультет Кафедра алгебри, топології та основ математики
<b>Галузь знань, шифр та назва спеціальності</b>	Галузь знань: 11 Математика та статистика, Спеціальність: 111 Математика
<b>Викладачі дисципліни</b>	Гуран Ігор Йосипович, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри алгебри, топології та основ математики
<b>Контактна інформація викладачів</b>	<a href="mailto:ihor.huran@lnu.edu.ua">ihor.huran@lnu.edu.ua</a> <a href="https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/huran-ihor-josypovych">https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/huran-ihor-josypovych</a> м. Львів, вул. Університетська, 1, ауд. 374; тел. 0322394218
<b>Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються</b>	Консультації в день проведення лекцій/практичних занять (за попередньою домовленістю) за адресою: м. Львів, вул. Університетська, 1, ауд. 374. Також можливі он-лайн консультації на платформі Teams. Для погодження часу консультації слід писати на електронну пошту викладача.
<b>Сторінка дисципліни</b>	<a href="https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/dyferentsialna-heometriia-opp-komp-iuterna-algebra-kryptolohiia-ta-teoriia-ihor">https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/dyferentsialna-heometriia-opp-komp-iuterna-algebra-kryptolohiia-ta-teoriia-ihor</a>
<b>Інформація про дисципліну</b>	Дисципліна “Диференціальна геометрія” є вибірковою навчальною дисципліною циклу професійної і практичної підготовки з спеціальності 111 Математика для освітньої програми “Комп’ютерна алгебра, криптологія та теорія ігор”, яка викладається у 4-му семестрі в обсязі 5 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
<b>Коротка анотація дисципліни</b>	Навчальну дисципліну розроблено таким чином, щоб надати учасникам необхідні знання, обов'язкові для того, щоб ознайомити студентів з історичними відомостями про виникнення та розвиток диференціальної геометрії. Сформулювати вміння та навички розв'язувати практичні завдання та задачі з використанням отриманих теоретичних знань. Розвивати логічне і творче мислення, розширити науковий світогляд студентів.
<b>Мета та цілі дисципліни</b>	Надати основні теоретичні відомості та сформулювати практичні навички з курсу «Диференціальна геометрія», який складає невід'ємну частину загально математичної освіти майбутнього математика; озброїти студентів конкретними знаннями та вміннями, які можна застосувати на практиці.
<b>Література для вивчення дисципліни</b>	1. Гуран І.Й, Зарічний М.М., Диференціальна геометрія і топологія. – К. НВК ВО, 1991. 2. Борисенко О.А. Диференціальна геометрія і топологія. – Х. Основа, 1995. 3. Бокало Б.М., Гуран І.Й., Зарічний М.М. Збірник задач з курсу диференціальної геометрії і топології. – К. ІСФО, 1994. 4. Пришляк О. Диференціальна геометрія. – К. Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2004. – 68 с.

