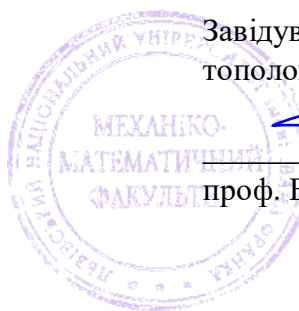


**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Львівський національний університет імені Івана Франка**  
**Механіко-математичний факультет**  
**Кафедра алгебри, топології та основ математики**

**Затверджено**  
на засіданні кафедри алгебри,  
топології та основ математики  
механіко-математичного факультету  
Львівського національного  
університету імені Івана Франка  
(протокол № 1 від 29 серпня 2022 р.)

Завідувач кафедри алгебри,  
топології та основ математики



проф. Банах Т. О.

**Силабус з навчальної дисципліни**

**«ЛІНІЙНА АЛГЕБРА»,**

що викладається в межах ОПП «Комп'ютерна алгебра, криптологія та теорія ігор», «Комп'ютерний аналіз математичних моделей», «Математика. Математична економіка та економетрика», «Середня освіта (Математика)» першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів зі спеціальності 111 – Математика та 014 – Середня освіта

<b>Назва дисципліни</b>	Лінійна алгебра
<b>Адреса викладання дисципліни</b>	Львівський національний університет імені Івана Франка, механіко-математичний факультет Україна, м. Львів, вул. Університетська, 1, 79000
<b>Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна</b>	Механіко-математичний факультет, кафедра алгебри, топології та основ математики
<b>Галузь знань, шифр та назва спеціальності</b>	Галузь знань: 11 Математика та статистика, Спеціальність: 111 Математика Галузь знань: 01 Освіта/Педагогіка Спеціальність: 014 Середня освіта (Математика)
<b>Викладачі дисципліни</b>	<b>Мельник Іванна Орестівна</b> , кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри алгебри, топології та основ математики; <b>Малоїд-Глебова Марта Олександрівна</b> , кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри алгебри, топології та основ математики (веде практичні заняття в першому та другому семестрах).
<b>Контактна інформація викладачів</b>	e-mail: <a href="mailto:ivanna.melnyk@lnu.edu.ua">ivanna.melnyk@lnu.edu.ua</a> <a href="https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/melnyk-i-o">https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/melnyk-i-o</a>  e-mail: <a href="mailto:marta.maloid-glebova@lnu.edu.ua">marta.maloid-glebova@lnu.edu.ua</a> <a href="https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/malojid-hljebova-m-o">https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/malojid-hljebova-m-o</a>  м. Львів, вул. Університетська, 1, ауд. 375 Роб. тел. (032) 239 41 72
<b>Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються</b>	Консультації в день проведення лекцій або практичних занять (за попередньою домовленістю) за адресою: м. Львів, вул. Університетська 1, ауд. 375. Можливі консультації онлайн на платформі Zoom або Microsoft Teams (за попередньою домовленістю). Для погодження часу консультацій слід писати на електронну пошту викладача.
<b>Сторінка дисципліни</b>	<a href="https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/liniyna-algebra-opp-komp-iuterna-algebra-kryptolohiia-ta-ekonometryka">https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/liniyna-algebra-opp-komp-iuterna-algebra-kryptolohiia-ta-ekonometryka</a>  <a href="http://e-learning.lnu.edu.ua/course/view.php?id=3340">http://e-learning.lnu.edu.ua/course/view.php?id=3340</a>
<b>Інформація про дисципліну</b>	Дисципліна «Лінійна алгебра» є нормативною навчальною дисципліною циклу професійної та практичної підготовки зі спеціальності 111 «Математика» для освітніх програм «Комп'ютерна алгебра, криптологія та теорія ігор», «Комп'ютерний аналіз математичних моделей», «Математика. Математична економіка та економетрика», а також зі спеціальності 014 «Середня освіта» для освітньої програми «Середня освіта (Математика)», яка викладається в першому і другому семестрах в обсязі 7 кредитів (перший семестр – 3 кредити, другий семестр – 4 кредити) (за Європейською кредитно-трансферною системою ECTS).
<b>Коротка анотація дисципліни</b>	Курс «Лінійна алгебра» викладається для здобувачів першого (бакалаврського) рівня першого року навчання. Навчальний курс розроблено таким чином, щоб надати учасникам необхідні знання для отримання загальних і фахових компетенцій з лінійної алгебри, що дозволить засвоювати пов'язані з нею дисципліни та використовувати

	набуті знання в професійній діяльності. Саме тому у курсі розглядаються системи лінійних алгебраїчних рівнянь, лінійні простори, лінійні оператор, квадратичні форми.
<b>Мета та цілі дисципліни</b>	<p>Метою вивчення нормативної навчальної дисципліни циклу професійної та практичної підготовки «Лінійна алгебра» є ознайомлення та оволодіння сучасними методами, теоретичними положеннями та основними застосуваннями лінійної алгебри в різних задачах математики, економіки, механіки, фізики та інших наук.</p> <p>Зазначена мета зумовила структуру і зміст навчальної програми, в якій основну увагу приділено вивченню базових понять лінійної алгебри, підготовці до використання набутих знань в подальших навчальних курсах, сприянню розвитку логічного та аналітичного мислення студентів.</p>
<b>Література для вивчення дисципліни</b>	<p style="text-align: center;"><b>ОСНОВНА</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li><i>Зеліско В. Р., Зеліско Г. В.</i> Основи лінійної алгебри і аналітичної геометрії. – Львів: Видавничий центр ЛНУ ім. І.Франка, 2011. – 326 с.</li> <li><i>Андрійчук В. І., Забавський Б. В.</i> Алгебра і теорія чисел. – Львів: ЛНУ ім. І. Франка, 2009. – 266 с.</li> <li><i>Андрійчук В. І., Забавський Б. В.</i> Лінійна алгебра. – Львів: Видавничий центр ЛНУ ім. І.Франка, 2008. – 238 с.</li> <li><i>Романів О. М.</i> Лінійна алгебра. Частина 2: підручник – Львів: Видавець І. Е. Чижиков, 2014. – 279 с.</li> <li><i>Зеліско В. Р., Зеліско Г. В.</i> Лінійна алгебра і аналітична геометрія. Практикум. – Львів: Видавничий центр ЛНУ ім. І. Франка, 2014. – 374 с.</li> <li><i>Безущак О. О., Ганюшкін О. Г., Кочубінська Є. А.</i> Навчальний посібник з лінійної алгебри для студентів механіко-математичного факультету / – К.: ВПЦ "Київський університет", 2019. – 224 с.</li> <li><i>Strang G.</i> Introduction to Linear Algebra. 5<sup>th</sup> ed. – Wellesley-Cambridge Press, 2016. – 574 p.</li> </ol> <p style="text-align: center;"><b>ДОПОМІЖНА</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li><i>Завало С. Т.</i> Курс алгебри. – К.: Вища школа, 1985. – 503 с.</li> <li><i>Завало С. Т.</i> Алгебра і теорія чисел. Практикум. Ч. 1 / С. Т. Завало, В. Н. Костарчук, Б. І. Хацет. – К.: Вища школа, 1977. – 397 с.</li> <li><i>Завало С. Т.</i> Алгебра і теорія чисел. Практикум. Ч. 2 / С. Т. Завало, С. С. Левіщенко, В. В. Пилаєв, І. О. Рокицький. – К.: Вища школа, 1986. – 264 с.</li> <li><i>Завало С. Т.</i> Алгебра і теорія чисел: у 2 ч : підручник для студ. мат. спец. Ч. 1 / С. Т. Завало, В. М. Костарчук, Б. І. Хацет. – К.: Вища школа, 1974. – 462 с.</li> <li><i>Завало С. Т.</i> Алгебра і теорія чисел: у 2 ч : підручник для студ. мат. спец. Ч. 2 / С. Т. Завало, В. Н. Костарчук, Б. І. Хацет. – К.: Вища школа, 1976. – 381 с.</li> <li><i>Романів О.</i> Алгебра. Ч. 1: Тексти лекцій. – Львів: Видавничий центр ЛНУ ім. І. Франка, 2006. – 84 с.</li> <li>Методичні рекомендації до розв’язування задач з алгебри / Уклад. В. Р. Зеліско, І. О. Мельник. – Львів: Видавничий центр ЛНУ ім. І. Франка, 2010. – 42 с.</li> <li>Навчально-методичний посібник з алгебри і теорії чисел / Уклад. О. Л. Горбачук, М. Я. Комарницький, Ю. П. Матурін. – Львів: Видавничий центр ЛНУ ім. І.Франка, 2006. – 106 с.</li> <li>Методичні рекомендації з алгебри / Уклад. О. Л. Горбачук, М. Я. Комарницький, Ю. П. Матурін. – Львів: Видавничий центр ЛНУ ім. І.Франка, 2005. – 58 с.</li> </ol>

