

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Механіко-математичний факультет
Кафедра кафедри алгебри, топології та основ математики

Затверджено

На засіданні кафедри алгебри,
топології та основ математики
механіко-математичного факультету
Львівського національного університету
імені Івана Франка
(протокол № 1 від 29.08. 2022 р.)

Завідувач кафедри проф. Т.О. Банах



Силабус з навчальної дисципліни
“Основи неевклідової геометрії”,
що викладається в межах ОПШ “Середня освіта (Математика)”
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів
з спеціальності 014.04 Середня освіта (Математика)

Львів 2022 р.

Назва дисципліни	Основи неевклідової геометрії
Адреса викладання дисципліни	м. Львів, вул. Університетська, 1
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Механіко-математичний факультет Кафедра алгебри, топології та основ математики
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	01 Освіта/Педагогіка 014.04 Середня освіта (Математика)
Викладачі дисципліни	Банах Тарас Онуфрійович, доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри алгебри, топології та основ математики
Контактна інформація викладачів	taras.banakh@lnu.edu.ua ; https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/banah-t-o м. Львів, вул. Університетська, 1, ауд. 374; тел. 0322394218
Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються	Консультації в день проведення лекцій/практичних занять (за попередньою домовленістю) за адресою: м. Львів, вул. Університетська, 1, ауд. 374. Також можливі он-лайн консультації на платформі Teams. Для погодження часу консультації слід писати на електронну пошту викладача.
Сторінка дисципліни	https://new.mmf.lnu.edu.ua/academics/bachelor/curriculum-education
Інформація про дисципліну	Дисципліна “Основи неевклідової геометрії” є вибірковою навчальною дисципліною циклу професійної та практичної підготовки з спеціальності 014.04 Середня освіта (Математика) для освітньої програми “Середня освіта (Математика)”, яка викладається у 8-му семестрі в обсязі 5 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
Коротка анотація дисципліни	Навчальну дисципліну розроблено таким чином, щоб надати учасникам необхідні знання, обов'язкові для того, щоб ознайомити студентів з відомостями про історію, методологію і аксіоматично-дедуктивні основи неевклідової геометрії. Сформулювати вміння та навички розв'язувати практичні завдання та задачі з використанням отриманих теоретичних знань. Розвивати логічне і творче мислення, розширити науковий світогляд студентів.
Мета та цілі дисципліни	Надати основні теоретичні відомості та сформулювати практичні навички з курсу «Основи неевклідової геометрії», який складає невід'ємну частину загально математичної освіти майбутнього вчителя математики; озброїти студентів конкретними знаннями та вміннями, які даватимуть їм можливість викладати геометрію у різних навчальних закладах та кваліфіковано керувати спецкурсами, факультативами та гуртками з геометрії, виховувати у своїх учнів допитливість, інтерес до знань.
Література для вивчення дисципліни	1. Euclid, Elements, http://aleph0.clarku.edu/~djoyce/elements/elements.html 2. D. Hilbert, Foundations of Geometry, The Open Court Publ. Co, 1950. 3. M. Greenberg, Euclidean and non-Euclidean geometries: development and history, Freeman and Co., 2008.

