

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Львівський національний університет імені Івана Франка**  
**Механіко-математичний факультет**  
**Кафедра математичної статистики і диференціальних рівнянь**



**Затверджено**  
на засіданні кафедри математичної  
статистики і диференціальних рівнянь  
механіко-математичного факультету  
Львівського національного університету  
імені Івана Франка  
(протокол № 1 від 29.08.2022)

Завідувач кафедри:

проф. Бугрій О.М.

Силабус з навчальної дисципліни  
**“Дробове диференціювання та його застосування”,**  
що викладається в межах ОПП  
“Комп’ютерний аналіз математичних моделей”  
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти  
для здобувачів зі спеціальності  
111 Математика

<b>Назва дисципліни</b>	<b>Дробове диференціювання та його застосування</b>
<b>Адреса викладання дисципліни</b>	м. Львів, вул. Університетська 1
<b>Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна</b>	Механіко-математичного факультет Кафедра математичної статистики і диференціальних рівнянь
<b>Галузь знань, шифр та назва спеціальності</b>	Галузь знань: 11 Математика і статистика Спеціальність: 111 Математика;
<b>Викладачі дисципліни</b>	<b>Лопушанська Галина Петрівна</b> , доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри математичної статистики і диференціальних рівнянь
<b>Контактна інформація викладачів</b>	<a href="mailto:halyna.lopushanska@lnu.edu.ua">halyna.lopushanska@lnu.edu.ua;</a>
<b>Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються</b>	Консультацію з теоретичної чи практичної частини курсу можна отримати на нараді Zoom у будь-який зручний для студентів та викладача час, а також очно в день проведення лекцій чи практичних занять за попередньою домовленістю.
<b>Сторінка курсу</b>	<a href="http://new.mmf.lnu.edu.ua/course/tgf">http://new.mmf.lnu.edu.ua/course/tgf</a>
<b>Інформація про дисципліну</b>	Дисципліна “ Дробове диференціювання та його застосування ” є вибірковою дисципліною зі спеціальності 111 Математика для освітньої програми “Комп’ютерний аналіз математичних моделей”. Вона викладається в 6-му семестрі в обсязі 2 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
<b>Коротка анотація дисципліни</b>	У математичному, зокрема, стохастичному, моделюванні важливо враховувати стани досліджуваних процесів у попередні періоди часу. При розв’язуванні таких задач треба вміти працювати з узагальненими розв’язками, з інтегралами і похідними дробових порядків. Курс розроблено таким чином, щоб надати учасникам знання з основ дробового диференціювання (інтегрування), яке має широке застосування у природознавстві.
<b>Мета та цілі дисципліни</b>	<b>Мета:</b> ознайомлення з дробовим диференціюванням і його застосуванням. <b>Цілі:</b> вивчення методів дослідження і розв’язання задач для рівнянь з дробовими похідними, звичайних і з частинними похідними, їхніх застосувань у природознавстві.
<b>Література для вивчення дисципліни</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Акбаров Д. Є. Застосування принципу стискаючого відображення для дослідження розв’язків нелінійних функціональних рівнянь у банахових просторах / Д. Є. Акбаров, Х. Ш. Туракулов // Вісник КПІ. Серія Приладобудування. -- 2020. -- Вип. 59(1). -- С. 87-95.</li> <li>2. Городецкий В.В. Методы решения задач по функциональному анализу. Гл. 3, пар. 4. / В.В. Городецкий, Н.И. Нагнибида, П.П. Настасиев. -- К: Вища шк., 1990, 479 с.</li> </ol>

