

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Львівський національний університет імені Івана Франка**  
**Механіко-математичний факультет**  
**Кафедра математичної статистики і диференціальних рівнянь**



**Затверджено**  
на засіданні кафедри математичної  
статистики і диференціальних рівнянь  
механіко-математичного факультету  
Львівського національного університету  
імені Івана Франка  
(протокол № 1 від 29.08.2022)

Завідувач кафедри

проф. Бугрій О.М.

**Силабус з навчальної дисципліни**  
**“Варіаційні методи дослідження математичних моделей”,**

що викладається в межах ОПП  
“Комп’ютерний аналіз математичних моделей”  
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти  
для здобувачів зі спеціальності

111 Математика

<b>Назва дисципліни</b>	<b>Варіаційні методи дослідження математичних моделей</b>
<b>Адреса викладання дисципліни</b>	Львівський національний університет імені Івана Франка вул. Університетська 1, м. Львів
<b>Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна</b>	Механіко-математичного факультет Кафедра математичної статистики і диференціальних рівнянь
<b>Галузь знань, шифр та назва спеціальності</b>	Галузь знань: 11 Математика і статистика Спеціальність: 111 Математика;
<b>Викладачі дисципліни</b>	<b>Бокало Микола Михайлович</b> , доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри математичної статистики і диференціальних рівнянь
<b>Контактна інформація викладачів</b>	<a href="mailto:mykola.bokalo@lnu.edu.ua">mykola.bokalo@lnu.edu.ua</a>
<b>Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються</b>	Консультацію з теоретичної чи практичної частини курсу можна отримати на нараді MS Teams і групі курсу в Telegram у будь-який зручний для студентів та викладача час, а також очно в день проведення лекцій чи практичних занять.
<b>Сторінка курсу</b>	<a href="https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/">https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/</a>
<b>Інформація про дисципліну</b>	Дисципліна “Варіаційні методи дослідження математичних моделей” є вибірковою дисципліною зі спеціальності 111 Математика для освітньої програми “Комп’ютерний аналіз математичних моделей”. Вона викладається в 7-му семестрі в обсязі 5-ти кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
<b>Коротка анотація дисципліни</b>	Навчальну дисципліну розроблено таким чином, щоб надати здобувачам першого (бакалаврського) рівня необхідні знання для отримання загальних і фахових компетенцій з аналізу математичних моделей, які дозволять засвоювати пов’язані з нею дисципліни та використовувати набуті знання в професійній діяльності.
<b>Мета та цілі дисципліни</b>	<b>Метою</b> курсу є строге викладення основ математичного моделювання та варіаційного аналізу математичних моделей. <b>Завданням</b> курсу є ознайомлення студентів із основними принципами математичного моделювання, використанням сучасних досягнень в теорії рівнянь з частинними похідними для аналізу і дослідження математичних моделей.

<b>Література для вивчення дисципліни</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. F. Brauer, C. Castillo-Chavez, <i>Mathematical Models in Population Biology and Epidemiology</i>, Second Edition, Springer, 2012.</li> <li>2. N. Bacaer, <i>A Short History of Mathematical Population Dynamics</i>, Springer, 2011.</li> <li>3. A. Borisyuk, A. Friedman, B. Ermentrout, D. Terman. <i>Tutorials in Mathematical Biosciences. I</i> Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2005.</li> <li>4. O. Diekmann, R. Durrett, K.P. Hadeler, P. Maini, H.L. Smith. <i>Mathematics inspired by Biology</i>. Springer- Verlag Berlin Heidelberg, 1999.</li> <li>5. B. Perthame <i>Transport Equations in Biology</i>. Birkhäuser Verlag Basel . Boston . Berlin. 2007.</li> </ol>
<b>Обсяг курсу</b>	Всього 150 годин: 64 год аудиторних занять, з них 32 години лекційних занять, 32 години практичних занять, та 86 год самостійної роботи (очна форма навчання). Кредити: 5.
<b>Очікувані результати навчання</b>	<u>В результаті вивчення даного курсу студент повинен знати:</u> основні принципи математичного моделювання, приклади математичних моделей фізичних, біологічних та хімічних процесів. <u>вміти:</u> використовувати сучасні досягнення в теорії рівнянь з частинними похідними для аналізу і дослідження математичних моделей.
<b>Ключові слова</b>	Математична модель, узагальнена похідна функції, простір Соболева, узагальнений розв'язок крайової задачі для еліптичного рівняння.
<b>Формат курсу</b>	Очний денний.
<b>Теми</b>	Див. <b>Схема курсу</b>
<b>Підсумковий контроль, форма</b>	Залік
<b>Пререквізити</b>	Для вивчення даного курсу студенти повинні мати базові знання з: <ul style="list-style-type: none"> <li>- диференціальних рівнянь,</li> <li>- математичного аналізу,</li> <li>- функціонального аналізу.</li> </ul>
<b>Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу</b>	Лекції, практичні заняття і самостійна робота.
<b>Необхідне обладнання</b>	Комп'ютер із необхідним програмним забезпеченням, доступ до інтернету, Office 365.
<b>Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)</b>	<b>Оцінювання</b> проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються так: контрольні роботи №1 – №3 : $3 \times 20 = 60$ ; колоквиуми №1 -- №3: $3 \times 12 = 36$ ; премія за активну роботу -- 4; всього – 100. <b>Академічна доброчесність:</b> Очікується, що роботи студентів будуть оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Списування та втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в написанні завдань є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.

	<p><b>Відвідання занять</b> є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та практичні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів робіт, передбачених курсом.</p> <p><b>Література.</b> Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p><b>Політика виставлення балів.</b> Враховуються бали, набрані при поточному контролі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвочасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p> <p>Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p>
<p><b>Питання до заліку чи екзамену</b></p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Поняття математичної моделі</li> <li>2. Загальна схема застосування математики</li> <li>3. Множинність і єдиність моделей</li> <li>4. Вимога адекватності</li> <li>5. Вимога достатньої простоти</li> <li>6. Деякі інші вимоги до математичних моделей</li> <li>7. Типи математичних моделей</li> <li>8. Структурні та функційні моделі</li> <li>9. Дискретні та неперервні моделі</li> <li>10. Лінійні та нелінійні моделі</li> <li>11. Лінеаризація</li> <li>12. Детерміновані та ймовірнісні моделі. Інші типи моделей</li> <li>13. Математичні моделі з однією незалежною змінною</li> <li>14. Моделі в задачах механіки рідини, газу та плазми, твердого та деформівного тіла</li> <li>15. Поперечні коливання однорідної струни</li> <li>16. Поздовжні коливання однорідного стержня</li> <li>17. Поперечні коливань мембрани</li> <li>18. Поширення звукових хвиль</li> <li>19. Постановки задач для рівняння коливань в загальному випадку</li> <li>20. Математичні моделі процесів теплопровідності та дифузії</li> <li>21. Постановки задач для рівняння теплопровідності</li> <li>22. Математичні моделі стаціонарних процесів коливань і теплопровідності</li> <li>23. Математичні моделі хімічних процесів</li> <li>24. Математичні моделі біологічних процесів</li> <li>25. Екстремуми числових функцій однієї змінної</li> <li>26. Вступ до теорії варіаційних нерівностей</li> <li>27. Мінімізація функціоналів на банахових просторах і стаціонарні варіаційні нерівності та субдиференціальні включення</li> <li>28. Еліптичні варіаційні нерівності</li> </ol>
<p><b>Опитування</b></p>	<p>Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.</p>

## Схема курсу

Тиж- день	Лекційний курс		Практичні заняття		К-сть год СР Л-ра
	Назва теми	К- сть год	Назва теми	К- сть год	
<b>7-ий семестр</b>					
1	Розділ 1. Основні принципи математичного моделювання 1.1. Поняття математичної моделі. Основні вимоги 1.1.1. Поняття математичної моделі 1.1.2. Загальна схема застосування математики 1.1.3. Множинність і єдиність моделей 1.1.4. Вимога адекватності 1.1.5. Вимога достатньої простоти	2	Побудова і розв'язування математичних моделей фізичних процесів, що є задачами для звичайних диференціальних рівнянь.	2	5 [1-5]
2	1.2. Деякі інші вимоги до математичних моделей 1.3. Типи математичних моделей 1.3.1. Структурні та функційні моделі 1.3.2. Дискретні та неперервні моделі 1.3.3. Лінійні та нелінійні моделі 1.3.4. Лінеаризація 1.3.5. Детерміновані та ймовірнісні моделі. Інші типи моделей	2	Побудова і розв'язування математичних моделей біологічних процесів, що є задачами для звичайних диференціальних рівнянь.	2	6 [1-5]
3	Колоквіум № 1	2	Побудова і розв'язування математичних моделей хімічних і соціально-економічних процесів, що є задачами для звичайних диференціальних рівнянь.	2	6 [1-5]
4	Розділ 2. Математичні моделі фізичних процесів 2.1. Математичні моделі з однією незалежною змінною 2.1.1. Рух матеріальної точки по прямій під дією сили 2.2. