

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Львівський національний університет імені Івана Франка**  
**Механіко-математичний факультет**  
**Кафедра математичної економіки, економетрії,**  
**фінансової та страхової математики**

**Затверджено**

на засіданні кафедри математичної  
економіки, економетрії, фінансової та  
страхової математики  
механіко-математичного факультету  
Львівського національного університету  
імені Івана Франка  
(протокол № 12 від 30 серпня 2022 року)



Завідувач кафедри

*Кирилич В. М.*  
МЕХАНІКО-  
МАТЕМАТИЧНИЙ  
ФАКУЛЬТЕТ

проф. Кирилич В. М.

**Силабус з навчальної дисципліни**  
**«Теорія ігор та дослідження операцій»,**  
що викладається в межах ОПШ «Комп'ютерна алгебра, криптологія та теорія ігор»  
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів  
із спеціальності 111 – математика

<b>Назва дисципліни</b>	Теорія ігор та дослідження операцій	
<b>Адреса викладання дисципліни</b>	Механіко-математичний факультет, ауд. 354	
<b>Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна</b>	Механіко-математичний факультет, кафедра математичної економіки, економетрії, фінансової та страхової математики	
<b>Галузь знань, шифр та назва спеціальності</b>	11 – математика і статистика; 111 – математика	
<b>Викладачі дисципліни</b>	Козицький В.А., к.ф.-м.н., доцент Прокопишин І.А., к.ф.-м.н., доцент	
<b>Контактна інформація викладачів</b>	<a href="mailto:valerii.kozytskyi@lnu.edu.ua">valerii.kozytskyi@lnu.edu.ua</a>	
<b>Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються</b>	ауд. 354 – кафедра математичної економіки, економетрії, фінансової та страхової математики, понеділок з 15.00 он-лайн консультації <a href="mailto:valerii.kozytskyi@lnu.edu.ua">valerii.kozytskyi@lnu.edu.ua</a>	
<b>Сторінка дисципліни</b>	<a href="https://new.mmf.lnu.edu.ua/department/meefsm">https://new.mmf.lnu.edu.ua/department/meefsm</a>	
<b>Інформація про дисципліну</b>	Дисципліна «Теорія ігор та дослідження операцій» є нормативною дисципліною із спеціальності 111 – математика для освітньої програми «Комп'ютерна алгебра, криптологія та теорія ігор» підготовки бакалавра, яка викладається в V-VI семестрі в обсязі 7 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS)	
<b>Коротка анотація дисципліни</b>	Навчальну дисципліну розроблено так, щоб надати учасникам необхідні знання, обов'язкові для того, щоб будувати теоретико-ігрові моделі для аналізу соціально-економічних процесів. У дисципліні представлено основи теорії некооперативних ігор та застосування до моделювання соціально-економічних процесів.	
<b>Мета та цілі дисципліни</b>	Метою вивчення нормативної дисципліни «Теорія ігор та дослідження операцій» є ознайомлення студентів із завданнями математичного та ігрового моделювання для оволодіння його сучасними підходами та інструментами, надання фундаментальних знань з концепцій, методів і технологій дослідження задач, забезпечення належної базової математичної підготовки студентів та формування вмінь застосовувати свої знання для аналізу економічних і суспільних процесів та явищ.	
<b>Література для вивчення дисципліни</b>	1. Козицький В.А. Математична теорія некооперативних ігор. Ігри в нормальній формі: концепції розв'язання. – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2023. – 260 с. 2. Мащенко С.О., Волошин О.Ф. Моделі та методи прийняття рішень : навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. – 2-ге вид., перероб. та допов. – К. : Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2010. – 336 с. 3. Кирилич В.М., Козицький В. А. Дослідження операцій. Моделі і задачі. – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2012. – 137 с. 4. Козицький В.А. Опуклі структури, методи оптимізації та їхнє застосування в економічному аналізі. – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2008. – 448с.	