	<p>10. Навчально-методичний посібник з лінійної алгебри. Ч. 1 / Уклад. В. І. Андрійчук, О. Л. Горбачук, Ю. П. Матурін, І. Я. Тушницький. – Львів: Видавничий центр ЛНУ ім. І.Франка, 2005. – 75 с.</p> <p>11. Навчально-методичний посібник з лінійної алгебри. Ч. 2 / Уклад. В. І. Андрійчук, О. Л. Горбачук, Ю. П. Матурін, І. Я. Тушницький. – Львів: Видавничий центр ЛНУ ім. І.Франка, 2005. – 62 с.</p> <p style="text-align: center;"><b>ІНТЕРНЕТ-РЕСУРСИ</b></p> <p>1. Мельник І. О. Електронний курс «Лінійна алгебра» – Режим доступу: <a href="http://e-learning.lnu.edu.ua/course/view.php?id=3340">http://e-learning.lnu.edu.ua/course/view.php?id=3340</a></p> <p>2. Романів О. М. Лінійна алгебра. Перший семестр. Електронний курс. – Режим доступу: <a href="http://www.mmf.lnu.edu.ua/algstu/446">http://www.mmf.lnu.edu.ua/algstu/446</a></p> <p>3. Романів О. М. Лінійна алгебра. Другий семестр. Електронний курс. – Режим доступу: <a href="http://www.mmf.lnu.edu.ua/algstu/301">http://www.mmf.lnu.edu.ua/algstu/301</a></p>
<b>Тривалість курсу</b>	Два семестри
<b>Обсяг дисципліни</b>	<p><b>Загальний обсяг:</b> 210 годин.</p> <p>Всього аудиторних занять: 128 годин. З них 64 години лекцій, 64 години лабораторних занять.</p> <p>Самостійна робота: 82 години. Кредитів: 7.</p> <p><b>1-ий семестр:</b> Загальний обсяг: 90 годин. Аудиторних занять: 64 год., з них 32 год. лекцій та 32 годин практичних занять. Самостійна робота: 26 год. Кредитів – 3.</p> <p><b>2-ий семестр:</b> Загальний обсяг: 120 годин. Аудиторних занять: 64 год., з них 32 год. лекцій та 32 годин практичних занять. Самостійна робота: 56 год. Кредитів – 4.</p>
<b>Очікувані результати навчання</b>	<p>Після завершення курсу «Лінійна алгебра» студент буде володіти сучасними методами і теоретичними положеннями лінійної алгебри та вмінні застосовувати її в подальшій професійній діяльності.</p> <p>У результаті вивчення навчальної дисципліни відповідно до освітньої програми формуються <b>програмні компетентності</b>.</p> <p style="text-align: center;"><b>Інтегральна компетентність</b></p> <p>Здатність розв'язувати складні математичні задачі та практичні проблеми у професійній діяльності або у процесі навчання, що передбачає застосування теорій та методів математики, статистики й комп'ютерних технологій і характеризується комплексністю та/або невизначеністю умов.</p> <p style="text-align: center;"><b>Загальні компетентності</b></p> <p><b>ЗК-1.</b> Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.</p> <p><b>ЗК-2.</b> Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.</p> <p><b>ЗК-3.</b> Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності.</p> <p><b>ЗК-7.</b> Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями.</p> <p><b>ЗК-9.</b> Здатність приймати обґрунтовані рішення.</p> <p style="text-align: center;"><b>Фахові компетентності спеціальності</b></p> <p><b>СК-1.</b> Здатність формулювати проблеми математично та в символічній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання.</p> <p><b>СК-2.</b> Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі.</p> <p><b>СК-3.</b> Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок.</p> <p><b>СК-4.</b> Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і</p>

	<p>відрізнити правдоподібні аргументи від формально бездоганих.</p> <p><b>СК-6.</b> Здатність розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем.</p> <p><b>СК-8.</b> Здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів.</p> <p><b>Програмні результати навчання</b></p> <p><b>РН-1.</b> Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці.</p> <p><b>РН-3.</b> Знати принципи <i>modus ponens</i> (правило виведення логічних висловлювань) та <i>modus tollens</i> (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень.</p> <p><b>РН-4.</b> Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми.</p> <p><b>РН-7.</b> Пояснювати математичні концепції мовою, зрозумілою для нефаківців у галузі математики.</p> <p><b>РН-10.</b> Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями.</p> <p><b>РН-11.</b> Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей.</p> <p><b>РН-15.</b> Знати теоретичні основи і застосовувати алгебраїчні методи для вивчення математичних структур.</p>
<b>Ключові слова</b>	Матриця, визначник, система лінійних алгебраїчних рівнянь, комплексне число, многочлен, поліном, корінь многочлена, лінійний простір, база лінійного простору, лінійний оператор, власне значення, власний вектор лінійного оператора, евклідів та унітарний простір, ортогональний оператор, самоспряжений оператор, квадратична форма.
<b>Формат дисципліни</b>	Очний
<b>Теми</b>	Перелік тем подано в додатку у формі схеми курсу.
<b>Підсумкові й контроль, форма</b>	Іспити в кінці першого і другого семестрів в письмовій формі.
<b>Пререквізита</b>	Для вивчення дисципліни студенти потребують базових знань зі шкільного курсу математики, достатніх для сприйняття категоріального апарату.
<b>Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання дисципліни</b>	Лекції, виконання лабораторних робіт, консультації.
<b>Необхідне обладнання</b>	Дошка, крейда, навчальні посібники, мультимедійний проектор, комп'ютер, доступ до мережі «Інтернет», доступ до платформ Microsoft Teams, Zoom, Telegram, електронна пошта.
<b>Критерії оцінювання</b>	Контроль здійснюється у формі контрольних робіт та колоквиумів. Бали нараховуються за таким співвідношенням:

**(окремо для кожного виду навчальної діяльності)**

- робота під час лабораторних занять (14 занять): 7% семестрової оцінки; максимальна кількість балів – 7; участь в кожному лабораторному занятті оцінюється в 0,5 бала,  $0,5 \times 14 = 7$ .
- 2 контрольні роботи (практична частина курсу): 20% семестрової оцінки; дві контрольні роботи: контрольна робота №1 – 12 балів, контрольна робота №2 – 11 балів; максимальна кількість балів – 23;  $12 + 11 = 23$ .
- 2 колоквиуми (теоретична частина курсу): 20% семестрової оцінки; максимальна кількість балів – 20;  $10 \times 2 = 20$ .
- іспит: 50% семестрової оцінки; максимальна кількість балів – 50. Форма підсумкового контролю успішності навчання – екзамен.

Іспит проходить у письмовій формі. У кожному екзаменаційному білеті міститься по п'ять питань: два теоретичних питання з різних змістовних модулів курсу, а також три задачі. Оцінка за семестр є сумою балів поточного контролю та балів, отриманих під час іспиту.

Підсумкова максимальна кількість балів – 100.

Порядок вивчення та оцінювання дисципліни доводиться до відома студентів протягом семестру. Успішність навчання студентів оцінюється за шкалою.

**Шкала оцінювання: Університету, національна та ECTS**

Оцінка в балах	Оцінка ECTS	За національною шкалою	
		Екзаменаційна оцінка, оцінка з диференційованого заліку	Залік
90 – 100	A	Відмінно	Зараховано
81-89	B	Добре	
71-80	C		
61-70	D	Задовільно	
51-60	E		
0-50	F/FX	Незадовільно з можливістю повторного складання	Не зараховано можливістю повторного складання

Бали в діапазоні 90–100 означають, що студент виявив всебічні, систематизовані, глибокі знання програмного матеріалу, вміння вільно виконувати завдання передбачені програмою. Знання основної і ознайомлення з додатковою літературою, передбачених програмою на рівні творчого використання.

Бали в діапазоні 71–89 означають, що студент виявив загалом добрі знання навчального матеріалу, але допустив ряд помітних помилок, показав систематичний характер знань з дисципліни, здатний їх використовувати та поповнювати в процесі подальшого навчання.

Бали в діапазоні 61–70 означають, що студент виявив знання основного навчального матеріалу, справився з виконанням завдань, передбачених програмою, ознайомився з основою літературою, рекомендованою програмою, допустив значну кількість помилок у відповідях на запитання, тестуванні, при виконанні завдань.

Бали в діапазоні 51–60 свідчать про значні недоліки в знаннях основного навчального матеріалу, про принципові помилки при виконанні передбачених програмою завдань.

Бали в діапазоні 1–50 означають, що студент не мав знань зі значної частини навчального матеріалу, допускав принципові помилки при виконанні

	<p>більшості передбачених програмою завдань, неспроможний самостійно засвоїти програмний матеріал і потребує повторного вивчення дисципліни.</p> <p><b>Письмові роботи:</b> Очікується, що студенти протягом семестру виконають дві контрольні роботи та два колоквиуми. Варіант контрольної роботи включає в себе задачі відповідного змістовного модуля різних типів та рівнів складності. Колоквиум передбачає виконання тестових теоретичних завдань та надання розгорнутих відповідей на теоретичні питання з доведеннями теорем.</p> <p><b>Академічна доброчесність.</b> Очікується, що студенти виконуватимуть навчальні завдання, завдання поточного та підсумкового контролю самостійно, не користуються недозволеними засобами, не видають за свої результати роботи інших людей. При використанні чужих ідей і тверджень у власних роботах посилаються на використані джерела інформації. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману. Жодні форми недоброчесності не толеруються.</p> <p><b>Відвідування занять</b> є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та лабораторні заняття дисципліни. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. За згодою декана та викладача дозволяється перейти на індивідуальний графік занять. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів виконання усіх передбачених видів робіт.</p> <p><b>Література.</b> Література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, може бути надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p><b>Політика виставлення балів.</b> Враховуються бали поточного та підсумкового контролю, а також самостійної роботи. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвочасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p>
<p><b>Питання до екзамену</b></p>	<p style="text-align: center;"><b>Перший семестр</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Матриці, лінійні операції над ними.</li> <li>2. Добуток матриць.</li> <li>3. Транспонована матриця.</li> <li>4. Системи лінійних алгебричних рівнянь. Форми запису СЛАР.</li> <li>5. Східчасті матриці та східчасті системи рівнянь.</li> <li>6. Елементарні перетворення систем лінійних рівнянь. Еквівалентні системи лінійних алгебричних рівнянь.</li> <li>7. Елементарні перетворення матриць. Елементарні матриці, їх зв'язок з елементарними перетвореннями.</li> <li>8. Метод Гаусса (виключення невідомих) розв'язування систем лінійних рівнянь.</li> <li>9. Перестановки, транспозиції. Лема про транспозицію.</li> <li>10. Визначники <math>n</math>-го порядку, їх властивості.</li> <li>11. Мінори та алгебричні доповнення. Теорема Лапласа.</li> <li>12. Розклад визначника за рядком (стовпцем).</li> <li>13. Визначник добутку матриць.</li> <li>14. Обернена матриця: існування, єдиність, властивості.</li> </ol>