	<p>4. R. Hartshorne, Geometry: Euclid and Beyond, Springer, 2000.</p> <p>5. В.Я.Ілляшенко, Основи геометрії, Луцьк, 2012.</p> <p>6. K. Borsuk, W. Szmielew, Foundations of Geometry: Euclidean, Bolyai-Lobachevskian, and Projective Geometry, Dover Publ., 2018.</p> <p>7. T.Banakh, Foundations of Geometry, 2023.</p> <p style="text-align: center;">ДОПОМІЖНА</p> <p>8. T.Banakh, Classical Set Theory: Theory of Set and Classes, 2020.</p> <p>9. Janos Bolyai, Appeddix: The theory of space, North Holland, 1987.</p> <p>10. R. Hartshorne, Foundations of Projective Geometry, 1967.</p> <p>11. A. Petrunin, Euclidean plane and its relatives, arXiv, 2022.</p> <p>12. W.Schwabhauser, W.Szmielew, A.Tarski, Metamathematische Methoden in der Geometrie, Springer, 1983.</p> <p>13. G. Venema, The Foundations of Geometry, Pearson Education LTD, 2012</p> <p>14. R. de Vries, Compass and straightedge constructions in the hyperbolic plane, Utrecht Univ., 2021.</p> <p>15. А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір - Геометрія 7 клас. – Харків, «Гімназія», 2020.</p> <p>16. А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір - Геометрія 8 клас. – Харків, «Гімназія», 2021.</p> <p>17. А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір - Геометрія 9 клас. – Харків, «Гімназія», 2021.</p> <p>18. А.П. Єршова, В.В. Голобородько, О.Ф. Крижановський, С.В. Єршов – Геометрія 10 клас, Ранок, 2018.</p> <p>19. М. І. Бурда, Н. А. Тарасенкова, І. М. Богатирьова, О. М. Коломієць, З.О. Сердюк – Геометрія 11 клас. – Київ, Оріон, 2019.</p> <p>20. А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, В. Б. Полонський, М. С. Якір – Геометрія 10 клас. – Харків, Гімназія, 2018.</p> <p>21. А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, В. Б. Полонський – Геометрія 11 клас. – Харків, Гімназія, 2019.</p> <p>22. Г.Бєбз, Геометрія трикутника, Київ, 2005</p>
Обсяг курсу	Загальний обсяг: 150 год., з них – 36 год., лекцій, 36 год. практичних занять. Самостійна робота: 78 год.

<p>Очікувані результати навчання</p>	<p>У результаті вивчення курсу «Комплексні числа в геометрії» відповідно до освітньої програми формуються програмні компетентності:</p> <p>Загальні компетентності:</p> <p>ЗК 5: Здатність до генерування нових ідей, виявлення та вирішення проблем.</p> <p>ЗК 7: Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел.</p> <p>ЗК 9: Здатність навчатися та засвоювати новітні інформацію та знання.</p> <p>Фахові компетентності спеціальності:</p> <p>ФК 1: Здатність використовувати систематизовані та інноваційні теоретико-практичні знання з математики та методики і методології навчання та викладання математики під час розв'язування професійних завдань.</p> <p>ФК 4: Здатність до формування мотивації та організації пізнавальної діяльності учнів.</p> <p>ФК 8: Здатність до формування в учнів ключових і предметних компетентностей та здійснення міжпредметних зв'язків.</p> <p>ФК 11: Здатність до прийняття плідних та ефективних розв'язків у складних неочікуваних ситуаціях, вміння адаптуватися до нових ситуацій в освітницькій діяльності.</p> <p>Програмні результати навчання:</p> <p>ПРН 1: Знати та розуміти основні поняття, закони, теорії, загальну структуру, предмет і методи дослідження математики та методики її навчання, місце і зв'язки в системі наук, етапи історії її розвитку.</p> <p>ПРН 10: Уміти розв'язувати задачі різних рівнів складності курсу математики в закладах загальної середньої освіти, чітко й раціонально пояснювати розв'язання учням.</p> <p>ПРН 14: Розробляти і пропонувати різні форми та прийоми виховання позитивного ставлення до математики, мотивації учнів до засвоєння її основ та методів.</p>
<p>Ключові слова</p>	<p>Точка, пряма, площина, Аксиома паралельності Лобачевського, Аксиома паралельності Гільберта, Аксиоми Тарського</p>
<p>Формат курсу</p>	<p>Очний.</p>
<p>Теми</p>	<p>Перелік тем подано в додатку у формі схеми курсу.</p>
<p>Підсумковий контроль, форма</p>	<p>Залік в кінці семестру в письмовій формі.</p>
<p>Пререквізити</p>	<p>Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з алгебри, математичного аналізу, аналітичної геометрії, основ геометрії, елементарної математики в обсязі програми загальноосвітньої школи</p>
<p>Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу</p>	<p>Лекції, презентації, спільні розробки, робота у групах, дискусія, підготовка індивідуальних завдань.</p>

