

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Львівський національний університет імені Івана Франка

Механіко-математичний факультет

Кафедра теорії функцій і функціонального аналізу

Затверджено

на засіданні кафедри теорії функцій і
функціонального аналізу
механіко-математичного факультету
Львівського національного університету
імені Івана Франка
(протокол № 1 від 25 серпня 2022 року)



Завідувач кафедри:

проф. Скасків О.Б.

Силабус з навчальної дисципліни

“Комплексний аналіз”,

що викладається в межах ОПП *“Комп’ютерна алгебра, криптологія і теорія ігор”*, *“Комп’ютерний аналіз математичних моделей”*, *“Математика. Математична економіка та економетрика”*

першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів

із спеціальності 111 – Математика

Львів 2022

Назва дисципліни	Комплексний аналіз
Адреса викладання дисципліни	Львівський національний університет імені Івана Франка, м. Львів, вул. Університетська 1
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Механіко-математичний факультет Кафедра теорії функцій і функціонального аналізу
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	Галузь знань: 11 Математика та статистика Спеціальність: 111 Математика Галузь знань: 01 Освіта/педагогіка Спеціальність: 014 Середня освіта (Математика)
Викладачі дисципліни	Скасків Олег Богданович , професор кафедри теорії функцій і функціонального аналізу, Чижиков Ігор Ельбертович , професор кафедри теорії функцій і функціонального аналізу,
Контактна інформація викладачів	olskask@gmail.com , oleh.skaskiv@lnu.edu.ua chyzhykov@yahoo.com , ihor.chyzhykov@lnu.edu.ua Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 373. м. Львів, вул. Університетська, 1
Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються	Консультації в день проведення лекцій/практичних занять (за попередньою домовленістю) за адресою: м. Львів, вул. Університетська 1, ауд.374. Також можливі онлайн консультації на платформі ZOOM. Для погодження часу консультацій слід писати на електронну пошту викладача.
Сторінка дисципліни	https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/matematychnyy-analiz-mtm-mto-mta-mtk-2kurs
Інформація про дисципліну	Дисципліна “Комплексний аналіз” є основною дисципліною із спеціальностей 111 Математика та 014 Середня освіта (Математика), яка викладається в 4-му семестрі в обсязі 4-ох кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
Коротка анотація дисципліни	Курс комплексного аналізу заключний з циклу університетських курсів математичного аналізу. Математичний аналіз у дійсній області в основному вивчає неперервно диференційовані функції на інтервалі. Відповідно, комплексний аналіз вивчає функції, які мають неперервну похідну в певній області комплексної площини - так звані аналітичні функції. Цей клас функцій значно вужчий за клас функцій, що мають неперервну похідну на інтервалі, і тому аналітичні функції мають багато добрих і важливих властивостей, яких не мають функції в дійсній області. З іншого боку, клас аналітичних функцій настільки широкий, що має багаточисельні застосування як в інших розділах математики (алгебра, диференціальні рівняння, рівняння з частинними похідними, теорія спеціальних функцій, математичний аналіз, теорія чисел, спектральний аналіз), так і безпосередньо в природничих науках (радіофізика, радіотехніка, радіоелектроніка, теорія потенціалу, теорія конденсаторів, теорія поля, теоретична фізика, квантова механіка, аеродинаміка, гідродинаміка). Опанування курсу комплексного аналізу дає змогу студентам успішно працювати з будь-якою монографією з комплексного аналізу та його застосувань в різноманітних областях математики та природничих дисциплін. Курс комплексного аналізу включає в себе відповідний практикум,