	<p>3. Задачин В.М. Чисельні методи / Задачин В.М., Конюшенко І.Г. – Харків: Вид-во ХНЕУім. С. Кузнеця, 2014. – 180 с. . [Електронний ресурс]</p> <p>4. Лопушанська Г.П. Перетворення Фур'є, Лапласа: узагальнення та застосування. Навч.-метод. посібник / Г.П. Лопушанська, А.О. Лопушанський, О.М. М'яус - Вид-во Львів. ун-ту, 2014.--153 с.</p> <p>5. Лопушанська Г.П. Інтегральні рівняння і застосування: навч. посібник / Г.П. Лопушанська, А.О. Лопушанський – 2022, 111 с. <a href="http://new.mmf.lnu.edu.ua/department/msde">http://new.mmf.lnu.edu.ua/department/msde</a></p> <p>6. Лопушанська Г.П. Математичні моделі з дробовими похідними / Г.П. Лопушанська, А.О. Лопушанський, О.М. М'яус // Навчальний посібник. – 2022. -129 с. <a href="http://new.mmf.lnu.edu.ua/department/msde">http://new.mmf.lnu.edu.ua/department/msde</a></p> <p>7. Tomas Kisela. Fraction differential equations and their applications.— Brno, 2008.- 71 p.</p> <p>8. Lewis B.J. Laplace and Fourier transforms / B. J. Lewis, E. N. Onder, A.A. Prudil // Advanced Mathematics for Engineering Students. Chapter 3. – 2022, pp. 75-109. <a href="https://doi.org/10.1016/B978-0-12-823681-9.00011-3">https://doi.org/10.1016/B978-0-12-823681-9.00011-3</a></p> <p>9. Muneshwar R. A. Solution of linear and non-linear partial differential equations of fractional order / R. A. Muneshwar, K. L. Bondar, Y. H. Shirole // <i>Proyecciones Journal of Mathematics</i> . – 2021. – 40, no 5.—Pp. 1179-1195. <a href="http://dx.doi.org/10.22199/issn.0717-6279-4396">http://dx.doi.org/10.22199/issn.0717-6279-4396</a></p>
<b>Обсяг курсу</b>	<b>Загальний обсяг:</b> 90 годин. Аудиторних занять: 48 год., з них 32 год. лекцій та 16 годин лабораторних робіт. <b>Самостійна робота:</b> 42 год. Кредитів: 2.
<b>Очікувані результати навчання</b>	Після завершення цього курсу студент буде <b>знати:</b> основні методи дослідження і розв'язання задач для рівнянь із дробовими похідними; <b>вміти:</b> розв'язувати диференціальні рівняння з дробовими похідними, інтегро-диференціальні рівняння та задачі для них, зокрема, з застосуванням інтегральних перетворень і функцій Гріна.
<b>Ключові слова</b>	Похідна дробового порядку, задача Коші, узагальнений розв'язок, згортка, перетворення Фур'є, перетворення Лапласа
<b>Формат курсу</b>	Лекції та практичні заняття, контрольні роботи, колоквиуми і консультації.
<b>Теми</b>	Див. <b>Схема курсу</b>
<b>Підсумковий контроль, форма</b>	Залік у 6-ому семестрі.

<b>Пререквізити</b>	Для вивчення даного курсу студенти повинні мати базові знання з математичного аналізу і диференціальних рівнянь, достатніх для сприйняття категоріального апарату методів диференціювання, інтегрування, степеневих і функційних рядів, лінійної алгебри та аналітичної геометрії.
<b>Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу</b>	Проведення лекцій і практичних занять.
<b>Необхідне обладнання</b>	Комп'ютер із необхідним програмним забезпеченням, доступ до Internet мережі.
<b>Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)</b>	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою.  Бали нараховуються так:  контрольні роботи №1, №2, колоквіум : <math>15 + 15 + 20 = 50</math>; премія за активну роботу на заняттях -- 2; всього – 50 за роботу в семестрі.  Залік – 50. Всього – 100.</p> <p><b>Остаточна кількість балів</b>, які отримує студент на заліку: загальна кількість балів, набраних за семестр і на заліку, плюс бонусні бали (їх максимум -- 10).</p> <p><b>Академічна доброчесність:</b> Очікується, що роботи студентів будуть оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Списування та втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в написанні завдань є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p><b>Відвідання занять</b> є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та практичні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів робіт, передбачених курсом.</p> <p><b>Література.</b> Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p><b>Політика виставлення балів.</b> Враховуються бали, набрані при поточному контролі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p> <p>Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p>