	<ol style="list-style-type: none"> <li>15. Знаходження оберненої матриці методом елементарних перетворень.</li> <li>16. Матричні рівняння. Матричний метод розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь.</li> <li>17. Арифметичний лінійний простір <math>\mathbb{R}^n</math>. Вектори та лінійні операції над ними.</li> <li>18. Лінійно залежні та лінійно незалежні системи векторів. Леми про лінійну залежність.</li> <li>19. Теорема про заміну.</li> <li>20. Лема про базисний мінор.</li> <li>21. Ранг матриці (за рядками, стовпцями, мінорами). Теорема про ранг матриці.</li> <li>22. Властивості рангу матриці.</li> <li>23. Теорема Кронекера-Капеллі.</li> <li>24. Формули Крамера.</li> <li>25. Загальний розв'язок системи лінійних алгебраїчних рівнянь, його структура.</li> <li>26. Однорідні системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Простір розв'язків.</li> <li>27. Фундаментальна система розв'язків однорідної системи лінійних алгебраїчних рівнянь.</li> <li>28. Алгебраїчні операції.</li> <li>29. Групи та підгрупи.</li> <li>30. Циклічні підгрупи і групи.</li> <li>31. Групи підстановок.</li> <li>32. Кільця і поля.</li> <li>33. Поле комплексних чисел.</li> <li>34. Алгебраїчна форма комплексного числа.</li> <li>35. Тригонометрична форма комплексного числа.</li> <li>36. Формула Муавра.</li> <li>37. Корені <math>n</math>-го степеня з комплексного числа.</li> <li>38. Корені <math>n</math>-го степеня з одиниці. Первісні корені <math>n</math>-го степеня з одиниці.</li> <li>39. Кільце многочленів від одної змінної.</li> <li>40. Ділення з остачею в кільці многочленів.</li> <li>41. Найбільший спільний дільник (НСД) і найменше спільне кратне (НСК) в кільці многочленів.</li> <li>42. Алгоритм Евкліда.</li> <li>43. Незвідні многочлени. Канонічний розклад многочлена.</li> <li>44. Корені многочленів і лінійні множники. Теорема Безу та наслідки з неї. Формули Вієта.</li> <li>45. Кратні корені і кратні множники.</li> <li>46. Многочлени над полями дійсних та комплексних чисел. Основна теорема алгебри.</li> </ol>
<p><b>Питання до екзамену</b></p>	<p style="text-align: center;"><b>Другий семестр</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Лінійні простори. Означення і приклади.</li> <li>2. Лінійна залежність в лінійному просторі.</li> <li>3. База і координати вектора стосовно бази.</li> <li>4. Розмірність лінійного простору.</li> <li>5. Матриця переходу від однієї бази до іншої. Зв'язок координат вектора в різних базах.</li> <li>6. Підпростори лінійного простору. Лінійна оболонка.</li> <li>7. Перетин і сума підпросторів.</li> <li>8. Пряма сума підпросторів.</li> <li>9. Розмірність суми підпросторів.</li> <li>10. Ізоморфізми та гомоморфізми лінійних просторів, їх властивості. Ізоморфізми лінійних просторів однакової розмірності.</li> </ol>



	<ol style="list-style-type: none"> <li>11. Лінійні оператори, їх властивості. Матриця лінійного оператора.</li> <li>12. Зв'язок матриць лінійного оператора в різних базах. Подібність матриць.</li> <li>13. Дії над лінійними операторами. Матриці суми, добутку лінійних операторів та добутку оператора на скаляр. Алгебра лінійних операторів.</li> <li>14. Ізоморфність алгебри лінійних операторів та алгебри матриць.</li> <li>15. Ядро і образ лінійного оператора. Ранг і дефект лінійного оператора, зв'язок між ними.</li> <li>16. Невироджений оператор. Обернений оператор.</li> <li>17. Власні значення і власні вектори лінійного оператора. Властивості власних векторів. Власний підпростір. Характеристичний многочлен. Інваріантність характеристичного многочлена.</li> <li>18. Алгебраїчна і геометрична кратність власних значень лінійного оператора.</li> <li>19. Матриці, подібні до діагональної. Лінійні оператори простої структури. Лінійні оператори з простим спектром.</li> <li>20. Жорданова нормальна форма матриці лінійного оператора.</li> <li>21. Теорема Гамільтона-Келі.</li> <li>22. Скалярний добуток в лінійних просторах. Евклідові та унітарні простори.</li> <li>23. Метричні поняття в лінійних просторах зі скалярним добутком. Довжина (норма) вектора. Нерівність Коші-Буняковського. Кут між векторами в евклідовому просторі.</li> <li>24. Ортогональність в лінійному просторі. Ортогональні вектори. Ортогональні та ортонормовані бази.</li> <li>25. Процес ортогоналізації Грама-Шмідта.</li> <li>26. Ортогональні підпростори та ортогональні доповнення.</li> <li>27. Спряжений оператор, його існування та єдиність. Матриця спряженого оператора. Властивості спряження.</li> <li>28. Нормальні оператори.</li> <li>29. Ізометричні оператори.</li> <li>30. Матриця і спектр унітарного та ортогонального оператора. Канонічний вигляд матриці ортогонального оператора. Класифікація ортогональних операторів. Теорема Ейлера.</li> <li>31. Самоспряжені оператори. Ермітові та симетричні оператори, їх властивості.</li> <li>32. Лінійні функціонали та лінійні форми.</li> <li>33. Білінійні функціонали та білінійні форми. Матриця білінійної форми в різних базах. Зв'язок матриць білінійної форми в різних базах.</li> <li>34. Симетричні білінійні форми та їх матриці.</li> <li>35. Квадратичні функціонали та квадратичні форми. Матриця і ранг квадратичної форми.</li> <li>36. Зведення квадратичної форми до головних осей.</li> <li>37. Метод Лагранжа зведення квадратичної форми до канонічного вигляду.</li> <li>38. Канонічний та нормальний вигляд квадратичної форми. Інваріанти квадратичних форм.</li> <li>39. Закон інерції дійсної квадратичної форми.</li> <li>40. Додатно визначені квадратичні форми. Критерій Сильвестра.</li> </ol>
<b>Опитування</b>	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано після завершення курсу.

## ДОДАТОК

### Схема курсу

## Перший семестр

Тиж- день, год.	Тема, план, короткі тези	Форма діяльності (заняття)* *лекція, самостійна, дискусія, групова робота)	Література. Ресурси в Інтернеті	Завдання, год.	Термін виконан- ня
1	2	3	4	5	6
Перший тиждень, 4 год.	<b>Тема 1. Матриці та дії над ними</b> Основні відомості про матриці, види матриць. Лінійні операції над матрицями, їх властивості. Добуток матриць, його властивості. Властивості, пов'язані з одиничною матрицею. Транспонована матриця, властивості. Види квадратних матриць (симетрична, кососиметрична, стохастична, блочні матриці, трикутні, східчасті матриці).	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни Б. л.[1, 2, 5, 7], Д. л. [1,2, 4, 6, 7, 8, 9, 10] І. р.: [1, 2]	Опрацювати рекомендовану літературу, підготуватись до лабораторного заняття, 1 год.	Один тиждень
	<b>Тема 1. Матриці та дії над ними</b> Дій над матрицями: додавання матриць та множення матриць на число, множення матриць, транспонування. Знаходження значення многочлена від матриці.	Лабораторне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни Б. л.[1, 2, 5, 7], Д. л. [1,2, 4, 6, 7, 8, 9, 10], І. р.: [1, 2]	Опрацювати рекомендовану літературу, виконати домашнє завдання, 1 год.	Один тиждень
Другий тиждень, 4 год.	<b>Тема 2. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь</b> Системи лінійних алгебраїчних рівнянь, їх класифікація, різні форми запису. Основна і розширена матриці системи лінійних рівнянь. Елементарні перетворення систем лінійних рівнянь та їх матриць. Еквівалентні системи та матриці. Елементарні матриці, зв'язок з елементарними перетвореннями.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни Б. л.[1, 2, 5, 7], Д. л. [1,2, 4, 6, 7, 8, 9, 10] І. р.: [1, 2]	Опрацювати рекомендовану літературу, підготуватись до лабораторного заняття, 1 год.	Один тиждень
	<b>Тема 2. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь</b> Метод Гауса (виключення невідомих) розв'язування систем лінійних рівнянь: прямий і зворотній хід. Дослідження систем лінійних алгебраїчних рівнянь.	Лабораторне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни Б. л.[1, 2, 5, 7], Д. л. [1,2, 4, 6, 7, 8, 9, 10] І. р.: [1, 2]	Опрацювати рекомендовану літературу, виконати домашнє завдання, 1 год.	Один тиждень
Третій тиждень, 4 год.	<b>Тема 3. Визначники</b> Перестановки, транспозиції. Лема про транспозицію. Означення визначника квадратної матриці довільного порядку. Властивості визначників $n$ -го порядку.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни Б. л.[1,5], Д. л. [1,4, 7, 8, 9, 10]	Опрацювати рекомендовану літературу, підготуватись до лабораторного заняття, 1 год.	Один тиждень
	<b>Тема 3. Визначники</b> Визначники другого і третього порядку. Правило Крамера розв'язування систем лінійних рівнянь другого і третього порядку. Перестановки. Означення визначника $n$ -го порядку, його обчислення з використанням властивостей.	Лабораторне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни Б. л.[1, 2, 5, 7], Д. л. [1,2, 4, 6, 7, 8, 9, 10] І. р.: [1, 2]	Опрацювати рекомендовану літературу, виконати домашнє завдання, 0, 5 год.	Один тиждень
1	2	3	4	5	6
Четвертий тиждень,	<b>Тема 3. Визначники</b> Мінори та алгебраїчні доповнення. Теорема Лапласа. Розклад визначника	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Опрацювати рекомендовану літературу,	Один тиждень

4 год.	за рядком (стовпцем). Визначники матриць спеціального вигляду (квазітрикутних, блочних, трикутних). Визначник добутку матриць.		Б. л.[1, 2, 5, 7], Д. л. [1,2, 4, 6, 7, 8, 9, 10] І. р.: [1, 2]	підготуватись до лабораторного заняття, 1 год.	
	<b>Тема 3. Визначники</b> Обчислення визначників вищих порядків різними методами. Розклад за рядком (стовпцем), зведення до трикутного вигляду, виділення лінійних множників (визначник Вандермонда), метод рекурентних співвідношень.	Лабораторне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни Б. л.[1, 2, 5, 7], Д. л. [1,2, 4, 6, 7, 8, 9, 10] І. р.: [1, 2]	Опрацювати рекомендовану літературу, виконати домашнє завдання, 1 год.	Один тиждень
П'ятий тиждень, 4 год.	<b>Тема 4. Обернена матриця</b> Обернена матриця. Існування та єдиність оберненої матриці. Формула оберненої матриці. Невироджені матриці, критерій невинродженості матриць. Знаходження оберненої матриці елементарними перетвореннями.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни Б. л.[1, 2, 5, 7], Д. л. [1,2, 4, 6, 7, 8, 9, 10] І. р.: [1, 2]	Опрацювати рекомендовану літературу, підготуватись до лабораторного заняття, 0,5 год.	Один тиждень
	<b>Тема 4. Обернена матриця</b> Обчислення оберненої матриці за формулою та елементарними перетвореннями. Розв'язування матричних рівнянь. Матричні рівняння. Розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь з допомогою оберненої матриці (матричний метод).	Лабораторне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни Б. л.[1, 2, 5, 7], Д. л. [1,2, 4, 6, 7, 8, 9, 10] І. р.: [1, 2]	Опрацювати рекомендовану літературу, виконати домашнє завдання, 0,5 год.	Один тиждень
Шостий тиждень, 4 год.	<b>Тема 5. Арифметичний лінійний простір</b> Вектори в $\mathbb{R}^n$ та лінійні операції над ними. Лінійно залежні та лінійно незалежні системи векторів. Леми про лінійну залежність. Теорема про заміну. Підпростори в $\mathbb{R}^n$ . База і розмірність арифметичного лінійного простору. Теорема про базу.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни Б. л.[1, 2, 5, 7], Д. л. [1,2, 4, 6, 7, 8, 9, 10] І. р.: [1, 2]	Опрацювати рекомендовану літературу, підготуватись до лабораторного заняття, 0,5 год.	Один тиждень
	<b>Тема 5. Арифметичний лінійний простір</b> Дослідження на лінійну залежність в $\mathbb{R}^n$ систем векторів. Доведення тверджень про лінійну залежність систем векторів.	Лабораторне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни Б. л.[1, 2, 5, 7], Д. л. [1,2, 4, 6, 7, 8, 9, 10] І. р.: [1, 2]	Опрацювати рекомендовану літературу, виконати домашнє завдання, 0,5 год.	Один тиждень
Сьомий тиждень, 4 год.	<b>Тема 6. Ранг матриці</b> Ранг системи векторів. Ранг матриці (за рядками, стовпцями, мінорами). Базисний мінор. Лема про базисний мінор. Теорема про ранг матриці. Властивості рангу матриці. Ранг добутку і суми матриць. Метод обведення мінорів знаходження рангу матриці. Метод елементарних перетворень знаходження рангу матриці.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни Б. л.[1, 2, 5, 7], Д. л. [1,2, 4, 6, 7, 8, 9, 10] І. р.: [1, 2]	Опрацювати рекомендовану літературу, підготуватись до лабораторного заняття, 1 год.	Один тиждень
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
	<b>Тема 6. Ранг матриці</b> Обчислення рангу матриці методами елементарних перетворень та	Лабораторне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Опрацювати рекомендовану літературу,	Один тиждень

