

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Львівський національний університет імені Івана Франка**  
**Механіко-математичний факультет**  
**Кафедра математичної статистики і диференціальних рівнянь**



**Затверджено**  
на засіданні кафедри математичної  
статистики і диференціальних рівнянь  
механіко-математичного факультету  
Львівського національного університету  
імені Івана Франка  
(протокол № 1 від 29.08.2022 р.)

Завідувач кафедри: проф. Бугрій О.М.

Силабус з навчальної дисципліни  
**“ Інтегро-диференціальні рівняння у природознавстві ”,**

що викладається в межах ОПШ  
“Комп’ютерний аналіз математичних моделей”  
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти  
для здобувачів зі спеціальності

111 Математика

<b>Назва дисципліни</b>	<b>Інтегро-диференціальні рівняння у природознавстві</b>
<b>Адреса викладання дисципліни</b>	м. Львів, вул. Університетська 1
<b>Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна</b>	Механіко-математичного факультет Кафедра математичної статистики і диференціальних рівнянь
<b>Галузь знань, шифр та назва спеціальності</b>	Галузь знань: 11 Математика і статистика Спеціальність: 111 Математика;
<b>Викладачі дисципліни</b>	<b>Лопушанська Галина Петрівна</b> , доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри математичної статистики і диференціальних рівнянь
<b>Контактна інформація викладачів</b>	<a href="mailto:halyna.lopushanska@lnu.edu.ua">halyna.lopushanska@lnu.edu.ua;</a>
<b>Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються</b>	Консультацію з теоретичної чи практичної частини курсу можна отримати на нараді Zoom у будь-який зручний для студентів та викладача час, а також очно в день проведення лекцій чи практичних занять за попередньою домовленістю.
<b>Сторінка курсу</b>	<a href="http://new.mmf.lnu.edu.ua/course/ide">http://new.mmf.lnu.edu.ua/course/ide</a>
<b>Інформація про дисципліну</b>	Дисципліна “Інтегро-диференціальні рівняння у природознавстві” є вибірковою дисципліною зі спеціальності 111 Математика для освітньої програми “Комп’ютерний аналіз математичних моделей”. Вона викладається в 7-му семестрі в обсязі 5-ти кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
<b>Коротка анотація дисципліни</b>	Курс розроблено таким чином, щоб надати учасникам знання з основних методів дослідження інтегро-диференціальних рівнянь, які часто виникають у природознавстві.
<b>Мета та цілі дисципліни</b>	Математичні моделі природознавства, економіки, теорії фінансів тощо часто описуються за допомогою інтегро-диференціальних рівнянь з похідними як цілих, так і дробових порядків. <b>Мета:</b> оволодіння методами дослідження інтегро-диференціальних рівнянь у конкретних задачах природознавства. <b>Цілі:</b> вивчення основних методів дослідження задач для інтегро-диференціальних рівнянь і їхніх застосувань до конкретних задач природознавства.
<b>Література для вивчення дисципліни</b>	1. Акбаров Д. Є. Застосування принципу стискаючого відображення для дослідження розв’язків нелінійних функціональних рівнянь у банахових просторах / Д. Є. Акбаров, Х. Ш. Туракулов // Вісник КПІ. Серія Приладобудування. -- 2020. -- Вип. 59(1). -- С. 87-95. 2. Дячук О. А. Перетворення моделей динамічних систем // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія «Інформатика, кібернетика і обчислювальна техніка.--Донецьк: ДонНТУ, 2007. Вип.8 (120) С. 99-106.