	<p>3. Моклячук М. П. , Ямненко Р.Є. Лекції з теорії вибору та прийняття рішень. Навчальний посібник. - К.: ТВіМС, 2007 — 254 с.</p> <p>4. Maschler M. (2020) Game theory. - Cambridge. -- 1050 p.</p> <p>5. Kamhoua C.A. (2021) Game Theory and Machine Learning for Cyber Security. - Wiley-IEEE Press -- 547 p.</p> <p>6. Taha H, (2016) Operations Research: An Introduction. 10th Edition. Pearson. – 850 p.</p>	
<b>Обсяг курсу</b>	210 годин. З них: 128 години аудиторних занять (64 години лекцій і 64 години практичних занять) та 82 год. самостійної роботи	
<b>Очікувані результати навчання</b>	<p>Після завершення цього курсу студент буде:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Знати теоретичні базові поняття та концепції розв’язання некооперативних ігор.</li> <li>– Вміти проводити теоретико-ігрове моделювання соціально-економічних процесів та аналізувати отримані результати.</li> </ul> <p>Курс забезпечує набуття таких компетентностей та програмних результатів навчання: ЗК1, ЗК2, ЗК3, ЗК6, ЗК7, ЗК8, ЗК9, ЗК13, СК1, СК2, СК3, СК5, СК6, СК7, СК9, СК11, РН3, РН5, РН6, РН9, РН10, РН11, РН12, РН13, РН15, РН17, РН20, РН21.</p>	
<b>Ключові слова</b>	Гра в нормальній формі, рівновага за Нешом, біматрична гра, неперервна гра, змішані стратегії, гра в екстенсивній формі, метод зворотньої індукції, повторювальні ігри, оптимальність за Парето, задача лінійної оптимізації, еволюційно стійкі стратегії, корельована рівновага, задачі математичної оптимізації, динамічне програмування, потоки в мережі, задачі комівояжера, задачі управління запасами.	
<b>Формат курсу</b>	Очний	
	Проведення лекцій, лабораторних робіт та консультації для кращого розуміння тем.	
<b>Теми</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Ігри в нормальній формі. Концепції розв’язання.</li> <li>2. Рівновага за Нешом. Моделі олігополістичної конкуренції.</li> <li>3. Рівноважні точки в грі двох осіб з нульовою сумою.</li> <li>4. Змішане розширення скінченої гри. Обчислення рівноваги за Нешом.</li> <li>5. Біматричні ігри. Концепції розв’язання.</li> <li>6. Матричні ігри. Обчислення оптимальних стратегій.</li> <li>7. Існування рівноваги за Нешом.</li> <li>8. Неперервні ігри. Змішане розширення гри. Опуклі, увігнуті ігри. Теорема Нікайдо-Ісоди.</li> <li>9. Ігри в екстенсивній формі. Рівноважні точки гри.</li> <li>10. Рафінування рівноваги Неша.</li> <li>11. Оптимальні статистичні рішення.</li> <li>12. Задачі математичної оптимізації. Задачі векторної оптимізації.</li> <li>13. Цілочислова задача лінійної оптимізації.</li> <li>14. Динамічне програмування.</li> <li>15. Потоки в мережі.</li> <li>16. Задача комівояжера.</li> <li>17. Задачі управління запасами.</li> </ol>	
<b>Підсумковий контроль, форма</b>	Іспит в кінці кожного семестру Іспит – письмовий	
<b>Пререквізити</b>	Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з	

	математичного аналізу, лінійної алгебри, теорії ймовірності та математичної статистики достатніх для сприйняття категоріального апарату теорії некооперативних ігор і методів оптимізації.	
<b>Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу</b>	Презентації, лекції, дискусії.	
<b>Необхідне обладнання</b>	Використання ноутбуку, доступ до інтернету, Office 365	
<b>Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)</b>	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Індивідуальні/самостійні проекти: 25% семестрової оцінки: максимальна кількість балів 25;</li> <li>• контрольні заміри (модулі): 25% семестрової оцінки: максимальна кількість балів 25;</li> <li>• іспит: 50% семестрової оцінки: максимальна кількість балів 50.</li> </ul> <p>Загалом протягом семестру 100 балів.</p> <p><b>Письмові роботи:</b> Очікується, що студенти виконають декілька видів письмових робіт (індивідуальні завдання, колоквіум).</p> <p><b>Академічна доброчесність:</b> Очікується, що роботи студентів будуть їхніми оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p><b>Відвідування занять</b> є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції і практичні заняття курсу. Студенти зобов'язані дотримуватися усіх строків, визначених для виконання усіх видів письмових робіт, передбачених курсом.</p> <p><b>Література.</b> Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p><b>Політика виставлення балів.</b> Враховуються бали, набрані на поточному тестуванні, самостійній роботі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях, не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p> <p>Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p>	
<b>Питання до</b>	Питання які виносяться на іспит	