<p>Необхідне обладнання</p>	<p>Дошка, комп'ютер, проектор, доступ до Internet мережі. Для вивчення курсу достатньо володіти загально вживаними програми такими як Microsoft Office Word, Microsoft Office, Excel, Microsoft Teams.</p>
<p>Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)</p>	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням:</p> <ul style="list-style-type: none"> • робота під час практичних занять: 10% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 10. • підготовка індивідуальних завдань: 40% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 40. • залік: 50% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 50. <p>Підсумкова максимальна кількість балів – 100.</p> <p>Залік проходить у письмовій формі. У кожному білеті міститься по два теоретичних питання із теорії кривих і поверхонь, а також набір задач, вибраних зі шкільного поглибленого курсу математики. Оцінка за семестр у випадку складання заліку є сумою балів поточного контролю та балів, отриманих під час заліку.</p> <p>Письмові роботи: Очікується, що студенти протягом семестру виконають індивідуальні завдання з використанням додаткової літератури у вигляді реферату, презентації з подальшим захистом в кінці курсу.</p> <p>Академічна доброчесність: Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману. Жодні форми недоброчесності не толеруються.</p> <p>Відвідання занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та практичні зайняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів письмових робіт та індивідуальних завдань, передбачених курсом.</p> <p>Література. Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p>Політика виставлення балів. Враховуються бали набрані при поточному тестуванні, самостійній роботі та бали підсумкового</p>

	<p>тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p>
<p>Питання до заліку.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Аксиоматично-дедуктивний метод, «Елементи» Евкліда • Аксиоми та постулати Евкліда • Геометрія інцидентності • Аксиоми проєктивної геометрії • Аксиоми афінної геометрії • Аксиоми геометрії Гільберта • Аксиома паралельності Евкліда та її еквівалентні форми • Історія творення неевклідової геометрії • Паралельність за Лобачевським • Моделі Бельтрамі-Клейна • Модель Пуанкаре • Застосування неевклідової геометрії у фізиці • Інверсія відносно кола • Означення конгруентності в моделі Пуанкаре • Геометричні перетворення, • Ерлангенська програма Клейна • Відбиття, повороти та зсуви в нейтральній геометрії • Класифікація рухів гіперболічної площини • Симетрії площини, • Скінченні групи симетрій площини • Поняття площі в гіперболічній геометрії • Дефект трикутника та його застосування до вимірювання площ в неевклідовій геометрії • Кривина дійсної гіперболічної площини • Елементи гіперболічної тригонометрії • Довжина кола та площа круга в гіперболічній геометрії
<p>Опитування</p>	<p>Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.</p>