	<p>3. Задачин В.М. Чисельні методи / Задачин В.М., Конюшенко І.Г. – Харків: Вид-во ХНЕУім. С. Кузнеця, 2014. – 180 с.</p> <p>4. Лопушанська Г.П. Перетворення Фур'є та Лапласа: узагальнення, застосування. Навч.-метод. посібник / Г.П. Лопушанська, А.О. Лопушанський, О.М. М'яус - Вид-во Львів. ун-ту, 2014 -- 153 с.</p> <p>5. Лопушанська Г.П. Математичні моделі з пам'яттю / Г.П. Лопушанська, А.О. Лопушанський, О.М. М'яус // Навчальний посібник. – 2022. - <a href="http://new.mmf.lnu.edu.ua/department/msde">http://new.mmf.lnu.edu.ua/department/msde</a></p> <p>6. Лопушанська Г.П. Інтегральні рівняння і застосування: навч. посібник / Г.П. Лопушанська, А.О. Лопушанський – 2022, 111 с. <a href="http://new.mmf.lnu.edu.ua/department/msde">http://new.mmf.lnu.edu.ua/department/msde</a></p> <p>7. Тацій Р., Стасюк М., Пазен О. Елементи математичного моделювання та прикладної математики : навчальний посібник. Р. 3-7. – Львів : ЛДУ БЖД, 2021. – 182 с. [Електронний ресурс]</p> <p>8. Muneshwar R. A. Solution of linear and non-linear partial differential equations of fractional order / R. A. Muneshwar, K. L. Bondar, Y. H. Shirole // <i>Proyecciones Journal of Mathematics</i> . – 2021. – 40, no 5.—Pp. 1179-1195. <a href="http://dx.doi.org/10.22199/issn.0717-6279-4396">http://dx.doi.org/10.22199/issn.0717-6279-4396</a></p>
<b>Обсяг курсу</b>	<p><b>Загальний обсяг:</b> 150 годин. Аудиторних занять: 64 год., з них 32 год. лекцій та 32 години практичних робіт.</p> <p>Самостійна робота: 86 год. Кредитів: 5.</p>
<b>Очікувані результати навчання</b>	<p>Після завершення цього курсу студент буде <b>знати:</b> основні методи дослідження і розв'язання задач для інтегро-диференціальних рівнянь, зокрема, для рівнянь із дробовими похідними у просторах регулярних і узагальнених функцій;</p> <p><b>вміти:</b> виконувати еквівалентні перетворення лінійних інтегро-диференціальних рівнянь, розв'язувати такі рівняння, зокрема, диференціальні рівняння з дробовими похідними та задачі для них у просторах регулярних і узагальнених функцій.</p>
<b>Ключові слова</b>	інтегро-диференціальне рівняння, похідна дробового порядку, згортка, функція Коші, функція Гріна, узагальнений розв'язок, наближений розв'язок, чисельний розв'язок
<b>Формат курсу</b>	Лекції та практичні заняття, контрольна робота, індивідуальні завдання з доповідями на заняттях, консультації, залік.
<b>Теми</b>	Див. <b>Схема курсу</b>

<b>Підсумковий контроль, форма</b>	Залік у 7-ому семестрі.
<b>Пререквізити</b>	Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з математичного і функціонального аналізу, диференціальних рівнянь, рівнянь математичної фізики, інтегральних рівнянь і теорії узагальнених функцій.
<b>Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу</b>	Проведення лекцій, практичних і семінарських занять.
<b>Необхідне обладнання</b>	Комп'ютер із необхідним програмним забезпеченням, доступ до Internet мережі.
<b>Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)</b>	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою.  Бали нараховуються так:  контрольна робота і по 3 доповіді за індивідуальними завданнями:  <math>20+3 \times 10 = 50</math>; премія за активну роботу на занятті -- 2; всього – 50 за роботу в семестрі.  <b>Залік – 50. Всього – 100.</b></p> <p><b>Остаточна кількість балів</b>, які отримує студент на заліку: загальна кількість балів, набраних за семестр і на заліку, плюс бонусні бали (їх максимум -- 10).</p> <p><b>Академічна доброчесність:</b> Очікується, що роботи студентів будуть оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Списування та втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в написанні завдань є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p><b>Відвідання занять</b> є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та практичні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів робіт, передбачених курсом.</p> <p><b>Література.</b> Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p><b>Політика виставлення балів.</b> Враховуються бали, набрані при поточному контролі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p> <p>Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p>