	обведення мінорів. Властивості рангу матриці.		Б. л.[1, 2, 5, 7], Д. л. [1,2, 4, 6, 7, 8, 9, 10] І. р.: [1, 2]	виконати домашнє завдання, 0,5 год.	
Восьмий тиждень, 4 год.	<b>Тема 7. Однорідні та неоднорідні системи лінійних алгебраїчних рівнянь</b> Критерії сумісності та визначеності системи лінійних неоднорідних рівнянь. Теорема Кронекера-Капеллі. Правило Крамера. Будова загального розв'язку системи лінійних рівнянь. Однорідні системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Простір розв'язків. Фундаментальна система розв'язків. Теорема про будову множини розв'язків системи лінійних алгебраїчних рівнянь.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни Б. л.[1, 2, 5, 7], Д. л. [1,2, 4, 6, 7, 8, 9, 10] І. р.: [1, 2]	Опрацювати рекомендовану літературу, підготуватись до лабораторного заняття. Підготовка до контролю знань, 1,5 год.	Один тиждень
	<b>Тема 7. Однорідні та неоднорідні системи лінійних алгебраїчних рівнянь</b> Дослідження систем лінійних рівнянь. Розв'язування систем методом Крамера. Розв'язування лінійних однорідних систем рівнянь. Знаходження фундаментальної системи розв'язків..	Лабораторне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни Б. л.[1, 2, 5, 7], Д. л. [1,2, 4, 6, 7, 8, 9, 10] І. р.: [1, 2]	Опрацювати рекомендовану літературу, виконати домашнє завдання. Підготовка до контролю знань 1,5 год.	Один тиждень
Дев'ятий тиждень, 4 год.	Колоквіум №1	Лекція, 2 год.			Один тиждень
	Контрольна робота №1	Лабораторне заняття, 2 год.			Один тиждень
Десятий тиждень, 4 год.	<b>Тема 8. Основні алгебраїчні структури</b> Групи. Приклади. Підгрупи. Циклічні групи та підгрупи. Порядок групи та порядок елемента групи. Симетрична і знакозмінна групи. Підстановки. Транспозиції. Розклад підстановки у добуток циклів та транспозицій. Суміжні класи, їх властивості. Теорема Лагранжа. Нормальні підгрупи. Фактор-групи.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни Б. л.[1, 2, 5, 7], Д. л. [1,2, 4, 6, 7, 8, 9, 10] І. р.: [1, 2]	Опрацювати рекомендовану літературу, підготуватись до лабораторного заняття, 1 год.	Один тиждень
	<b>Тема 8. Основні алгебраїчні структури</b> Групи та підгрупи. Групи $S_n$ та $A_n$ . Розклад на цикли і транспозиції.	Лабораторне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни Б. л.[1, 2, 5, 7], Д. л. [1,2, 4, 6, 7, 8, 9, 10] І. р.: [1, 2]	Опрацювати рекомендовану літературу, виконати домашнє завдання, 1 год.	Один тиждень
Одинадцятий тиждень, 4 год.	<b>Тема 8. Основні алгебраїчні структури</b> Кільця і поля. Основні властивості. Поняття дільників нуля і одиниці в кільці. Підкільця та ідеали. Фактор-кільця. Кільце цілих чисел за модулем $m$ . Гомоморфізми та ізоморфізми груп, кілець та полів.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни Б. л.[1, 2, 5, 7], Д. л. [1,2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10] І. р.: [1, 2]	Опрацювати рекомендовану літературу, підготуватись до лабораторного заняття, 1 год.	Один тиждень
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
	<b>Тема 8. Основні алгебраїчні структури</b> Кільця, підкільця, поля.	Лабораторне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Опрацювати рекомендовану літературу,	Один тиждень

			Б. л.[1, 2, 5, 7], Д. л. [1,2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10], І. р.: [1, 2]	виконати домашнє завдання, 1 год.	
Дванадцятий тиждень, 4 год.	<b>Тема 9. Комплексні числа</b> Побудова поля комплексних чисел. Алгебраїчна форма комплексного числа. Геометрична інтерпретація комплексних чисел. Поняття модуля й аргумента комплексного числа. Тригонометрична форма комплексного числа. Формули переходу від алгебраїчної форми запису до тригонометричної і навпаки.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни Б. л.[1, 2, 5, 7], Д. л. [1,2, 4, 6, 7, 8, 9, 10] І. р.: [1, 2]	Опрацювати рекомендовану літературу, підготуватись до лабораторного заняття, 1 год.	Один тиждень
	<b>Тема 9. Комплексні числа</b> Дії над комплексними числами в алгебраїчній формі. Розв'язування квадратних рівнянь в $\mathbb{C}$ . Знаходження квадратного кореня з комплексного числа.	Лабораторне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни Б. л.[1, 2, 5, 7], Д. л. [1,2, 4, 6, 7, 8, 9, 10] І. р.: [1, 2]	Опрацювати рекомендовану літературу, виконати домашнє завдання, 0,5 год.	Один тиждень
Тринадцятий тиждень, 4 год.	<b>Тема 9. Комплексні числа</b> Дії над комплексними числами в тригонометричній формі: множення і ділення. Піднесення до степеня комплексного числа. Формула Муавра. Корені $n$ -го степеня з комплексного числа. Геометрична інтерпретація. Формули для добування коренів $n$ -го степеня з одиниці. Зв'язок між коренями. Геометрична інтерпретація на одиничному колі.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни Б. л.[1, 2, 5, 7], Д. л. [1,2, 4, 6, 7, 8, 9, 10] І. р.: [1, 2]	Опрацювати рекомендовану літературу, підготуватись до лабораторного заняття, 1 год.	Один тиждень
	<b>Тема 9. Комплексні числа</b> Зображення комплексних чисел на площині. Дії над комплексними числами в тригонометричній формі. Формула Муавра, її застосування. Корені з комплексних чисел. Група коренів з одиниці.	Лабораторне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни Б. л.[1, 2, 5, 7], Д. л. [1,2, 4, 6, 7, 8, 9, 10] І. р.: [1, 2]	Опрацювати рекомендовану літературу, виконати домашнє завдання, 0,5 год.	Один тиждень
Чотирнадцятий тиждень, 4 год.	<b>Тема 10. Кільце многочленів від одної змінної</b> Побудова кільця многочленів від одної змінної над комутативним кільцем з одиницею. Алгоритм ділення з остачею в кільці многочленів. Схема Горнера. Відношення подільності в кільці многочленів. Найбільший спільний дільник і найменше спільне кратне. Алгоритм Евкліда в кільці многочленів. Лінійне зображення НСД. Незвідні многочлени. Розклад многочлена на незвідні множники.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни Б. л.[1, 2, 5, 7], Д. л. [1,2, 4, 6, 7, 8, 9, 10] І. р.: [1, 2]	Опрацювати рекомендовану літературу, підготуватись до лабораторного заняття, 1 год.	Один тиждень
	<b>Тема 10. Кільце многочленів від одної змінної</b> Ділення з остачею в кільці многочленів. Схема Горнера. Знаходження НСД та НСК. Алгоритм Евкліда. Лінійне зображення НСД.	Лабораторне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни Б. л.[1, 2, 5, 7], Д. л. [1,2, 4, 6, 7, 8, 9, 10], І. р.: [1, 2]	Опрацювати рекомендовану літературу, виконати домашнє завдання, 1 год.	Один тиждень
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
П'ятнадцятий тиждень,	<b>Тема 11. Корені многочленів</b> Корені многочленів і лінійні множники. Теорема Безу. Формули	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Опрацювати рекомендовану літературу,	Один тиждень

4 год.	Вієта. Кратні корені і кратні множники. Критерій кратності кореня многочлена. Многочлени над полями дійсних та комплексних чисел. Основна теорема алгебри.		Б. л.[1, 2, 5, 7], Д. л. [1,2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10] І. р.: [1, 2]	підготуватись до лабораторного заняття. Підготовка до контролю знань, 1,5 год.	
	<b>Тема 11. Корені многочленів</b> Многочлени з дійсними коефіцієнтами, їх корені. Застосування теорем Безу та Вієта. Розклад многочленів на незвідні множники.	Лабораторне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни Б. л.[1, 2, 5, 7], Д. л. [1,2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10] І. р.: [1, 2]	Опрацювати рекомендовану літературу, виконати домашнє завдання. Підготовка до контролю знань 1,5 год.	Один тиждень
Шістнадцятий тиждень, 4 год.	Колоквіум №2	Лекція, 2 год.			Один тиждень
	Контрольна робота №2	Лабораторне заняття, 2 год.			Один тиждень
64 год.		32 год. лекцій, 32 год. лабораторних занять		26 год. самостійної роботи	

### Другий семестр

Тиждень, год.	Тема, план, короткі тези	Форма діяльності (заняття)* *лекція, самостійна, дискусія, групова робота)	Література. Ресурси в Інтернеті	Завдання, год.	Термін виконання
1	2	3	4	5	6
Перший тиждень, 4 год.	<b>Тема 12. Лінійні простори та підпростори</b> Означення лінійного простору. Лінійна залежність в лінійному просторі. Основні теореми про лінійну залежність. База лінійного простору. Розмірність лінійного простору. Координати вектора відносно бази. Матриця переходу від однієї бази до іншої. Зв'язок координат вектора в різних базах.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни Б. л.[1, 3–7], Д. л. [1,8, 9, 10], І. р.: [1, 3]	Опрацювати рекомендовану літературу, підготуватись до лабораторного заняття, 2 год.	Один тиждень
	<b>Тема 12. Лінійні простори та підпростори</b> Лінійна залежність в лінійному просторі. Дослідження систем векторів лінійного простору на лінійну залежність/незалежність. Знаходження бази і розмірності лінійних просторів, а також координат векторів відносно заданої бази.	Лабораторне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни Б. л.[1, 3–7], Д. л. [1,8, 9, 10], І. р.: [1, 3]	Опрацювати рекомендовану літературу, виконати домашнє завдання, 2 год.	Один тиждень
1	2	3	4	5	6
Другий тиждень, 4 год.	<b>Тема 12. Лінійні простори та підпростори</b> Підпростір лінійного простору.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Опрацювати рекомендовану літературу,	Один тиждень

	Критерій підпростору. Лінійна оболонка системи векторів. Перетин і сума підпросторів. Пряма сума підпросторів. Критерій прямої суми. Розмірність суми лінійних підпросторів. Ізоморфізми та гомоморфізми лінійних просторів.		Б. л.[1, 3–7], Д. л. [1,8, 9, 10], І. р.: [1, 3]	підготуватись до лабораторного заняття, 2 год.	
	<b>Тема 12. Лінійні простори та підпростори</b> Знаходження підпросторів лінійних просторів, їх розмірностей і баз. Знаходження розмірності підпростору, заданого як лінійна оболонка системи векторів.	Лабораторне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни Б. л.[1, 3–7], Д. л. [1,8, 9, 10], І. р.: [1, 3]	Опрацювати рекомендовану літературу, виконати домашнє завдання, 2 год.	Один тиждень
Третій тиждень, 4 год.	<b>Тема 13. Лінійні оператори та їх матриці</b> Лінійні оператори. Властивості. Матриця лінійного оператора. Матриці лінійного оператора в різних базах. Подібні матриці.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни Б. л.[1, 3–7], Д. л. [1,8, 9, 10], І. р.: [1, 3]	Опрацювати рекомендовану літературу, підготуватись до лабораторного заняття, 2 год.	Один тиждень
	<b>Тема 12. Лінійні простори та підпростори</b> Дії над підпросторами лінійного простору. Знаходження перетину, суми і прямої суми підпросторів, їх баз та розмірностей. Знаходження проєкцій векторів.	Лабораторне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни Б. л.[1, 3–7], Д. л. [1,8, 9, 10], І. р.: [1, 3]	Опрацювати рекомендовану літературу, виконати домашнє завдання, 2 год.	Один тиждень
Четвертий тиждень, 4 год.	<b>Тема 13. Лінійні оператори та їх матриці</b> Дії над лінійними операторами. Алгебра лінійних операторів. Ядро і образ лінійного оператора. Ранг і дефект лінійного оператора. Невироджені оператори. Обернений оператор.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни Б. л.[1, 3–7], Д. л. [1,8, 9, 10], І. р.: [1, 3]	Опрацювати рекомендовану літературу, підготуватись до лабораторного заняття, 2 год.	Один тиждень
	<b>Тема 13. Лінійні оператори та їх матриці</b> Знаходження матриці лінійного оператора в заданій базі. Знаходження матриці лінійного оператора в іншій базі лінійного простору.	Лабораторне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни Б. л.[1, 3–7], Д. л. [1,8, 9, 10], І. р.: [1, 3]	Опрацювати рекомендовану літературу, виконати домашнє завдання, 2 год.	Один тиждень
П'ятий тиждень, 4 год.	<b>Тема 14. Власні значення та власні вектори лінійного оператора</b> Власні значення і власні вектори лінійного оператора. Властивості власних векторів. Характеристичний многочлен, його інваріантність.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни Б. л.[1, 3–7], Д. л. [1,8, 9, 10], І. р.: [1, 3]	Опрацювати рекомендовану літературу, підготуватись до лабораторного заняття, 2 год.	Один тиждень
	<b>Тема 13. Лінійні оператори та їх матриці</b> Знаходження матриці суми, добутку лінійних операторів та добутку оператора на скаляр. Знаходження ядра і образу лінійного оператора.	Лабораторне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни Б. л.[1, 3–7], Д. л. [1,8, 9, 10], І. р.: [1, 3]	Опрацювати рекомендовану літературу, виконати домашнє завдання, 2 год.	Один тиждень
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
Шостий тиждень, 4 год.	<b>Тема 14. Власні значення та власні вектори лінійного оператора</b> Алгебраїчна і геометрична кратність	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Опрацювати рекомендовану літературу,	Один тиждень

	власних значень. Матриці подібні до діагональної. Лінійні оператори простої структури. Оператори з простим спектром. Інваріантні підпростори і оператори на них.		Б. л.[1, 3–7], Д. л. [1,8, 9, 10], І. р.: [1, 3]	підготуватись до лабораторного заняття, 2 год.	
	<b>Тема 14. Власні значення та власні вектори лінійного оператора</b> Знаходження власних значень і власних векторів лінійних операторів. Застосування інваріантів до знаходження власних векторів, власних значень та власних підпросторів.	Лабораторне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни Б. л.[1, 3–7], Д. л. [1,8, 9, 10], І. р.: [1, 3]	Опрацювати рекомендовану літературу, виконати домашнє завдання, 2 год.	Один тиждень
Сьомий тиждень, 4 год.	<b>Тема 15. Жорданова форма матриці лінійного оператора</b> Жорданова матриця. Існування жорданової бази. Нормальна форма Жордана лінійного оператора. Теорема Гамільтона-Келі. Мінімальний многочлен. Функції від матриць.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни Б. л.[1, 3–7], Д. л. [1,8, 9, 10], І. р.: [1, 3]	Опрацювати рекомендовану літературу, підготуватись до лабораторного заняття, 2 год.	Один тиждень
	<b>Тема 14. Власні значення та власні вектори лінійного оператора</b> Дослідження можливості зведення матриць лінійного оператора до діагонального вигляду. Знаходження алгебраїчної та геометричної кратності власних значень.	Лабораторне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни Б. л.[1, 3–7], Д. л. [1,8, 9, 10], І. р.: [1, 3]	Опрацювати рекомендовану літературу, виконати домашнє завдання, 2 год.	Один тиждень
Восьмий тиждень, 4 год.	<b>Тема 16. Евклідові та унітарні простори</b> Скалярний добуток в лінійних просторах. Поняття евклідового та унітарного простору. Метричні поняття в лінійних просторах зі скалярним добутком. Ортогональність в лінійному просторі. Процес ортогоналізації Грама-Шмідта. Ортогональні підпростори та ортогональні доповнення.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни Б. л.[1, 3–7], Д. л. [1,8, 9, 10], І. р.: [1, 3]	Опрацювати рекомендовану літературу, підготуватись до лабораторного заняття. Підготовка до контролю знань, 2 год.	Один тиждень
	<b>Тема 15. Жорданова форма матриці лінійного оператора</b> Зведення матриці лінійного оператора до жорданової нормальної форми.	Лабораторне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни Б. л.[1, 3–7], Д. л. [1,8, 9, 10], І. р.: [1, 3]	Виконати домашнє завдання. Підготовка до контролю знань 2 год.	Один тиждень
Дев'ятий тиждень, 4 год.	Колоквіум 1	Лекція, 2 год.			Один тиждень
	Контрольна робота 1	Лабораторне заняття, 2 год.			Один тиждень
Десятий тиждень, 4 год.	<b>Тема 17. Лінійні оператори в евклідових та унітарних просторах</b> Спряжений оператор та його існування, єдиність. Властивості спряженого оператора. Нормальні оператори.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни Б. л.[1, 3–7], Д. л. [1,8, 9, 10], І. р.: [1, 3]	Опрацювати рекомендовану літературу, підготуватись до лабораторного заняття, 2 год.	Один тиждень
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
	<b>Тема 16. Евклідові та унітарні простори</b> Знаходження скалярного добутку,	Лабораторне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Опрацювати рекомендовану літературу,	Один тиждень



