

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет механіко-математичний
Кафедра алгебри, топології та основ математики

Затверджено

на засіданні кафедри алгебри, топології та
основ математики
механіко-математичного факультету
Львівського національного університету
імені Івана Франка
(протокол №1 від 29 серпня 2022 року)



Завідувач кафедри

проф. Банах Т.О.

Силабус з навчальної дисципліни

“ Аналітична геометрія”,

що викладається в межах ОПП

“Комп’ютерна алгебра, криптологія та теорія ігор”,

“Комп’ютерний аналіз математичних моделей”,

“Математика. Математична економіка та економетрика”,

“Середня освіта (Математика)”

першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів із спеціальностей
111 – Математика та 014 – Середня освіта (Математика)

Назва дисципліни	Аналітична геометрія
Адреса викладання дисципліни	вул. Університетська 1, Львів
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Механіко-математичний факультет, кафедра алгебри, топології та основ математики
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	Галузь знань: 11 Математика і статистика Спеціальність: 111 Математика; Галузь знань: 01 Освіта/Педагогіка Спеціальність: 014 Середня освіта (Математика)
Викладачі дисципліни	Бокало Богдан Михайлович , кандидат фіз. мат. наук, доцент кафедри кафедра алгебри, топології та основ математики
Контактна інформація викладачів	bohdan.bokalo@lnu.edu.ua
Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються	Для погодження часу консультацій слід писати на електронну пошту викладача або дзвонити.
Сторінка дисципліни	
Інформація про дисципліну	Дисципліна «Аналітична геометрія» є нормативною дисципліною спеціальностей 111 – математика та 014 – середня освіта для освітніх програм “Комп’ютерна алгебра, криптологія і теорія ігор”, “Комп’ютерний аналіз математичних моделей”, “Математика. Математична економіка та економетрика”, “Середня освіта (Математика)” яка викладається в 1 та 2 семестрах в обсязі 6-ти кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
Коротка анотація дисципліни	Навчальну дисципліну розроблено таким чином, щоб надати здобувачам першого (бакалаврського) рівня необхідні знання та уміння, пов’язані з використанням векторного і координатного методів розв’язування математичних задач. Саме векторний і координатний методи — одні з небагатьох універсальних методів, що дають можливість побудувати систематизований курс геометрії на основі аксіоматичного підходу, моделювати й досліджувати фізичні явища і процеси тощо В курсі аналітичної геометрії вивчаються векторна алгебра, системи координат, пряма на площині, прямі та площини в просторі, лінії та поверхні другого порядку, а також афінні перетворення.
Мета та цілі дисципліни	<i>Метою і завданням навчальної дисципліни</i> "Аналітична геометрія" є ознайомлення та оволодіння сучасними теоретичними положеннями і методами аналітичної геометрії; розвиток інтелекту студента і здібностей до логічного та алгоритмічного мислення; навчити студентів методів аналітичної геометрії, необхідних для вивчення властивостей геометричних об’єктів, а також застосовувати ці методи в різних галузях математики, механіки, фізики.
Література для вивчення дисципліни	1 Білоусова В.П., Ільїн І.Г., Сергунова О.П., Котлова В.М. Аналітична геометрія. Київ . 1962

	<p>2 Бокало Б.М., Бридун В.Л., Гуран І.Й., Н.М. Колос. Аналітична геометрія у прикладах і задачах. Львів: Видавець І.Е.Чижиков, 2016.-335с.</p> <p>3 Бокало Б.М., Бридун В.Л., Гуран І.Й. Навчально-методичний посібник з аналітичної геометрії. Львів ЛНУ, 2008.</p> <p>4 Банах Т.О., Бокало Б.М., Іщук Ю.Б., Трущак Х. Збірник задач з аналітичної геометрії. – Львів ЛНУ, 2003.</p> <p>5 Яковець В.П., Боровик В.Н., Ваврикович Л.В. Аналітична геометрія. Суми “Університетська книга” 2004-293с.</p>
<p>Обсяг курсу</p>	<p>Загальний обсяг: 180 годин. Аудиторних занять: 112 год., з них 48 год. лекцій та 64 годин лабораторних занять. Самостійна робота: 68 год. Кредитів: 6. 1-ий семестр: Загальний обсяг: 90 годин. Аудиторних занять: 64 години, з них 32 години лекцій, 32 години лабораторних занять. Самостійна робота: 26 годин. Кредитів: 3. 2-ий семестр: Загальний обсяг: 90 годин. Аудиторних занять: 48 години, з них 16 години лекцій, 32 години лабораторних занять. Самостійна робота: 42 годин. Кредитів: 3.</p>
<p>Очікувані результати навчання</p>	<p>Після завершення цього курсу студент повинен знати: теоретичний матеріал, який стосується векторної алгебри, поняття бази простору та координат вектора в заданій базі; афінні системи координат, координати точок в заданій системі координат; перетворення координат; прямі на площині; прямі та площини в просторі; лінії та поверхні другого порядку; афінні відображення та їх інваріанти.</p> <p>вміти: застосовувати теоретичний матеріал до розв’язування задач, а також застосовувати методи аналітичної геометрії в інших галузях математики та фізики.</p> <p>Після успішного завершення курсу студент має набути такі загальні компетентності (ЗК) та спеціальні (фахові) компетентності (СК): ЗК-1 Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу; ЗК-2 Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях; ЗК-3 Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності; ЗК-7 Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями; ЗК-9 Здатність приймати обґрунтовані рішення.</p> <p>СК-1 Здатність формулювати проблеми математично та в символній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв’язання; СК-2 Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв’язання тієї самої задачі;</p>

