

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Механіко-математичний факультет
Кафедра математичної статистики і диференціальних рівнянь

Затверджено

на засіданні кафедри математичної
статистики і диференціальних рівнянь
механіко-математичного факультету
Львівського національного університету
імені Івана Франка
(протокол № 1 від 29.08.2022)



Завідувач кафедри:

Бугрій О.М.

Силабус з навчальної дисципліни

“ Методи оптимізації та керування ”,

що викладається в межах ОПП “Комп’ютерна алгебра, криптологія і теорія ігор”, “Комп’ютерний аналіз математичних моделей”, “Математика. Математична економіка та економетрика”, “Середня освіта (Математика)” першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів із спеціальностей

111 Математика та 014 Середня освіта

Львів 2022

Назва дисципліни	Методи оптимізації та керування
Адреса викладання дисципліни	м. Львів, вул. Університетська 1
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Механіко-математичного факультет Кафедра математичної статистики і диференціальних рівнянь
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	Галузь знань: 11 Математика і статистика Спеціальність: 111 Математика; Галузь знань: 01 Освіта/Педагогіка Спеціальність: 014 Середня освіта (Математика)
Викладачі дисципліни	Бугрій Олег Миколайович , доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри математичної статистики і диференціальних рівнянь Скіра Ірина Володимирівна , доктор філософії, асистент кафедри математичної статистики і диференціальних рівнянь
Контактна інформація викладачів	oleh.buhrii@lnu.edu.ua ; https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/buhrii_o_m iryna.skira@lnu.edu.ua , https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/skira_i_v
Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються	Консультації в день проведення лекцій/практичних занять (за попередньою домовленістю) на базі платформи MS Teams, а також в групі курсу в Telegram у будь-який зручний для студентів та викладача час.
Сторінка курсу	https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/met_opt_keruv-111-matematyka
Інформація про дисципліну	Курс викладається в 7-му семестрі в обсязі 6 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS) та є нормативною дисципліною зі спеціальності 111 Математика для освітніх програм “Комп’ютерна алгебра, криптологія і теорія ігор”, “Комп’ютерний аналіз математичних моделей”, “Математика. Математична економіка та економетрика”, а також зі спеціальності 014 – Середня освіта для освітньої програми “Середня освіта (Математика)”.
Коротка анотація дисципліни	Дисципліну розроблено для ознайомлення студентів з основними поняттями та методами оптимізації функцій багатьох змінних, класичного варіаційного числення та оптимального керування.
Мета та цілі дисципліни	<i>Мета:</i> ознайомлення з основними поняттями та методами теорії оптимізації функцій багатьох змінних, оптимізації інтегральних та термінальних функціоналів, теорії оптимального керування. <i>Цілі:</i> ознайомити з методами розв’язування задач математичного, опуклого та лінійного програмування, з властивостями інтегральних та термінальних функціоналів, з основами класичного варіаційного числення та основами теорії оптимального керування.
Література для вивчення дисципліни	1) Лавренюк С.П. <i>Варіаційне числення й оптимальне керування</i> . – К.: НМК ВО, 1992. 2) Козицький В.А., Бугрій М.І. <i>Методичні вказівки з методів оптимізації</i> . – Львів, 1996. 3) Бугрій М.І. <i>Індивідуальні завдання з варіаційного числення та оптимального керування</i> . – Львів, 1997. 4) Моклячук М.П. <i>Варіаційне числення. Екстремальні задачі: підручник</i> . – К., 2003.

	5) Кігель В.Р. <i>Оптимізація логістичних рішень</i> . – К., 2007.
Обсяг курсу	Загальний обсяг: 180 годин. Аудиторних занять: 80 год., з них 32 год. лекційних та 48 год. практичних робіт. Самостійної роботи: 100 годин.
Очікувані результати навчання	<p>У результаті вивчення даного курсу студент буде:</p> <p>знати: формулювання основних задач оптимізації функцій багатьох змінних, формулювання класичних варіаційних задач оптимізації функціоналів, формулювання задач оптимального керування, доведення теорем розв'язності;</p> <p>вміти: розрізняти типи задач оптимізації функцій та функціоналів, типи задач оптимального керування, знаходити розв'язки задач класичної оптимізації, знаходити розв'язки та екстремалі варіаційних задач Лагранжа, задач з вільними та закріпленими кінцями, задач оптимального керування.</p> <p>Після успішного завершення курсу студент має набути такі загальні компетентності (ЗК) та спеціальні (фахові) компетентності (СК):</p> <p>ЗК-1 Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу; ЗК-2 Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях; ЗК-3 Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності; ЗК-7 Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями; ЗК-9 Здатність приймати обґрунтовані рішення;</p> <p>СК-1 Здатність формулювати проблеми математично та в символній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання; СК-2 Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі; СК-3 Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок; СК-4 Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганих; СК-8 Здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів,</p> <p>і здобути такі програмні результати навчання (РН):</p> <p>РН-1 Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці; РН-3 Знати принципи <i>modus ponens</i> (правило виведення логічних висловлювань) та <i>modus tollens</i> (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень;</p>