Схема курсу

Тиж день, год.	Тема, план, короткі тези	Форма діяльності	Література	Завдання, год.	Термін виконання
Перший тиждень, 4 год.	Аксіоматично-дедуктивний метод, «Елементи» Евкліда	лекція	[1,3,4,5]	Аксіоматично-дедуктивний метод, неозначувані поняття, аксіоми. «Елементи» Евкліда (4 год.)	один тиждень
Перший тиждень, 2 год.	Аксіоми та постулати Евкліда	практичне заняття	[1,3,4,5]	Аксіоми та постулати Евкліда, геометрична алгебра (2 год.)	один тиждень
Другий тиждень, 2 год.	Елементи математичної логіки та геометрія інцидентності	лекція	[3,4,5,6]	Елементи математичної логіки та геометрія інцидентності (2 год.)	один тиждень
Другий тиждень, 4 год.	Проективна та афінна геометрія	практичне заняття	[3,4]	Елементи інної та проективної геометрії (4 год.)	один тиждень
Третій тиждень, 4 год.	Аксіоми геометрії Гільберта	лекція	[2,3,4,5]	Аксіоми геометрії Гільберта (4 год.)	один тиждень
Третій тиждень, 2 год.	Наслідки з аксіом Гільберта	практичне заняття	[2,3,4,5]	Наслідки з аксіом Гільберта (2 год.)	один тиждень
Четвертий тиждень, 2 год.	Аксіома паралельності Евкліда та її еквівалентні форми	лекція	[3,4,5]	Аксіома паралельності Евкліда та її еквівалентні форми (2 год.)	один тиждень
Четвертий тиждень, 4 год.	Кути в нейтральній геометрії, сума кутів трикутника в нейтральній геометрії	практичне заняття	[3,4,5]	Поняття кута в нейтральній геометрії, сума кутів трикутника в нейтральній геометрії (2 год.)	один тиждень
П'ятий тиждень, 4 год.	Спроби доведення постулату паралельності, історія творення неевклідової геометрії	лекція	[3,4,5]	Спроби доведення постулату паралельності, історія творення неевклідової геометрії (2 год.)	один тиждень
П'ятий тиждень, 2 год.	Паралельність за Лобачевським	практичне заняття	[3,4,5]	Паралельність за Лобачевським (2 год.)	один тиждень
Шостий тиждень, 2 год.	Несуперечливість та моделі гіперболічної геометрії	лекція	[3,4,5,6]	Несуперечливість та моделі гіперболічної геометрії (2 год.)	один тиждень
Шостий тиждень, 4 год.	Моделі Бельтрамі-Клейна та модель Пуанкаре	практичне заняття	[3,4,5,6]	Моделі Бельтрамі-Клейна та модель Пуанкаре (2 год.)	один тиждень

Сьомий тиждень, 4 год.	Застосування неевклідової геометрії, зокрема, у фізиці	лекція	[3,4,5,6]	Застосування неевклідової геометрії в сучасній фізиці (2 год)	один тиждень
Сьомий тиждень, 2 год.	Інверсія відносно кола та її застосування до означення конгруентності в моделі Пуанкаре	практичне заняття	[3,4,5,6]	Інверсія відносно кола та її застосування до означення конгруентності в моделі Пуанкаре (2 год)	один тиждень
Восьмий тиждень, 2 год.	Геометричні перетворення, Ерлангенська програма Клейна	лекція	[3,4,5,6]	Геометричні перетворення, Ерлангенська програма Клейна (2 год)	один тиждень
Восьмий тиждень, 4 год.	Відбиття, повороти та зсуви в нейтральній геометрії	практичне заняття	[3,4,5,6]	Відбиття, повороти та зсуви в нейтральній геометрії (2 год)	один тиждень
дев'ятий тиждень, 4 год.	Класифікація рухів гіперболічної площини	лекція	[3,4,5,6]	Класифікація рухів гіперболічної площини (2 год)	один тиждень
Дев'ятий тиждень, 2 год.	Симетрії площини, скінченні групи симетрій	практичне заняття	[3,4,5,6]	Симетрії площини, скінченні групи симетрій (2 год)	один тиждень
десятий тиждень, 2 год.	Площа і дефект у гіперболічній геометрії	лекція	[3,4,5,6]	Поняття площі в гіперболічній геометрії (2 год)	один тиждень
десятий тиждень, 4 год.	Дефект трикутника та його застосування до вимірювання площ в неевклідовій геометрії	практичне заняття	[3,4,5,6]	Дефект трикутника та його застосування до вимірювання площ в неевклідовій геометрії (2 год)	один тиждень
одинадцятий тиждень, 4 год.	Кривина дійсної гіперболічної площини	лекція	[3,4,5]	Кривина дійсної гіперболічної площини (2 год)	один тиждень
одинадцятий тиждень, 2 год.	Елементи гіперболічної тригонометрії	практичне заняття	[3,4,5]	Елементи гіперболічної тригонометрії (2 год)	один тиждень
дванадцятий тиждень, 2 год.	Довжина кола та площа круга в гіперболічній геометрії	лекція	[3,4,5]	Довжина кола та площа круга в гіперболічній геометрії	один тиждень
дванадцятий тиждень, 4 год.	Перевірка набутих знань з неевклідової геометрії	залік	[1-22]	Залікове заняття (математичний диктант та співбесіда) (4год)	один тиждень