	<p>СК-3 Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок;</p> <p>СК-4 Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганих;</p> <p>СК-6 Здатність розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем;</p> <p>СК-8 Здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів,</p> <p>і програмні результати навчання (РН):</p> <p>РН-1 Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці;</p> <p>РН-3 Знати принципи <i>modus ponens</i> (правило виведення логічних висловлювань) та <i>modus tollens</i> (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень;</p> <p>РН-4 Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми;</p> <p>РН-7 Пояснювати математичні концепції мовою, зрозумілою для нефаківців у галузі математики;</p> <p>РН-10 Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями;</p> <p>РН-11 Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей;</p> <p>РН-14 Знати теоретичні основи і застосовувати методи аналітичної та диференціальної геометрії для розв'язання професійних задач.</p>
Ключові слова	Вектор, пряма, координати, площа, лінія, поверхня, перетворення.
Формат курсу	Проведення лекцій та лабораторних занять, контрольні роботи, колоквіуми і консультації, самостійна робота студента.
Теми	Див. Схема курсу
Підсумковий контроль, форма	Іспити після першого і другого семестрів в письмовій формі.
ГПререквізити	Для вивчення курсу студенти потребують базових знань зі шкільної математики
Необхідне обладнання	Вивчення навчальної дисципліни не потребує використання програмного забезпечення, крім загальнонавчаних програм і

<p>Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)</p>	<p>операційних систем.</p> <p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням:</p> <ul style="list-style-type: none"> • колоквиум та індивідуальні завдання : максимальна кількість балів 10 (5+5) • дві контрольні роботи; максимальна кількість балів 40 (20+20). • іспит: максимальна кількість балів 50. <p>Письмові роботи: Очікується, що студенти виконають дві контрольні роботи (тести з практичними та теоретичними завданнями), індивідуальні завдання.</p> <p>Академічна доброчесність: Очікується, що роботи студенти будуть виконувати самостійно. Списування, використання сторонніх джерел або засобів інформації, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів обману.</p> <p>Відвідання занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та практичні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися визначених дат для виконання письмових робіт, передбачених курсом.</p> <p>Література. Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p>Політика виставлення балів. Враховуються бали, набрані при поточному тестуванні (дві контрольні роботи), роботі на заняттях та бали отримані на іспиті. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час лабораторних занять; недопустимість пропусків та запізнень на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p> <p>Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p>
---	--

**Питання до
екзамену**

I СЕМЕСТР

1. Поняття вектора. Лінійні операції над векторами.
2. Лінійна залежність векторів. Геометричний зміст лінійної залежності і незалежності векторів.
3. База простору, координати векторів в заданій базі.
4. Поділ напрямленого відрізка в заданому відношенні.
5. Афінна система координат на площині і в просторі. Координати точок в афінній системі координат.
6. Перетворення координат. Формули переходу від однієї афінної системи координат до іншої.
7. Визначення скалярного добутку векторів і його основні властивості.
8. Рівняння прямої на площині.
9. Взаємне розташування прямих на площині.
Розташування точок площини відносно прямої.
10. Метричні задачі стосовно прямої на площині.
11. Визначення і основні властивості векторного добутку.
12. Визначення і основні властивості мішаного добутку трьох векторів.
13. Рівняння площини.
14. Рівняння прямої у просторі.
15. Взаємне розташування прямих і площин у просторі.
15. Метричні задачі стосовно прямої та площини в просторі.
16. Афінні перетворення.