<b>Питання до заліку чи екзамену</b>	<p>Поняття узагальненої функції однієї змінної. Приклади.</p> <p>Основні дії над узагальненими функціями. Приклади.</p> <p>Фундаментальна функція лінійного диференціального рівняння та її побудова методом варіації сталих.</p> <p>Функція Коші і функція Гріна для звичайних лінійних диференціальних рівнянь</p> <p>Основна властивість фундаментальної функції.</p> <p>Згортка звичайних та узагальнених функцій..</p> <p>Теорема про диференціювання згортки. Застосування згортки.</p> <p>Похідна дробового порядку.</p> <p>Рівняння зі звичайною дробовою похідною.</p> <p>Перетворення Лапласа і його застосування до розв'язання лінійних ІДР.</p> <p>Розв'язки лінійних рівнянь із дробовими похідними.</p> <p>Перетворення Фур'є. Основні властивості.</p> <p>Розв'язання крайових задач для ІДР із частинними похідними, зокрема, для рівняння дифузії з дробовою похідною методом рядів Фур'є.</p> <p>Функція Гріна.</p> <p>Розв'язання крайових задач для рівняння дифузії з дробовою похідною за допомогою функції Гріна.</p>
<b>Опитування</b>	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.

#### Схема курсу

Тиж-ні	Лекційний курс		Практичні заняття		К-сть год сам. роб. Літ-ра
	Назва теми	К-сть год	Назва теми	К-сть год	
1	2	3	4	5	6
1	<i>ІДР. Приклади ІДР із природознавства. Завдання курсу.</i>	2	<i>Задачі і моделі з ІДР. Основні дії над узагальненими функціями (повторення).</i>	2	3,5 [5,7]
2	<i>Згортка звичайних та узагальнених функцій. Рівняння у згортках.</i>	2	<i>Згортка звичайних та узагальнених функцій.</i>	2	]3,5 [4-6]
3	<i>Функція Коші і функція Гріна для звичайних лінійних диференціальних рівнянь</i>	2	<i>Побудова функції Коші і функції Гріна</i>	2	3,5 [4-6]
4	<i>Еквівалентні перетворення лінійних ІДР.</i>	2	<i>Еквівалентні перетворення лінійних ІДР.</i>	2	3,5 [2,4-6]
5	<i>Похідна Рімана-Ліувіля дробового порядку і</i>	2	<i>Похідна Рімана-Ліувіля дробового порядку і</i>	2	3,5 [4-6]

	<i>регуляризована дробова похідна.</i>		<i>регуляризована дробова похідна.</i>		
6	<i>Рівняння з дробовою похідною функції одної змінної.</i>	2	<i>Рівняння з дробовою похідною функції одної змінної.</i>	2	3,5 [4-6]
7	<i>Перетворення Лапласа і його застосування до розв'язання лінійних ІДР.</i>	2	<i>Перетворення Лапласа і його застосування до розв'язання лінійних ІДР.</i>	2	3,5 [4-6]
8	<i>Перетворення Лапласа у задачах для систем рівнянь із дробовими похідними функції одної змінної.</i>	2	<i>Контрольна робота</i>	2	3,5 [4-6]
9	<i>Півлінійні ІДР</i>		<i>Півлінійні ІДР</i>		3,5 [1,5,6]
10	<i>Виведення рівняння дифузії з дробовою похідною.</i>		<i>Задачі і моделі ІДР із частинними похідними</i>		3,5 [5]
11	<i>Розв'язання крайових задач для ІДР із частинними похідними</i>	2	<i>Розв'язання крайових задач для ІДР із частинними похідними.</i>	2	3,5 [5,6,8]
12	<i>Перетворення Фур'є (повторення). Основні властивості.</i>	2	<i>Перетворення Фур'є</i>	2	3,5 [4-6]
13	<i>Розв'язання крайових задач для ІДР з частинними похідними за допомогою інтегральних перетворень</i>	2	<i>Застосування перетворення Фур'є</i>	2	3,5 [5,8]
14	<i>Функція Гріна задачі Коші для рівняння з частинними похідними.</i>	2	<i>Розв'язання задачі Коші для рівняння дифузії з дробовою похідною за часом за допомогою інтегральних перетворень</i>	2	3,5 [5]
15	<i>Розв'язання задачі Коші для рівняння дифузії з дробовою похідною за часом за допомогою функції Гріна</i>	2	<i>Моделі природознавства, що описуються задачею Коші для ІДР з частинними похідними</i>	2	3,5 [5]
16	<i>Наближені розв'язки</i>	2	<i>Чисельні методи</i>		3,5 [3,5]
	<i>Разом</i>	32		32	56