	<p>PH-7 Пояснювати математичні концепції мовою, зрозумілою для нефахівців у галузі математики;</p> <p>PH-10 Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями;</p> <p>PH-11 Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей.</p>
Ключові слова	Варіаційне числення, методи оптимізації, оптимальне керування.
Формат курсу	Очний, дистанційний Проведення лекційних, практичних робіт і консультацій.
Теми	<p>Тема 1. Класична задача умовної оптимізації. Метод невизначених множників Лагранжа.</p> <p>Тема 2. Основи опуклого аналізу.</p> <p>Тема 3. Мінімізаційна задача математичного програмування.</p> <p>Тема 4. Задача опуклого програмування. Теорія двоїстості.</p> <p>Тема 5. Геометричний зміст задач лінійного програмування.</p> <p>Тема 6. Варіація функціоналів та її застосування. Колоквіум 1.</p> <p>Тема 7. Слабкий та сильний екстремум в задачі з закріпленими кінцями.</p> <p>Тема 8. Варіаційна задача Лагранжа з алгебричними в'язями.</p> <p>Тема 9. Задача Лагранжа з диференціальними в'язями.</p> <p>Тема 10. Ізопериметрична задача класичного варіаційного числення.</p> <p>Тема 11. Необхідні умови екстремуму в задачі з рухомими кінцями.</p> <p>Тема 12. Задача керування для функціоналу Майєра.</p> <p>Тема 13. Принцип максимуму Понтрягіна для задачі термінального керування.</p> <p>Тема 14. Задача керування для функціоналу Больца.</p>
Підсумковий контроль, форма	Іспит
Пререквізити	<p>Для вивчення даного курсу студенти потрібні базові знання з:</p> <ul style="list-style-type: none"> - математичний аналіз. - функціональний аналіз. - диференціальні рівняння. - рівняння математичної фізики.
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу	Презентації, лекції, інтерактивна комунікація
Необхідне обладнання	Комп'ютер із необхідним програмним забезпеченням, доступ до Internet мережі.
Критерії оцінювання (окремо для кож-	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Змістовий модуль 1: 7% семестрової оцінки за контрольну роботу, 3%

<p>ного виду навчальної діяльності)</p>	<p>семестрової оцінки за виконання домашніх завдань, максимальна кількість балів 10.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Змістовий модуль 2: 7% семестрової оцінки за контрольну роботу, 3% семестрової оцінки за виконання домашніх завдань, 15% семестрової оцінки за колоквиум, максимальна кількість балів 25. • Змістовий модуль 3: 7% семестрової оцінки за контрольну роботу, 3% семестрової оцінки за виконання домашніх завдань, 5% семестрової оцінки за присутність та активність на заняттях, максимальна кількість балів 15. • іспит: 50% семестрової оцінки, максимальна кількість балів 50. <p>Підсумкова максимальна кількість балів 100.</p> <p>Академічна доброчесність: Очікується, що роботи студентів будуть оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Списування та втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в написанні завдань є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p>Відвідання занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та лабораторні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів робіт, передбачених курсом.</p> <p>Література. Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p>Політика виставлення балів. Враховуються бали, набрані при поточному контролі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p> <p>Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p>
<p>Питання до заліку чи екзамену.</p>	<p>Означення і властивості опуклих множин і функцій; методи оптимізації функцій багатьох змінних; означення та властивості першої та другої варіації функціоналів; формулювання і доведення принципів Лагранжа для задач математичного та опуклого програмування; теорію двоїстості; симплекс-метод; формулювання основних задач класичного варіаційного числення, умови їх розв'язності; вигляд рівнянь Ейлера та крайових умов, які виникають при оптимізації функціоналів; формулювання основних задач теорії оптимального керування, умови їх розв'язності; вигляд функції Гамільтона, формулювання і доведення принципу Понтрягіна.</p>
<p>Опитування</p>	<p>Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.</p>

Схема курсу

Тиж-ні	Лекційний курс		Практичні заняття		К-сть год сам. роб.
	Назва теми	К-сть год	Назва теми	К-сть год	
1	2	3	4	5	6
1	Класична задача умовної оптимізації.	2	Загальні принципи оптимізації функцій багатьох змінних	2	5
2	Метод невизначених множників Лагранжа. Основи опуклого аналізу	2	Задачі математичного і опуклого програмування	4	5
3	Мінімізаційна задача математичного програмування	2	Симплекс-метод розв'язування канонічної задачі лінійного програмування	4	5
4	Задача опуклого програмування. Теорія двоїстості	2	Основи теорії двоїстості	2	5
5	Геометричний зміст задач лінійного програмування.	2	Контрольна робота 1	2	5
6	Варіація функціоналів та її застосування. Колоквіум I	2	Варіаційні задачі безумовного екстремуму	4	10
7	Слабкий та сильний екстремум в задачі з закріпленими кінцями.	2	Варіаційна задача з закріпленими кінцями	4	5
8	Варіаційна задача Лагранжа з алгебричними в'язями	2	Варіаційна задача Лагранжа	4	5
9	Задача Лагранжа з диференціальними в'язями.	2	Контрольна робота 2	2	5
10	Ізопериметрична задача класичного варіаційного числення	2	Ізопериметрична задача	2	5
11	Необхідні умови екстремуму в задачі з рухомими кінцями.	2	Задача з рухомими кінцями	4	5
12	Задача керування для функціоналу Майєра	2	Основи оптимального керування	2	5
13	Принцип максимуму Понтрягіна для задачі термінального керування	2	Оптимізація задачі з вільними кінцями	4	5
14	Принцип максимуму Понтрягіна для задачі термінального керування (продовження)	2	Задача оптимальної швидкодії	4	10
15	Задача керування для функціоналу Больца.	2	Контрольна робота 3	2	5
16	Задача керування для функціоналу Больца. (продовження)	2	Підсумкове заняття	2	5
	Разом	32		48	100