<b>Питання до заліку чи екзамену</b>	1. Лінійні інтегральні рівняння Фредгольма з неперервними ядрами. Теореми Фредгольма. 2. Метод послідовних наближень. 3. Лінійні інтегральні рівняння з полярними ядрами. 4. Лінійні інтегральні рівняння Вольтерри з неперервними і полярними ядрами. 5. Алгебра згортки. 6. Похідні дробового порядку і інтегральні рівняння. 7. Рівняння з дробовими похідними (Абеля й інші). 8. Розв'язки звичайних рівнянь із дробовими похідними. 9. Рівняння з дробовими похідними в економічних задачах. 10. Перетворення Лапласа. Властивості. 11. Застосування перетворення Лапласа до розв'язання рівнянь у згортках, зокрема, інтегральних рівнянь Вольтерри з різницевиими ядрами і дробовими похідними. 12. Перетворення Фур'є. Властивості. 13. Застосування перетворення Фур'є до побудови фундаментальних розв'язків рівнянь із частинними похідними дробових порядків.
<b>Опитування</b>	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.

### Схема курсу

Тиж-ні	Лекційний курс		Практичні заняття		К-сть год сам. роб.	Література
	Назва теми	К-сть год	Назва теми	К-сть год		
1	2	3	4	5	6	
1	<b>Тема 1.</b> Завдання курсу. Згортка звичайних та узагальнених функцій.	2	Згортка звичайних та узагальнених функцій.	2	3	[6,7]
2	<b>Тема 2.</b> Похідні й інтеграли дробових порядків.	2			2	[6,7]
3	<b>Тема 3.</b> Лінійні інтегральні рівняння (ІР) Фредгольма і Вольтерри з неперервними ядрами. Метод послідовних наближень. Теореми Фредгольма.	2	Похідні й інтеграли дробових порядків.	2	3	[2,5]
4	<b>Тема 4.</b> Лінійні інтегральні рівняння з полярними ядрами.	2			2	[5]

5	<b>Тема 5.</b> Лінійні інтегро-диференціальні рівняння (ІДР) з полярними різницевиими ядрами.	2	Рівняння з дробовими похідними та ІР першого роду з полярними різницевиими ядрами	2	3	[5,6,9]
6	<b>Тема 6.</b> Звичайні лінійні рівняння з дробовими похідними.	2			2	[5-7,9]
7	<b>Тема 7.</b> Чисельні методи.	2	Контрольна робота № 1	2	3	[3]
8	<b>Тема 8.</b> Нелінійні рівняння з дробовими похідними.	2			2	[1,2,9]
9	<b>Тема 9.</b> Перетворення Лапласа.	2	Рівняння з дробовими похідними та ІР другого роду з полярними різницевиими ядрами	2	3	[4-6,8]
10	<b>Тема 10.</b> Застосування перетворення Лапласа до розв'язання рівнянь у згортках, зокрема, інтегральних рівнянь Вольтерри з різницевиими ядрами.	2			2	[2,4,6]
11	<b>Тема 11.</b> Перетворення Фур'є.	2	Застосування перетворення Лапласа до розв'язання рівнянь у згортках, зокрема, з дробовими похідними.	2	3	[4-6,8]
12	<b>Тема 12.</b> Рівняння дробової дифузії.	2			2	[6]
13	<b>Тема 13.</b> Застосування перетворення Фур'є до побудови фундаментальних розв'язків рівнянь із частинними похідними дробових порядків, зокрема, рівняння дробової дифузії.	2	Побудова функції Гріна крайової задачі для звичайного лінійного диференціального рівняння	2	3	[6]
14	<b>Тема 14.</b> Розв'язання задач Коші для ІДР з похідними дробових	2			2	[5,6]

	порядків за допомогою інтегральних перетворень.					
15	<b>Тема 15.</b> Розв'язання крайових задач для ІДР з похідними дробових порядків із застосуванням функції Гріна.	2	Контрольна робота № 2	2	3	[5]
16	<b>Тема 16.</b> Про обернені задачі для рівнянь з дробовими похідними. Колоквіум	2			2	
	Разом	32		16	42	