	<p>5. Кованцов М. І. Диференціальна геометрія. – К. Вища школа, 1973. – 68с.</p> <p>6. Kobayashi, S., Nomiru.: Foundations of Differential Geometry, vols. I, II Wiely Classics Library Wiely, New Yourk, - 1996.</p> <p>7. Величко І.Г., Гургенідзе М.О., Стеганцева П.Г. Диференціальна геометрія кривих та поверхонь: Навчально-методичний посібник до індивідуальної та самостійної роботи для студентів II курсу математичного факультету. – Запоріжжя: ЗНУ, 2009. – 76с.</p> <p>8. Кованцов Н. И., Заржевская Г.М., Кочаровский В. Г. Диференціальна геометрія, топологія, тензорний аналіз. Сбірник задач. – Київ; Вища школа. 1982. – 376с.</p> <p>9. Taha Sochi. Introduction to Differential Geometry of Space Curves and Surfaces. Kindle Edition, Great spase, 2017. – 197p.</p> <p>10. Kristopher Tapp. Differential Geometry of Curves and Surfaces. Springer, Undergraduate Texts in Mathematics. 2016 – 374p.</p> <p>11. А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір - Геометрія 9 клас. – Харків, «Гімназія», 2021.</p> <p>12. А.П. Єршова, В.В. Голобородько, О.Ф. Крижановський, С.В. Єршов – Геометрія 10 клас, Ранок, 2018.</p> <p>13. М. І. Бурда, Н. А. Тарасенкова, І. М. Богатирьова, О. М. Коломієць, З.О. Сердюк – Геометрія 11 клас. – Київ, Оріон, 2019.</p> <p>14. А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, В. Б. Полонський, М. С. Якір – Геометрія 10 клас. – Харків, Гімназія, 2018.</p> <p>15. А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, В. Б. Полонський – Геометрія 11 клас. – Харків, Гімназія, 2019.</p> <p>16. І. Й. Гуран, О. В. Гутік – Методичка з теорії кривих і поверхонь.</p> <p style="text-align: center;"><b>ДОПОМІЖНА</b></p> <p>17. Никифорчин О.Р.: Елементи загальної топології. Івано-Франківськ – 2015 – 240с.</p> <p>18. Helgason S: Differential Geometry, Lie Groups, and Symmetric Space. Graduate Studies in Mathematiks. vol. 34. A. Math. Soc. Providewe 2012.</p> <p>19. Pedro M. G., Masque J.M., Mykytyuk I.V. Analysis and Algebra on Differentiable Manifolds. A Workbook for Students and Teachers. – Springer , 2<sup>nd</sup> ed. – 2013 – 644 p.</p> <p>20. Vanakh T., Guran I., Ravsky A. Manifolds Admitting a Continuous Cancellative Binary Operation are Orientable //Journal of Lie Theory. – V. 16 (2016). – P. 1177-1185.</p> <p>21. Igor Guran, Yaroslav Prytula: Sala Weinlös, the first female doctor of philosophy in Mathematics in Lviv university: Current Research in Mathematical and Computer Sciences // Publisher UWM, Olsztyn, 2018 pp. 27 – 39.</p>
<b>Обсяг курсу</b>	Загальний обсяг: 150 год., з них – 32 год., лекцій, 32 год. практичних занять. Самостійна робота: 86 год.
<b>Очікувані результати навчання</b>	<p>У результаті вивчення курсу «Диференціальна геометрія» відповідно до освітньої програми формуються <b>програмні компетентності:</b></p> <p><b>Загальні компетентності:</b></p> <p><b>ЗК 1:</b> Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;</p> <p><b>ЗК 2:</b> Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях;</p> <p><b>ЗК 3:</b> Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності;</p>

	<p><b>ЗК 7:</b> Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями;</p> <p><b>ЗК 9:</b> Здатність приймати обґрунтовані рішення;</p> <p><b>Фахові компетентності спеціальності:</b></p> <p><b>СК-1:</b> Здатність формулювати проблеми математично та в символній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв’язання;</p> <p><b>СК-2:</b> Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв’язання тієї самої задачі;</p> <p><b>СК-3:</b> Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізнити основні ідеї від деталей технічних викладок;</p> <p><b>СК-4:</b> Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізнити правдоподібні аргументи від формально бездоганних;</p> <p><b>СК-6:</b> Здатність розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем;</p> <p><b>СК-8:</b> Здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів;</p> <p><b>Програмні результати навчання:</b></p> <p><b>РН-1:</b> Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці;</p> <p><b>РН-3:</b> Знати принципи <i>modus ponens</i> (правило виведення логічних висловлювань) та <i>modus tollens</i> (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень;</p> <p><b>РН-4:</b> Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми;</p> <p><b>РН-7:</b> Пояснювати математичні концепції мовою, зрозумілою для нефахівців у галузі математики;</p> <p><b>РН-10:</b> Розв’язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об’єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями;</p> <p><b>РН-11:</b> Розв’язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей;</p> <p><b>РН-14:</b> Знати теоретичні основи і застосовувати методи аналітичної та диференціальної геометрії для розв’язування професійних задач.</p>
<b>Ключові слова</b>	Вектор-функція, гладка крива, кривина, скрут, гладка поверхня, перша квадратична форма, друга квадратична форма, тензор кривини, геодезійні.
<b>Формат курсу</b>	Очний.
<b>Теми</b>	Перелік тем подано в додатку у формі схеми курсу.
<b>Підсумковий контроль, форма</b>	Залік в кінці семестру в письмовій формі.