	норми вектора, кута між векторами. Ортогоналізація систем векторів. Знаходження ортогонального доповнення підпростору.		Б. л.[1, 3–7], Д. л. [1,8, 9, 10], І. р.: [1, 3]	виконати домашнє завдання, 2 год.	
Одинадцятий тиждень, 4 год.	<b>Тема 17. Лінійні оператори в евклідових та унітарних просторах</b> Ізометричні оператори. Унітарні оператори. Матриця та спектр унітарного оператора. Ортогональні оператори. Ортогональні матриці. Класифікація ортогональних операторів. Канонічний вигляд матриці ортогонального оператора. Теорема Ейлера.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни Б. л.[1, 3–7], Д. л. [1,8, 9, 10], І. р.: [1, 3]	Опрацювати рекомендовану літературу, підготуватись до лабораторного заняття, 2 год.	Один тиждень
	<b>Тема 17. Лінійні оператори в евклідових та унітарних просторах</b> Знаходження матриці спряженого оператора. Нормальні оператори. Ізометричні оператори.	Лабораторне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни Б. л.[1, 3–7], Д. л. [1,8, 9, 10], І. р.: [1, 3]	Опрацювати рекомендовану літературу, виконати домашнє завдання, 2 год.	Один тиждень
Дванадцятий тиждень, 4 год.	<b>Тема 17. Лінійні оператори в евклідових та унітарних просторах</b> Ізометричні оператори. Матриця та спектр унітарного оператора. Ортогональні оператори. Ортогональні матриці. Унітарні оператори. Класифікація ортогональних операторів. Канонічний вигляд матриці ортогонального оператора.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни Б. л.[1, 3–7], Д. л. [1,8, 9, 10], І. р.: [1, 3]	Опрацювати рекомендовану літературу, підготуватись до лабораторного заняття, 2 год.	Один тиждень
	<b>Тема 17. Лінійні оператори в евклідових та унітарних просторах</b> Діагоналізація матриць унітарного оператора. Зведення матриць ортогонального оператора до канонічного вигляду.	Лабораторне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни Б. л.[1, 3–7], Д. л. [1,8, 9, 10], І. р.: [1, 3]	Опрацювати рекомендовану літературу, виконати домашнє завдання, 2 год.	Один тиждень
Тринадцятий тиждень, 4 год.	<b>Тема 17. Лінійні оператори в евклідових та унітарних просторах</b> Самоспряжені оператори. Ермітові та симетричні оператори. Додатно визначені оператори. Корінь з оператора. Полярний розклад оператора.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни Б. л.[1, 3–7], Д. л. [1,8, 9, 10], І. р.: [1, 3]	Опрацювати рекомендовану літературу, підготуватись до лабораторного заняття, 2 год.	Один тиждень
	<b>Тема 17. Лінійні оператори в евклідових та унітарних просторах</b> Побудова ортонормованої бази з власних векторів самоспряженого оператора. Знаходження кореня з оператора. Полярний розклад оператора.	Лабораторне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни Б. л.[1, 3–7], Д. л. [1,8, 9, 10], І. р.: [1, 3]	Опрацювати рекомендовану літературу, виконати домашнє завдання 2 год.	Один тиждень
Чотирнадцятий тиждень, 4 год.	<b>Тема 18. Лінійні, білінійні та квадратичні форми</b> Лінійні функціонали та лінійні форми. Білінійні функціонали та білінійні форми. Симетричні білінійні і квадратичні форми. Квадратичні функціонали та квадратичні форми. Канонічний і нормальний вигляд квадратичної форми.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни Б. л.[1, 3–7], Д. л. [1,8, 9, 10], І. р.: [1, 3]	Опрацювати рекомендовану літературу, підготуватись до лабораторного заняття, 2 год.	Один тиждень
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
	<b>Тема 18. Лінійні, білінійні та квадратичні форми</b> Зведення квадратичної форми до	Лабораторне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Опрацювати рекомендовану літературу,	Один тиждень

	канонічного і нормального вигляду.		Б. л.[1, 3–7], Д. л. [1,8, 9, 10], І. р.: [1, 3]	виконати домашнє завдання, 2 год.	
П'ятнадцятий тиждень, 4 год.	<b>Тема 18. Лінійні, білінійні та квадратичні форми</b> Зведення квадратичної форми до головних осей. Зведення квадратичної форми до канонічного вигляду методами Лагранжа і Якобі. Інваріанти квадратичних форм. Закон інерції квадратичної форми. Додатно визначені квадратичні форми. Критерій Сільвестра.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни Б. л.[1, 3–7], Д. л. [1,8, 9, 10], І. р.: [1, 3]	Опрацювати рекомендовану літературу, підготуватись до лабораторного заняття. Підготовка до контролю знань, 2 год.	Один тиждень
	<b>Тема 18. Лінійні, білінійні та квадратичні форми</b> Зведення квадратичної форми до головних осей. Зведення квадратичної форми до канонічного вигляду методами Лагранжа і Якобі. Додатно визначені квадратичні форми.	Лабораторне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни Б. л.[1, 3–7], Д. л. [1,8, 9, 10], І. р.: [1, 3]	Опрацювати рекомендовану літературу, виконати домашнє завдання. Підготовка до контролю знань 2 год.	Один тиждень
Шістнадцятий тиждень, 4 год.	Колоквіум 2	Лекція, 2 год.			Один тиждень
	Контрольна робота 2	Лабораторне заняття, 2 год.			Один тиждень
64 год.		32 год. лекцій, 32 год. лабораторних занять		56 год. самостійної роботи	