<p><b>екзамену (чи питання до контрольної роботи)</b></p>	<p><b>Теорія ігор і дослідження операцій.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Класифікація ігор.</li> <li>• Рівновага в домінуючих стратегіях.</li> <li>• Оптимальність за Парето.</li> <li>• Рівновага в максимінних стратегіях.</li> <li>• Рівновага Неша. Теорема Гліксберга, Дебре, Фана. Теорема Нікайдо-Ісоди.</li> <li>• Теорема фон Неймана про мінімакс. Теорема Вілля.</li> <li>• Рівновага Неша , домінування та індивідуальна раціональність.</li> <li>• Рандомізація гри. Змішане розширення скінченої гри. Рівновага Неша у змішаних стратегіях. Фундаментальна теорема рівноваги Неша.</li> <li>• Раціоналізація гри.</li> <li>• Матричні ігри, теорема про мінімакс. Обчислення оптимальних стратегій гри. Задача лінійної оптимізації. Теорема двоїстості і умови доповняльності. Зведення матричної гри до пари двоїсних задач лінійної оптимізації. Зведення задачі лінійної оптимізації до матричної гри.</li> <li>• Біматричні ігри. Метод свастики обчислення рівноваги Неша.</li> <li>• Неперервні ігри. Обчислення рівноваги в грі на одиничному квадраті. Змішане розширення неперервної гри. Обчислення рівноваги Неша для неперервної гри у змішаних стратегіях..</li> <li>• Некооперативні ігри олігополії. Існування рівноваги Неша. Перевірка умов теореми Нікайдо-Ісоди.</li> <li>• Рафінування рівноваги Неша. Еволюційно стійкі стратегії. Корельована рівновага.</li> <li>• Ігри в екстенсивні формі. Метод зворотної індукції.</li> <li>• Оптимальні статистичні рішення.</li> <li>• Задача векторної оптимізації. Принцип оптимальності.</li> <li>• Задача комбінаторної оптимізації.</li> <li>• Задачі потоку в мережі.</li> <li>• Задача динамічної оптимізації.</li> <li>• Лінійні виробничі ігри.</li> <li>• Задача комівояжера.</li> <li>• Задачі управління запасами.</li> </ul>	
<p><b>Опитування</b></p>	<p>Анкет-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенні курсу.</p>	

## Схема курсу

Тиж.	Тема, план, короткі тези	Форма діяльності (заняття)* *лекція, самостійна, дискусія, групова робота	Література для вивчення дисципліни	Завдання, год.	Термін виконання
1	Предмет і метод теорії некооперативних ігор. Причини включення теорії некооперативних ігор до моделювання соціально-економічних процесів.	лекція, практична	1,4,5	Опрацювати питання лекції, практичної, 2 год л.	
2-3	Гра в нормальній формі: концепції розв'язання.	лекція, практична	1,4,5	Опрацювати питання лекції, практичної, 4 год л. 6 год. пр.	
4-5	Рівновага Неша: теорія і застосування. Моделі олігополістичної конкуренції.	лекція, практична	1, 5,6	Опрацювати питання лекції, практичної, 4 год л. 4 год. пр.	
6	Рівноважні точки в грі двох осіб з нульовою сумою.	лекція, практична	1,2,4,5	Опрацювати питання лекції, практичної, 2 год л. 2 год. пр.	
7-10	Змішане розширення скінченої гри. Обчислення рівноваги за Нешом. Існування рівноваги Неша. Рафінування рівноваги Неша.	лекція, практична	1,2,4,5	Опрацювати питання лекції, практичної, 8 год л. 8 год. пр.	
11-12	Біматричні ігри.	лекція, практична	1,2,5	Опрацювати питання лекції, практичної, 4 год л. 4 год. пр.	
13-14	Матричні ігри.	лекція, практична	<u>1,2,4</u>	Опрацювати питання лекції, практичної,	

				4 год л. 4 год. пр.	
15-17	Змішане розширення неперервної гри. Опуклі, увігнуті ігри.	лекція, практична	1,5,6	Опрацювати питання лекції, практичної, 6 год л. 6 год. пр.	
18-19	Сильна рівновага.	лекція, практична	1,4	Опрацювати питання лекції, практичної, 4 год л. 4 год. пр.	
20-23	Ігри в екстенсивній формі. Метод зворотньої індукції.	лекція, практична	1,4	Опрацювати питання лекції, практичної, 8 год л. 8 год. пр.	
24-32	Оптимальні статистичні рішення. Задачі векторної оптимізації. Задачі робастної оптимізації. Динамічне програмування. Потоки в мережі. Задача комівояжера. Задачі управління запасами	лекція, практична	2,3,5,6	Опрацювати питання лекції, практичної, 18 год л. 18 год. пр.	