<b>Пререквізити</b>	Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з лінійної алгебри, математичного аналізу, аналітичної геометрії, топології, елементарної математики в обсязі програми загальноосвітньої школи, диференціальних рівнянь.
<b>Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу</b>	Лекції, презентації, спільні розробки, робота у групах, дискусія, підготовка індивідуальних завдань.
<b>Необхідне обладнання</b>	Дошка, комп'ютер, проектор, доступ до Internet мережі. Для вивчення курсу достатньо володіти загально вживаними програми такими як Microsoft Office Word, Microsoft Office, Excel, Microsoft Teams.
<b>Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)</b>	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• робота під час практичних занять: 10% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 10.</li> <li>• підготовка індивідуальних завдань: 40% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 40.</li> <li>• залік: 50% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 50.</li> </ul> <p>Підсумкова максимальна кількість балів – 100.</p> <p>Залік проходить у письмовій формі. У кожному білеті міститься по два теоретичних питання із теорії кривих і поверхонь, а також набір задач, вибраних зі шкільного поглибленого курсу математики. Оцінка за семестр у випадку складання заліку є сумою балів поточного контролю та балів, отриманих під час заліку.</p> <p><b>Письмові роботи:</b> Очікується, що студенти протягом семестру виконають індивідуальні завдання. Варіант ІЗ включає в собі розробку диференційованих завдань по темах шкільного курсу, написання конспектів уроків, проведення уроків.</p> <p><b>Академічна доброчесність:</b> Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману. Жодні форми недоброчесності не толеруються.</p> <p><b>Відвідання занять</b> є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та практичні заняття курсу. Студенти</p>

	<p>повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів письмових робіт та індивідуальних завдань, передбачених курсом.</p> <p><b>Література.</b> Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p><b>Політика виставлення балів.</b> Враховуються бали набрані при поточному тестуванні, самостійній роботі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p>
<p><b>Питання до заліку</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Основні властивості вектор-функції скалярного аргументу. Довести лему про похідну вектор-функції постійного модуля</li> <li>• Параметричні, загальні і векторні рівняння ліній</li> <li>• Довести теорему про дотичну до кривої</li> <li>• Вивести рівняння дотичної і нормальної площин до гладкої кривої</li> <li>• Поняття стичної площини до кривої та вивести її рівняння</li> <li>• Вивести рівняння головної нормалі і бінормалі</li> <li>• Поняття довжини дуги кривої і вивести формулу для її визначення</li> <li>• Поняття натурального параметра. Довести теорему про натуральну параметризацію довільної регулярної кривої</li> <li>• Кривина кривої, радіус кривини кривої</li> <li>• Поняття про скрут просторової кривої</li> <li>• Вивести формулу Френе</li> <li>• Вивести формулу кривини та скруту при довільній параметризації кривої</li> <li>• Довести основну теорему для просторових і плоских кривих. Натуральні рівняння кривої</li> <li>• Поняття гладкої параметризованої поверхні. Локальна еквівалентність різних форм поверхні: явне, неявне, параметричне задання поверхні</li> <li>• Координатні лінії на поверхні. Дотична площина та нормаль до поверхні</li> <li>• Перша квадратична форма поверхні та її обчислення</li> <li>• Елементи внутрішньої геометрії: довжина дуги кривої на поверхні, кут між кривими на поверхні, площа поверхні</li> <li>• Друга квадратична форма поверхні та формули для її обчислення.</li> <li>• Нормальні та похилі перерізи</li> <li>• Гауссова та середня кривини поверхні</li> <li>• Головні кривини поверхні. Індикатриса Дюпена</li> <li>• Класифікація точок поверхні</li> <li>• Дериваційні формули Вейнгартена-Гаусса</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Довести теорему Гаусса</li> <li>• Геодезійні криві на поверхні. Обчислення геодезійної кривини</li> <li>• Геодезійні криві на сфері, циліндрі, конусі</li> <li>• Геодезійні на поверхнях обертання</li> <li>• Геодезійні та їх екстремальні властивості</li> </ul>
<b>Опитування</b>	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.