II СЕМЕСТР

1. Еліпс. Визначення і канонічне рівняння еліпса. Фокальна властивість еліпса. Ексцентриситет і директриси еліпса. Директоріальна властивість еліпса. Дотична до еліпса. Оптична властивість еліпса.
2. Гіпербола. Визначення і канонічне рівняння гіперболи. Фокальна властивість гіперболи. Ексцентриситет і директриси гіперболи. Директоріальна властивість гіперболи. Дотична до гіперболи. Оптична властивість гіперболи.
3. Парабола. Визначення і канонічне рівняння параболи. Директоріальна властивість параболи. Оптична властивість параболи.
4. Фокальні параметри еліпса, гіперболи і параболи. Рівняння еліпса, гіперболи і параболи в полярних координатах.
5. Поняття лінії другого порядку. Типи ліній, які визначаються рівняннями другого порядку з двома невідомими. Канонічне рівняння лінії другого порядку.
6. Перетин лінії другого порядку з прямою. Асимптотичні і неасимптотичні напрямки. Асимптоти лінії другого порядку.
7. Діаметри лінії другого порядку. Спряжені діаметри.

8. Головні напрямки і головні діаметри лінії другого порядку. Осі симетрії лінії другого порядку.
9. Дотичні до лінії другого порядку.
10. Центр лінії другого порядку.
11. Інваріанти многочлена другого порядку з двома невідомими відносно перетворення прямокутних систем координат. ортогональних інваріантів
12. Визначення типу лінії другого порядку за допомогою ортогональних інваріантів. Зведення лінії другого порядку до канонічного вигляду за допомогою.
13. Типи поверхонь, які виражаються рівняннями другого порядку з трьома невідомими. Канонічне рівняння поверхонь другого порядку.
14. Вивчення будови поверхонь за допомогою перерізів площинами.
15. Перетин поверхні другого порядку з прямою. Асимптотичні і неасимптотичні напрямки. Конус асимптотичних напрямків поверхні другого порядку.
16. Прямолінійні твірні поверхонь другого порядку.
17. Діаметральна площина поверхні другого порядку. Центр поверхні другого
18. Головні напрямки поверхні другого порядку. Зведення загального рівняння поверхні другого порядку до канонічного вигляду.

Опитування	Анкетну-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.
------------	---

**Схема курсу
1-ий семестр**

Тиждень	Тема, план, короткі тези	Форма діяльності	Література	Завдання, год	Термін виконання
1	Поняття вектора. Лінійні операції над векторами. (поняття вектора та векторного простору, дії з векторами: додавання та множення вектора на число) Лінійна залежність векторів. Геометричний зміст лінійної залежності і незалежності векторів.	Лекція	[1], [2], [5].	2 год	До наступної пари
	Лінійні операції над векторами. Лінійна залежність векторів. Геометричний зміст лінійної залежності і незалежності векторів. Застосування векторної алгебри до доведення теорем і розв'язування задач шкільного курсу геометрії.	Лаб.	[2],[3], [4].	2 год	До наступної пари
2	База простору, координати векторів в заданій базі.	Лекція	[1], [2], [5].	2 год	До наступної пари
	База простору, координати векторів в заданій базі.	Лаб.	[2],[3], [4].	2 год	До наступної пари
3	Афінна система координат на площині і в просторі. Координати	Лекція	[1], [2], [5].	2 год	До наступної пари

	точок в афінній системі координат.				
	Афінна система координат на площині і в просторі. Координати точок в афінній системі координат.	Лаб.	[2], [3], [4].	2 год	До наступної пари
4	Перетворення координат. Формули переходу від однієї афінної системи координат до іншої	Лекція	[1], [2], [5].	2 год	До наступної пари
	Перетворення координат. Формули переходу від однієї афінної системи координат до іншої. Застосування методу координат до доведення теорем і розв'язування задач шкільного курсу математики..	Лаб.	[2],[3], [4].	2 год	До наступної пари
5	Визначення скалярного добутку векторів і його основні властивості.	Лекція	[1], [2], [5].	2 год	До наступної пари
	Визначення скалярного добутку векторів і його основні властивості.	Лаб.	[2], [3], [4].	2 год	До наступної пари
6	Рівняння прямої на площині (рівняння прямої на площині: параметричне, векторно-параметричне, канонічне, загальне, рівняння прямої)..	Лекція	[1], [2], [5].	2 год	До наступної пари
	Рівняння прямої на площині. (рівняння прямої на площині: параметричне, векторно-параметричне, канонічне, загальне рівняння прямої).	Лаб.	[2],[3], [4]..	2 год	До наступної пари
7	Взаємне розташування прямих на площині. Розташування точок площини відносно прямої.	Лекція	[1], [2], [5].	2 год	До наступної пари

