

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Механіко-математичний факультет
Кафедра математичної статистики і диференціальних рівнянь



Затверджено
на засіданні кафедри математичної
статистики і диференціальних рівнянь
механіко-математичного факультету
Львівського національного університету
імені Івана Франка
(протокол № 1 від 29.08.2022 р.)

Завідувач кафедри:

проф. Бугрій О.М.

Силабус з навчальної дисципліни
“ Моделі природних процесів з пам'яттю ”,

що викладається в межах ОПШ
“Комп'ютерний аналіз математичних моделей”
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
для здобувачів зі спеціальності

111 – Математика

Назва дисципліни	Моделі природних процесів з пам'яттю
Адреса викладання дисципліни	м. Львів, вул. Університетська 1
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Механіко-математичного факультет Кафедра математичної статистики і диференціальних рівнянь
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	Галузь знань: 11 Математика і статистика Спеціальність: 111 Математика;
Викладачі дисципліни	Лопушанська Галина Петрівна , доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри математичної статистики і диференціальних рівнянь
Контактна інформація викладачів	halyna.lopushanska@lnu.edu.ua ;
Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються	Консультацію з теоретичної чи практичної частини курсу можна отримати на нараді Zoom у будь-який зручний для студентів та викладача час, а також очно в день проведення лекцій чи практичних занять за попередньою домовленістю.
Сторінка курсу	http://new.mmf.lnu.edu.ua/course/ms
Інформація про дисципліну	Дисципліна “ Моделі природних процесів з пам'яттю ” є вибірковою дисципліною зі спеціальності 111 Математика для освітньої програми “Комп’ютерний аналіз математичних моделей”. Вона викладається в 7-му семестрі в обсязі 5-ти кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
Коротка анотація дисципліни	Курс розроблено таким чином, щоб надати учасникам знання з основ динамічного моделювання і методів дослідження задач для рівнянь із дробовими похідними однієї змінної та з частинними похідними дробового порядку за часом.
Мета та цілі дисципліни	Математичні моделі природознавства, економіки не завжди описуються за допомогою регулярних функцій, і не завжди за допомогою диференціальних рівнянь з похідними цілих порядків. Часто є важливим враховувати стани досліджуваних процесів у попередні періоди часу чи в сильно неоднорідних середовищах. При розв’язуванні таких задач треба вміти працювати з узагальненими розв’язками, з похідними дробових порядків. Мета курсу полягає у вивченні основ динамічного моделювання, методів дослідження задач для рівнянь у згортках, із дробовими похідними і застосуванні до конкретних задач природознавства.
Література для вивчення дисципліни	1. Акбаров Д. Є. Застосування принципу стискаючого відображення для дослідження розв’язків нелінійних функціональних рівнянь у банахових