### Схема курсу

Тиж день, год.	Тема, план, короткі тези	Форма діяльності ((заняття)*  *лекція, самостійна, дискусія, групова робота)	Література  (Ресурси в інтернеті)	Завдання,  год.	Термін виконан ня
Пер ший, 2 год.	<b>Вступ до диференціальної геометрії. Векторна функція скалярного аргументу. Поняття кривої (лінії) в евклідовому просторі</b>	лекція	[1, 2, 5, 8, 12, 14]	Про виникнення і розвиток диференціальної геометрії. Поняття кривої: проста плоска крива, плоскі криві, що задаються параметрично, просторові криві, крива як годограф вектор-функції. Гладкі криві. Розширення поняття функції в шкільному курсі.  (2 год.)	Один тиждень  2 год.
Дру гий, 2 год.	<b>Дотична, нормальна і стична площини до кривої.</b>	лекція	[1, 2, 4, 5, 8, 14]	Теорема про дотичну до кривої. Визначення рівняння: дотичної, нормальної	Один тиждень  2 год.

	<b>Головна нормаль і бінормаль.</b>			площини до кривої, а також стичної площини, головної нормалі і бінормалі. Узагальнення поняття дотичної до кулі, циліндра шкільного курсу геометрії.  (2 год.)	
Перший, Другий, 4 год.	<b>Тема 2. Похідні вектор-функції та їх обчислення. Обчислення дотичної, нормалі та бінормалі.</b>	практичне	[3, 7, 8, 12, 13, 16]	Знаходження рівнянь дотичної, нормальної площини до кривої. Рівняння дотичної та нормалі до кривої при різних заданнях кривої. Розширення поняття дотичної до кривої, яка є графіком функції у шкільному курсі математики.  (4 год.)	Два тижні 4 год.
Третій, 2 год.	<b>Довжина дуги кривої. Натуральний параметр.</b>	лекція	[1, 2, 5, 8]	Означення довжини дуги і виведення формули для її знаходження. Натуральна параметризація. Перехід до натурального параметра. Узагальнення поняття довжини дуги кола. Число $\pi$ .  (2 год.)	Один тиждень 2 год.
Третій, 2 год.	<b>Обчислення довжини дуги кривої для різних параметризацій. Перехід до натурального</b>	практичне	[3, 4, 7, 8, 12, 14]	Застосування формул для обчислення довжини кривої. Знаходження довжини кривої при заданні кривої у неявній формі.	Один тиждень 2 год.