	Взаємне розташування прямих на площині. Розташування точок площини відносно прямої.	Лаб.	[2],[3],[4]..	2 год	До наступної пари
8	Метричні задачі стосовно прямої на площині (обчислення відстані від точки до прямої, кута між прямими)	Лекція	[1],[2],[5].	2 год	До наступної пари
	Метричні задачі стосовно прямої на площині (обчислення відстані від точки до прямої, кута між прямими). Застосування теорії прямої до доведення теорем і розв'язування задач шкільного курсу геометрії.	Лаб.	[2],[3],[4]..	2 год	До наступної пари
9	Колоквіум	Лекція	[1],[2],[5].	2 год	
	Модульний контроль	Лаб.	[2],[3],[4].	2 год	
10	Визначення і основні властивості векторного і мішаного добутків.	Лекція	[1],[2],[5].	2 год	До наступної пари
	Визначення і основні властивості векторного і мішаного добутків.	Лаб.	[2],[3],[4].	2 год	До наступної пари
11	Рівняння площини в просторі (векторно-параметричне, параметричне, загальне рівняння площини)	Лекція	[1],[2],[5].	2 год	До наступної пари
	Рівняння площини в просторі (векторно-параметричне, параметричне, загальне рівняння площини)	Лаб.	[2],[3],[4]..	2 год	До наступної пари
12	Рівняння прямої в просторі (векторно параметричне,	Лекція	[1],[2],[5]..	2 год	До наступної пари

	параметричне, канонічне та загальне рівняння прямої в просторі).				
	Рівняння прямої в просторі (векторно параметричне, параметричне, канонічне та загальне рівняння прямої в просторі).	Лаб.	[2],[3], [4].	2 год	До наступної пари
13	Взаємне розташування прямих і площин у просторі (взаємне розташування прямих в просторі, взаємне розташування площин в просторі, взаємне розташування прямої і площини в просторі).	Лекція	[1], [2], [5].	2 год	До наступної пари
	Взаємне розташування прямих і площин у просторі (взаємне розташування прямих в просторі, взаємне розташування площин в просторі, взаємне розташування прямої і площини в просторі).	Лаб.	[2],[3], [4]..	2 год	До наступної пари
14	Метричні задачі стосовно прямої та площини в просторі (обчислення відстані від точки до площини, відстані від точки до прямої, відстані між прямими в просторі, кута між площинами, кута між прямими, кута між прямою і площиною)	Лекція	[1], [2], [5].	2 год	До наступної пари
	Метричні задачі стосовно прямої та площини в просторі (обчислення відстані від точки до площини, відстані від точки до прямої, відстані між прямими в просторі, кута між площинами, кута	Лаб.	[2], [3], [4].	2 год	До наступної пари

	між прямими, кута між прямою і площиною). Застосування теорії прямої і площини до доведення теорем і розв'язування задач шкільного курсу стереометрії.				
15	Афінні перетворення.	Лекція	[1], [2], [5].	2 год	До наступної пари
	Афінні перетворення. Застосування теорії перетворень до доведення теорем і розв'язування задач шкільного курсу математики.	Лаб.	[2], [3], [4].	2 год	До модульного контролю
16	Модульний контроль			2 год	

2-ий семестр

Тиждень	Тема, план, короткі тези	Форма діяльності	Література	Завдання, год	Термін виконання
1, 2	Визначення і канонічні рівняння еліпса, гіперболи, параболи (фокальна властивість еліпса, гіперболи і директоріальна властивість параболи, канонічні системи координат і канонічні рівняння еліпса, гіперболи і параболи; ексцентриситет, директриси та директоріальна властивість еліпса, гіперболи та параболи).	Лекція	[1], [2], [5].	2 год	До наступної пари
	Визначення і канонічні рівняння еліпса, гіперболи, параболи (фокальна властивість еліпса, гіперболи і	Лаб.	[2],[3], [4].	4 год	До наступної пари