	що дає змогу студентам опанувати основні прийоми та методи теорії аналітичних функцій і набути необхідних навиків для практичного застосування теоретичного матеріалу.
Мета та цілі дисципліни	Мета вивчення основної дисципліни “Комплексний аналіз” – ознайомити студентів із поняттями моногенності та аналітичності, ознайомити із елементарними конформними відображеннями навчити студентів застосовувати засоби теорії інтегралу типу Коші і теорії лишків у інших розділах математики, зокрема в теорії ймовірностей. Оволодіти класичними методами одновимірного комплексного аналізу та його основними застосуваннями в різноманітних задачах математики, механіки та прикладної математики, що сприятиме розвитку аналітичного мислення студентів.
Література для вивчення дисципліни	<ol style="list-style-type: none"> 1. Гольдберг А.А., Шеремета М.М., Заболоцький М.В, Скасків О.Б. Комплексний аналіз. Львів, Афіша, 2002; 2008 2. Romik D. Complex analysis lecture notes, June 15, 2021 https://www.math.ucdavis.edu/~romik/data/uploads/notes/complex-analysis.pdf 3. Комплексний аналіз. Приклади і задачі: Навчальний посібник. – За редакцією В.Г. Самойленка. – К.: ВПЦ «Київський університет», 2010. 4. Скасків О.Б. Методичні вказівки до практичних занять, 2023: https://new.mmf.lnu.edu.ua/wp-content/uploads/2021/03/Method_vkazivky_p_z_kompleksnyy_a_naliz_2023.pdf 5. Shastri A.R. Basic complex analysis of one variable, 2010. https://www.math.iitb.ac.in/~ars/revbook.pdf 6. Narasimhan R., Nievergelt Y. Complex Analysis in One Variable Second Edition. – Boston, Basel, Berlin: Birkhäuser, 2020. https://d-nb.info/960908153/04 7. Слюсарчук П.В. та інш. Комплексний аналіз: Навч. посібн., Ужгород: ДВНЗ УжНУ, 2022 https://dspace.uzhnu.edu.ua/jspui/bitstream/lib/47410/1/%d0%ba%d0%be%d0%bc%d0%bf%d0%bb%d0%b5%d0%ba%d1%81%d0%bd%d0%b8%d0%b9%20%d0%b0%d0%bd%d0%b0%d0%bb%d1%96%d0%b7%20%d0%bd%d0%b0%d0%b2%d1%87%d0%b0%d0%bb%d1%8c%d0%bd%d0%b8%d0%b9%20%d0%bf%d0%be%d1%81%d1%96%d0%b1%d0%bd%d0%b8%d0%ba%20%2810%29PDF.pdf
Обсяг курсу	Загальний обсяг: 120 годин. Аудиторних занять: 64 години, з них 32 години лекцій та 32 години практичних занять. Самостійна робота: 56 годин. Кредитів --- 4.
Очікувані результати навчання	У результаті вивчення даного курсу студент буде знати: інтегральні теореми Коші, інтегральна формула Коші, критерій аналітичності в термінах первісної, теореми Морери та Гурса, зв'язок між гармонійними та аналітичними функціями, теорему Вейерштрасса про ряди аналітичних функцій, теорему Лорана, теорема Тейлора, теорема про канонічне зображення функції в околі її нуля та її наслідки, типи ізольованих особливих точок однозначного характеру, теорему Сохоцького-Казароті, означення та формули для обчислення лишків, основну теорему про лишки, принцип аргументу, теорему Руше, поняття моногенності та аналітичності функції комплексної змінної,

умови Коші-Рімана, геометричний зміст модуля та аргумента похідної, елементарні конформні відображення, однозначні вітки багатозначних функцій (корінь n -го степеня, логарифм, інші багатозначні функції).

вміти:

знаходити точки моногенності та аналітичності функцій, знаходити образи множин при конформних відображеннях, знаходити конформне відображення, що відображає одну множину на іншу, знаходити інтеграли від функції комплексної змінної, розвивати аналітичні у крузі функції в узагальнений степеневий ряд, знаходити множину збіжності узагальнених степеневих рядів, застосовувати теорію лишків до обчислення інтегралів.

Курс забезпечує набуття таких компетентностей та програмних результатів навчання:

Після успішного завершення курсу студент має набути такі **загальні компетентності (ЗК)** та **спеціальні (фахові) компетентності (СК)**:

ЗК-1 Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;

ЗК-2 Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях;

ЗК-3 Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності;

ЗК-7 Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями;

ЗК-9 Здатність приймати обґрунтовані рішення;

СК-1 Здатність формулювати проблеми математично та в символній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання;

СК-2 Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі;

СК-3 Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок;

СК-4 Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганих;

СК-8 Здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів,

і здобути такі **програмні результати навчання (РН)**:

РН-1 Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці;

РН-3 Знати принципи *modus ponens* (правило виведення логічних висловлювань) та *modus tollens* (доведення від супротивного) і

	<p>використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень;</p> <p>РН-4 Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми;</p> <p>РН-7 Пояснювати математичні концепції мовою, зрозумілою для нефакхівців у галузі математики;</p> <p>РН-10 Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями;</p> <p>РН-11 Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей;</p> <p>РН-18 Знати теоретичні основи і застосовувати методи теорії функцій комплексної змінної.</p>
Ключові слова	<p>Комплексні числа, сфера Рімана, моногенність, аналітичність, умови Коші-Рімана, конформні відображення, однозначні вітки багатозначних функцій, приріст багатозначної функції, інтегральні теореми Коші, інтегральна формула Коші, гармонійна функція, теорема Лорана, голоморфна функція, ізольовані особливі точки однозначного характеру, лишки.</p>
Формат курсу	<p>Очний, дистанційний. Проведення лекцій, практичних робіт і консультацій.</p>
Теми	<ol style="list-style-type: none"> 1. Комплексні числа, послідовності та ряди комплексних чисел. Функції, криві, області. Нескінченно віддалена точка і сфера Рімана. 2. Поняття моногенності та аналітичності функції. Умови Коші-Рімана. 3. Геометричний зміст модуля та аргумента похідної. Конформні відображення. 4. Елементарні аналітичні функції: ціла лінійна, степенева, функція Жуковського, показникова функція, тригонометричні та гіперболічні функції. 5. Дробово-лінійна функція. 6. Однозначні вітки багатозначних функцій, приріст багатозначної функції. Корінь n-го степеня, логарифм. 7. Визначений інтеграл та його властивості. 8. Інтегральні теореми Коші. Інтеграл типу Коші. Інтегральна формула Коші. 9. Теореми про усунення відрізка, Морери та Гурса. 10. Зв'язок між гармонійними та аналітичними функціями. 11. Функціональні ряди. Рівноміра збіжність. Теорема Вейерштрасса про ряди аналітичних функцій. 12. Степеневі ряди. Узагальнені степеневі ряди. Теорема Лорана. Теорема Тейлора. Голоморфні функції.

	<p>13. Нулі аналітичних функцій. Теорема про нуль нескінченного порядку. Теорема про канонічне зображення функції в околі її нуля та її наслідки.</p> <p>14. Ізольовані особливі точки однозначного характеру: усувна особлива точка, полюс, істотно особлива точка. Теорема Сохоцького-Казораті.</p> <p>15. Означення та формули для обчислення лишків. Основна теорема про лишки.</p> <p>16. Застосування теорії лишків до обчислення інтегралів. Принцип аргументу. Теорема Руше.</p>
Підсумковий контроль, форма	Іспит у кінці семестру.
Пререквізити	Для вивчення даного курсу студенти потрібні базові знання з курсу математичного аналізу
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу	Презентації, лекції. Індивідуальні завдання. Практичні заняття з розв'язування задач.
Необхідне обладнання	Аудиторія обладнана дошкою та засобами написання для аудиторних занять. Комп'ютер/ планшет/ смартфон із загально вживаним програмним забезпеченням, доступ до Internet мережі, Zoom.
Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням:</p> <ul style="list-style-type: none"> • написання двох контрольних робіт – 32 бали; • здача колоквіуму – 18 балів; • виконання екзаменаційного завдання і співбесіда – 50 балів; <p>Підсумкова максимальна кількість балів – 100.</p> <p>Письмові роботи: Очікується, що студенти виконають письмові роботи: дві контрольні роботи і екзаменаційне завдання.</p> <p>Академічна доброчесність: Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p>Відвідання занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та практичні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів письмових робіт та індивідуальних завдань, передбачених курсом.</p> <p>Література. Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p>Політика виставлення балів. Враховуються бали набрані при поточному тестуванні, самостійній роботі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття;</p>

	недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін. Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.
Питання до екзамену.	На екзамені виносяться усі теми курсу (див. пункт Теми). Питання до екзаменів включають: <ul style="list-style-type: none"> • формулювання означень основних понять курсу та подання прикладів, які ілюструють ці поняття; • формулювання теорем, викладених в цьому курсі; • знання і розуміння доведень тверджень, поданих в цьому курсі; • знання методів розв'язування задач; • вміння застосувати теоретичні знання до розв'язування практичних задач з тем, які викладені в курсі.
Опитування	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.

Схема курсу

А. Теоретична частина (лекції)

Тиждень, год.	Тема, план, короткі тези	Форма діяльності ((заняття)* *лекція, самостійна, дискусія, групова робота)	Література (Ресурси в інтернеті)	Завдання, год.	Термін виконання
Перший, 2 год.	Тема 1. Комплексні числа, послідовності та ряди комплексних чисел. Функції, криві, області. Нескінченно віддалена точка і сфера Рімана.	лекція	див. пункт Література для вивчення дисципліни.	(1 год.)	Один тиждень
Другий, 2 год.	Тема 2. Поняття монотонності та аналітичності функції. Умови Коші-Рімана.	лекція		(2 год.)	Один тиждень
Третій, 2 год.	Тема 3. Геометричний зміст модуля та аргумента похідної. Конформні відображення.	лекція		(1 год.)	
Четвертий, 2 год.	Тема 4. Елементарні аналітичні функції: ціла лінійна, степенева, функція Жуковського, показникова функція, тригонометричні та гіперболічні функції.	лекція		(2 год.)	