	<b>параметра.</b>			Розширення поняття кривої, як графіка функції в шкільному курсі математики.  (2 год.)	
Третій, 2 год.	<b>Кривина і скрут кривої при натуральній параметризації. Формули Френе.</b>	лекція	[1, 2, 5, 8, 11, 13]	Означення кривини. Супровідний тригранник. Натуральні рівняння кривої. Кривина кривої, як узагальнення поняття радіуса кола шкільного курсу геометрії.  (2 год.)	Один тиждень  2 год.
Четвертий, 2 год.	<b>Геометричний зміст кривини плоскої кривої.</b>	практичне	[2, 7, 8, 11, 13, 14]	Обчислення кривини і скриту гладкої кривої. Визначення рівняння кривої через її кривину і скрут. Коло – єдина плоска плоска крива постійної ненульової кривини. Фізичний і геометричний зміст.  (2 год.)	Один тиждень  2 год.
П'ятий, 2 год.	<b>Кривина і скрут кривої при довільній параметризації кривої.</b>	лекція	[1, 2, 5, 8, 11, 13]	Виведення формул для обчислення кривої та скриту при довільній параметризації. Незалежність кривини кривої від її параметризації  (2 год.)	Один тиждень  2 год.
П'ятий, 2 год.	<b>Обчислення кривини та скриту гладкої</b>	практичне	[3, 7, 8, 11, 13]	Кривина та скрут класичних кривих, заданих у різних формах задання:	Один тиждень  2 год.

	<b>поверхні при довільній параметризації.</b>			параметрична, явна, неявна. Неявне рівняння кола. Перехід від неявного рівняння до параметричного і навпаки.  (2 год.)	
Шостий, 2 год.	<b>Доведення основної теорії плоских та просторових кривих.</b>	лекція	[2, 5, 8]	Формули Серре-Френе як диференціальні рівняння руху репера Френе. Теорема існування і єдиності для системи диференціальних рівнянь з гладкими коефіцієнтами.  (2 год.)	Один тиждень  2 год.
Шостий, 2 год.	<b>Особливі точки плоских кривих</b>	практичне	[2, 5, 6, 12, 13]	Визначення особливих точок плоских кривих при різних формах задання кривих. Графік пів кубічної параболи в шкільному курсі математики.  (2 год.)	Один тиждень  2 год.
Сьомий, 2 год.	<b>Поняття поверхні та способи її задання.</b>	лекція	[2, 4, 5, 12, 13, 16]	Означення елементарної області і поверхні. Параметричне, загальне і векторне рівняння поверхні. Гладкі поверхні. Координатні лінії та поверхні. Узагальнення поняття поверхні в шкільному курсі математики.	Один тиждень  2 год.

				(2 год.)	
Сьомий, 2 год.	<b>Побудова поверхні її параметричним та неявним рівнянням.</b>	практичне	[ 2, 4, 5, 8, 12, 13, 14]	Виділення класу поверхонь обертання, лінійчастих поверхонь. Знаходження координатних ліній на поверхнях. Поверхні обертання в шкільному курсі математики: сфера, циліндр, конус.  (2 год.)	Один тиждень  2 год.
Восьмий 2 год.	<b>Дотична площина і нормаль поверхні.</b>	лекція	[1, 2, 5, 8, 12, 13]	Означення дотичної площини до поверхні в заданій точці. Доведення теореми про дотичну площину до поверхні. Рівняння дотичної площини і нормалі до поверхні. Розширення поняття дотичної до сфери в геометрії 10 клас.  (2 год.)	Один тиждень  2 год.
Восьмий 2 год.	<b>Поверхні задані у різних формах і рівняння дотичної площини і нормалі до поверхні.</b>	практичне	[2, 5, 8, 12, 13]	Знаходження рівнянь дотичної площини та нормалі до поверхонь. Узагальнення теореми про дотичну до сфери, перпендикулярну до радіуса.  (2 год.)	Один тиждень  2 год.
Дев'я- тий, 2 год.	<b>Перша квадратична форма поверхні та її</b>	лекція	[1, 2, 4, 5, 8, 12, 13]	Означення першої квадратичної форми поверхні. Довжина кривої на поверхні. Кут між	Один тиждень  2 год.