	директоріальна властивість параболи, канонічні системи координат і канонічні рівняння еліпса, гіперболи і параболи; ексцентриситет, директриси та директоріальна властивість еліпса, гіперболи та параболи).				
3, 4	Директоріальна властивість еліпса, гіперболи та параболи. Фокальні параметри еліпса, гіперболи і параболи. Рівняння еліпса, гіперболи і параболи в полярних координатах.	Лекція	[1], [2], [5].	2 год	До наступної пари
	Директоріальна властивість еліпса, гіперболи та параболи. Фокальні параметри еліпса, гіперболи і параболи. Рівняння еліпса, гіперболи і параболи в полярних координатах.	Лаб.	[2],[3], [4].	4 год	До наступної пари
5, 6	Поняття лінії другого порядку. Типи ліній, які визначаються рівняннями другого порядку з двома невідомими. Канонічне рівняння лінії другого порядку.	Лекція	[1], [2], [5].	2 год	До наступної пари
	Поняття лінії другого порядку. Типи ліній, які визначаються рівняннями другого порядку з двома невідомими. Канонічне рівняння лінії другого порядку.	Лаб.	[2],[3], [4]..	4 год	До наступної пари
7, 8	Перетин лінії другого порядку з прямою. Асимптотичні і неасимптотичні напрямки. Асимптоти лінії другого порядку. Дотичні до лінії другого порядку.	Лекція	[1], [2], [5].	2 год	До наступної пари
	Перетин лінії другого порядку з прямою. Асимптотичні і	Лаб.	[2], [3], [4]..	4 год	До наступної пари

	неасимптотичні напрямки. Асимптоти лінії другого порядку. Дотичні до лінії другого порядку.				
9, 10	Діаметри лінії другого порядку. Спряжені діаметри. Головні напрямки і головні діаметри лінії другого порядку. Осі симетрії лінії другого порядку.	Лекція	[1], [2], [5].	2 год	До наступної пари
	Діаметри лінії другого порядку. Спряжені діаметри. Головні напрямки і головні діаметри лінії другого порядку. Осі симетрії лінії другого порядку.	Лаб.	[2],[3], [4].	4 год	До наступної пари
11, 12	Інваріанти многочлена другого порядку з двома невідомими відносно перетворення прямокутних систем координат. (ортогональні інваріантів, визначення типу лінії другого порядку за допомогою ортогональних інваріантів, зведення лінії другого порядку до канонічного вигляду за допомогою ортогональних інваріантів).	Лекція	[1], [2], [5].	2 год	До наступної пари
	Інваріанти многочлена другого порядку з двома невідомими відносно перетворення прямокутних систем координат. (ортогональні інваріанти, визначення типу лінії другого порядку за допомогою ортогональних	Лаб.	[2],[3], [4].	4 год	До наступної пари

	<p>інваріантів, зведення лінії другого порядку до канонічного вигляду за допомогою.</p> <p><u>Поверхні другого порядку</u> (класифікація поверхонь другого порядку, перерізи та твірні поверхонь другого порядку, загальне рівняння поверхні другого порядку, визначення виду поверхні другого порядку)</p>				
13, 14	<p><u>Поверхні другого порядку</u> (класифікація поверхонь другого порядку, перерізи та твірні поверхонь другого порядку, загальне рівняння поверхні другого порядку, визначення виду поверхні другого порядку). Перетин поверхні другого порядку з прямою. Асимптотичні і неасимптотичні напрямки. Конус асимптотичних напрямків поверхні другого порядку. Прямолінійні твірні поверхонь другого порядку. Діаметральна площина поверхні другого порядку. Центр поверхні другого порядку.</p>	Лекція	[1], [2], [5].	2 год	До наступної пари
	<p><u>Поверхні другого порядку</u> (класифікація поверхонь другого порядку, перерізи та твірні поверхонь другого порядку, загальне рівняння поверхні другого порядку, визначення виду поверхні другого порядку). Перетин поверхні другого порядку з прямою. Асимптотичні і неасимптотичні напрямки. Конус асимптотичних напрямків поверхні другого порядку. Прямолінійні твірні поверхонь другого порядку. Діаметральна площина</p>	Лаб.	[2],[3], [4]	4 год	До наступної пари

	поверхні другого порядку. Центр поверхні другого порядку.				
15, 16	Головні напрямки поверхні другого порядку. Зведення загального рівняння поверхні другого порядку до канонічного вигляду.	Лекція	[1], [2], [5]	2 год	До наступної пари
	Головні напрямки поверхні другого порядку. Зведення загального рівняння поверхні другого порядку до канонічного вигляду. Застосування методів аналітичної геометрії до доведення теорем і розв'язування задач шкільного курсу математики. Модульний контроль	Лаб.	[2],[3], [4]	4 год	До наступної пари