П'ятий, 2 год.	Тема 5. Дробово-лінійна функція.	лекція		(2 год.)	
Шостий, 2 год.	Тема 6. Однозначні вітки багатозначних функцій, приріст багатозначної функції. Корінь n -го степеня, логарифм.	лекція		(2 год.)	
Сьомий, 2 год.	Тема 7. Визначений інтеграл та його властивості.	лекція		(1 год.)	
Восьмий, 2 год.	Тема 8. Інтегральні теореми Коші. Інтеграл типу Коші. Інтегральна формула Коші.	лекція		(2 год.)	
Дев'ятий, 2 год.	Тема 9. Теореми про усунення відрізка, Морери та Гурса.	лекція		(1 год.)	
Десятий, 2 год.	Тема 10. Зв'язок між гармонійними та аналітичними функціями.	лекція		(2 год.)	
Одинадцятий, 2 год.	Тема 11. Функціональні ряди. Рівномірна збіжність. Теорема Вейерштрасса про ряди аналітичних функцій.	лекція		(2 год.)	
Дванадцятий, 2 год.	Тема 12. Степеневі ряди. Узагальнені степеневі ряди. Теорема Лорана. Теорема Тейлора. Голоморфні функції.	лекція		(2 год.)	
Тринадцятий, 2 год.	Тема 13. Нулі аналітичних функцій. Теорема про нуль нескінченного порядку. Теорема про канонічне зображення функції в околі її нуля та її наслідки.	лекція		(2 год.)	
Чотирнадцятий, 2 год.	Тема 14. Ізольовані особливі точки однозначного характеру: усувна особлива точка, полюс, істотно особлива точка. Теорема Сохоцького-Казораті.	лекція		(2 год.)	
П'ятнадцятий, 2 год.	Тема 15. Означення та формули для обчислення лишків. Основна теорема про	лекція		(2 год.)	

	лишки.				
Шістнадцятий, 2 год	Тема 16. Застосування теорії лишків до обчислення інтегралів. Принцип аргументу. Теорема Руше.	лекція		(2 год.)	

Б. Практичні заняття

Тиждень, год.	Тема, план, короткі тези	Форма діяльності (заняття)* *лекція, самостійна, дискусія, групова робота)	Література (Ресурси в інтернеті)	Завдання, год.	Термін виконання
Перший, 2 год.	Тема 1. Комплексні числа, області, криві, стереографічна проекція.	практичне	Гольдберг А.А., Шеремета М.М., Заболоцький М.В, Скасків О.Б. Комплексний аналіз. Львів, Афіша, 2002; 2008 Методичні вказівки до практичних занять: https://new.mmf.lnu.edu.ua/wp-content/uploads/2021/03/Method_vkazivky_p_z_kompleksnyy_analiz_2023.pdf	(2 год.)	Один тиждень
2-ий, 2 год.	Тема 2. Комплексні послідовності і ряди	практичне		(2 год.)	Один тиждень
3-ій, 2 год.	Тема 3. Функції комплексної змінної, границі, неперерв- ність. Моногенність та аналітичність, умови Коші-Рімана	практичне		(2 год.)	Один тиждень
4-ий, 2 год.	Тема 4. Геометрич- ний зміст модуля і аргумента похідної.	практичне		(2 год.)	Один тиждень
5-ий, 2 год.	Тема 5. Ціла лінійна функція, функція Жуковського	практичне		(2 год.)	Один тиждень
6-ий, 2 год.	Тема 6. Показникова функція, тригонометричні та гіперболічні функції	практичне		(2 год.)	Один тиждень
7-ий, 2 год.	Тема 7. Дробово- лінійна функція	практичне		(2 год.)	Один тиждень

8-ий, 2 год.	Тема 8. Корінь n -го степеня, логарифм	практичне		(2 год.)	Один тиждень
9-ий, 2 год.	Контрольна робота				
10-ий, 2 год.	Тема 9. Інтегрування функцій дійсної змінної. Визначений (криволінійний) інтеграл, теорема і формула Коші.	практичне		(2 год.)	Один тиждень
11-ий, 2 год.	Тема 10. Рівномірно збіжні ряди. Степеневі ряди і ряди Лорана.	практичне		(2 год.)	Один тиждень
12-ий, 2 год.	Тема 11. Нулі аналітичних функцій та ізольовані особливі точки.	практичне		(2 год.)	Один тиждень
13-ий 2 год.	Тема 12. Обчислення лишків. Основна теорема про лишки.	практичне		(2 год.)	Один тиждень
14-15-ий, 4 год.	Тема 13. Застосування лишків до обчислення інтегралів	практичне		(2 год.)	Один тиждень
Шістнадцятий, 2 год.	Контрольна робота Аналіз контрольних робіт	практичне			