	<b>застосування.</b>			кривими на поверхні. Площа області на поверхні. Розширення поняття відстані від точки до поверхні сфери. Геометрія 10-11 класи.  (2 год.)	
Дев'ятий,  2 год.	<b>Метрична геометрія поверхонь.</b>	практичне	[ 5, 7, 8, 12, 13]	Застосування формул для обчислення довжини дуги кривої, кута між кривими на поверхні та площі області на поверхні. Узагальнення поняття кута між променями в шкільному курсі геометрії.  (2год.)	Один тиждень  2 год.
Десятий,  2 год.	<b>Друга квадратична форма поверхні та її застосування.</b>	лекція	[1, 2, 5, 8, 12, 13, 14]	Означення другої квадратичної форми поверхні. Означення нормальних перерізів і нормальної кривини. Узагальнення поняття перерізу многогранника шкільного курсу геометрії.  (2 год.)	Один тиждень  2 год.
Десятий,  2 год.	<b>Друга квадратична форма та її</b>	практичне	[1, 2, 5]	Обчислення коефіцієнтів другої квадратична форма поверхні при різних	Один тиждень

	<b>обчислення.</b>			формах її задання. (2 год.)	
Одинадцятий, 2 год.	<b>Індикатриса Дюпена та її рівняння. Головні кривини та гаусова кривина поверхні.</b>	лекція	[1, 2, 4, 5, 16]	Знаходження рівняння індикатриси Дюпена, головних кривин, гаусової та середньої кривини поверхні (2 год.)	Один тиждень 2 год.
Одинадцятий, 2 год.	<b>Головні, повні та середні кривини поверхні.</b>	практичне	[2, 5, 7, 16]	Підсумкова контрольна з теорії поверхонь. (2 год.)	Один тиждень 2 год.
Дванадцятий, 2 год.	<b>Ізометричні поверхні. Внутрішня геометрія поверхні та її інваріанти.</b>	лекція	[1, 2, 5, 8, 16]	Інваріанти ізометрії поверхонь. Гауссова кривина, як інваріант ізометрії. Ізометрія, як узагальнення поняття руху геометричних фігур в шкільному курсі геометрії. (2 год.)	Один тиждень 2 год.
Дванадцятий, 2 год.	<b>Взаємозв'язок різних формул для обчислення гаусової кривини.</b>	практичне	[2, 5, 11, 12, 15]	Цікаві лінії на поверхнях: асиметричні, ортогональні, лінії кривини. Задачі на ГМТ в шкільній геометрії. (2 год.)	Один тиждень 2 год.
Тринадцятий, 2 год.	<b>Знаходження геодезійних.</b>	практичне	[2, 4, 5, 7, 12, 13, 15]	Геодезійні на сфері, циліндрі, конусі. Поверхнях обертання. Доведення того, що геодезійні на сфері – дуги великих кіл. (2 год.)	Один тиждень 2 год.
Чотирнадцятий, 2 год.	<b>Екстремальні властивості геодезійних</b>	лекція	[2, 5, 8, 12, 13, 15]	Доведення екстремальних властивостей геодезійних на основі напівгеодезійної системи координат. Гвинтові лінії –	Один тиждень 2 год.

				геодезійні на циліндрі.  (2 год.)	
П'ятна- дцятий,  2 год.	<b>Поняття тензора.</b>	лекція	[2, 5, 8, 10]	Узагальнення поняття вектора, коваріантна похідна тензора у рімановому просторі.  (2 год.)	Один тиждень  2 год.
П'ятна- дцятий,  2 год.	<b>Обчислення коваріантної похідної.</b>	практичне	[2, 5, 8]	Знаходження коваріантних похідних коефіцієнтів першої та другої квадратичних форм поверхонь.  (2 год.)	Один тиждень  2 год.
Шістна- дцятий,  2 год.	<b>Геодезійні на поверхнях обертання.</b>	лекція	[2, 5, 8, 10]	Геодезійні на сфері, псевдосфері, циліндрі, конусі.  (2 год.)	Один тиждень  2 год.
Шістна- дцятий,  2 год.	<b>Захист індивідуаль- них робіт.</b>	практичне	[17, 18, 19, 20, 21]	Захист індивідуальних робіт в аудиторії.  (2 год.)	Один тиждень  2 год.