	<p>просторах / Д. Є. Акбаров, Х. Ш. Туракулов // Вісник КПІ. Серія Приладобудування. -- 2020. -- Вип. 59(1). -- С. 87-95.</p> <p>2. Задачин В.М. Чисельні методи / Задачин В.М., Конюшенко І.Г. – Харків: Вид-во ХНЕУім. С. Кузнеця, 2014. – 180 с.</p> <p>3. Лопушанська Г.П. Перетворення Фур'є та Лапласа: узагальнення, застосування. Навч.-метод. посіник / Г.П. Лопушанська, А.О. Лопушанський, О.М. М'яус - Вид-во Львів. ун-ту, 2014 -- 153 с.</p> <p>4. Лопушанська Г.П. Математичні моделі з пам'яттю / Г.П. Лопушанська, А.О. Лопушанський, О.М. М'яус // Навчальний посібник. – 2022. - http://new.mmf.lnu.edu.ua/department/msde</p> <p>5. Тацій Р., Стасюк М., Пазен О. Елементи математичного моделювання та прикладної математики : навчальний посібник. Р. 3-7. – Львів : ЛДУ БЖД, 2021. – 182 с. [Електронний ресурс]</p> <p>6. Федак І.В., Гой Т.П. Лінійні інтегральні рівняння. Навч. Посібник. -- Івано-Франківськ: Голіней, 2011.--152с.</p> <p>7. Фильштинський Л. А., Мукомел Т. В., Кірічок Т. А. Одновимірна початково-крайова задача для дробово-диференціального рівняння теплопровідності // Вісн. Запоріз. нац. ун-ту. Фіз.-мат. науки. – 2010. – № 1. – С. 113–118.</p> <p>8. Mainardi F. The fundamental solutions for the fractional diffusion-wave equation // Appl. Math. Lett. – 1996. – 9, 6. – P. 23-28.</p> <p>9. Muneshwar R. A. Solution of linear and non-linear partial differential equations of fractional order / R. A. Muneshwar, K. L. Bondar, Y. H. Shirole // <i>Proyecciones Journal of Mathematics</i>. – 2021. – 40, no 5.—Pp. 1179-1195. http://dx.doi.org/10.22199/issn.0717-6279-4396</p> <p>10. Povstenko Y. Linear fractional diffusion-wave equation for scientists and engineers. – New-York, Birkhauser, 2015. – 460 p. ISBN: 978-3-319-17953-7.</p> <p>11. Tomas Kisela. Fraction differential equations and their applications.— Brno, 2008.- 71 p.</p>
Обсяг курсу	Загальний обсяг: 150 годин. Аудиторних занять: 64 год., з них 32 год. лекцій та 32 години практичних робіт. Самостійна робота: 86 год. Кредитів: 5.
Очікувані результати навчання	Після завершення цього курсу студент буде знати: основні методи дослідження і розв'язання задач для рівнянь із дробовими похідними у просторах регулярних і узагальнених функцій; вміти: виконувати основні дії з похідними дробових порядків, розв'язувати диференціальні рівняння з дробовими похідними та задачі для них у просторах регулярних і узагальнених функцій, зокрема, з застосуванням інтегральних перетворень і функцій Гріна.
Ключові слова	Похідна дробового порядку, узагальнена функція, задача Коші, узагальнений розв'язок, згортка, наближений розв'язок.
Формат курсу	Лекції та практичні заняття, контрольні роботи, доповіді і консультації.

Теми	Див. Схема курсу
Підсумковий контроль, форма	Залік у 7-ому семестрі.
Пререквізити	Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з математичного і функціонального аналізу, диференціальних рівнянь, рівнянь математичної фізики, інтегральних рівнянь і теорії узагальнених функцій.
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу	Проведення лекцій, практичних і семінарських занять.
Необхідне обладнання	Комп'ютер із необхідним програмним забезпеченням, доступ до Internet мережі.
Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються так: контрольна робота і по 3 доповіді на заняттях за індивідуальними завданнями: $20+3 \times 10 = 50$; премія за активну роботу на занятті -- 2; всього – 50 за роботу в семестрі. Залік – 50. Всього – 100.</p> <p>Остаточна кількість балів, які отримує студент на заліку: загальна кількість балів, набраних за семестр і на заліку, плюс бонусні бали (їх максимум -- 10).</p> <p>Академічна доброчесність: Очікується, що роботи студентів будуть оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Списування та втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в написанні завдань є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p>Відвідання занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та практичні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів робіт, передбачених курсом.</p>

	<p>Література. Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p>Політика виставлення балів. Враховуються бали, набрані при поточному контролі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p> <p>Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p>
Питання до заліку чи екзамену	<p>Поняття узагальненої функції однієї змінної. Приклади.</p> <p>Основні дії над узагальненими функціями. Приклади.</p> <p>Звичайні диференціальні рівняння в просторі узагальнених функцій.</p> <p>Фундаментальна функція лінійного диференціального рівняння та її побудова методом варіації сталих.</p> <p>Основна властивість фундаментальної функції.</p> <p>Узагальнена задача Коші.</p> <p>Згортка звичайних та узагальнених функцій..</p> <p>Лінійність згортки.</p> <p>Умови неперервності згортки.</p> <p>Теорема про диференціювання згортки. Застосування згортки.</p> <p>Похідна дробового порядку.</p> <p>Узагальнені розв'язки диференціальних рівнянь і рівнянь у згортках.</p> <p>Розв'язки рівнянь із дробовими похідними.</p> <p>Перетворення Фур'є. Основні властивості.</p> <p>Розв'язування крайових задач для рівняння дифузії з дробовою похідною методом рядів Фур'є.</p> <p>Функція Гріна.</p> <p>Розв'язування крайових задач для рівняння дифузії з дробовою похідною за допомогою функції Гріна.</p>
Опитування	<p>Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.</p>

Схема курсу

Тиж-ні	Лекційний курс		Практичні заняття		К-сть год сам. роб. Літ-ра
	Назва теми	К-сть год	Назва теми	К-сть год	
1	2	3	4	5	6
1	<i>Динамічне моделювання.</i>	2	<i>Задачі і моделі.</i>	2	3,5 [5,10,11]
2	<i>Основні дії над узагальненими функціями (повторення).</i>	2	<i>Основні дії над узагальненими функціями.</i>	2	3,5 [3,4]
3	<i>Згортка звичайних та узагальнених функцій. Рівняння у згортках.</i>	2	<i>Згортка звичайних та узагальнених функцій.</i>	2	3,5 [3,4]
4	<i>Похідна Рімана-Ліувіля дробового порядку і регуляризована дробова похідна.</i>	2	<i>Похідна Рімана-Ліувіля дробового порядку і регуляризована дробова похідна.</i>	2	3,5 [3,4,11]
5	<i>Рівняння зі звичайною дробовою похідною.</i>	2	<i>Рівняння зі звичайною дробовою похідною.</i>	2	3,5 [3,4,11]
6	<i>Рівняння зі звичайною дробовою похідною.</i>	2	<i>Рівняння зі звичайною дробовою похідною.</i>	2	3,5 [3,4,6,11]
7	<i>Задачі для систем рівнянь зі звичайними дробовими похідними</i>	2	<i>Задачі для систем рівнянь зі звичайними дробовими похідними</i>	2	3,5 [4]
8	<i>Виведення рівняння дифузії з дробовою похідною.</i>	2	<i>Контрольна робота</i>	2	3,5 [9,10]
9	<i>Розв'язування крайових задач для рівняння дифузії з дробовою похідною методом рядів Фур'є</i>	2	<i>Розв'язування крайових задач для рівняння дифузії з дробовою похідною методом рядів Фур'є</i>	2	3,5 [4]
10	<i>Перетворення Фур'є і Лапласа (повторення). Основні властивості.</i>	2	<i>Перетворення Фур'є</i>	2	3,5 [3,4]
11	<i>Розв'язування крайових задач для рівняння дифузії з дробовою похідною за часом за допомогою</i>	2	<i>Перетворення Лапласа</i>	2	3,5 [4,7]

	<i>інтегральних перетворень</i>				
12	<i>Функція Гріна.</i>	2	<i>Розв'язування крайових задач для рівняння дифузії з дробовою похідною за часом за допомогою інтегральних перетворень</i>	2	3,5 [4,8,9]
13	<i>Розв'язування задачі Коші для рівняння дифузії з дробовою похідною за часом за допомогою функції Гріна</i>	2	<i>Моделі природознавства, що описуються задачею Коші для рівняння з дробовою похідною</i>	2	3,5 [4,8]
14	<i>Розв'язування крайових задач для рівняння дифузії з дробовою похідною за часом за допомогою функції Гріна</i>	2	<i>Моделі природознавства, що описуються задачею Коші для рівняння з дробовою похідною</i>	2	3,5 [4,8,9,10]
15	<i>Обернені задачі</i>	2	<i>Моделі природознавства, що описуються крайовими задачами для рівнянь з дробовою похідною</i>	2	3,5 [1,4]
16	<i>Наближені розв'язки задач для рівняння дифузії з дробовою похідною за часом.</i>	2	<i>Моделі природознавства, що описуються крайовими задачами для рівнянь з дробовою похідною</i>		3,5 [2]
	Разом	32		32	56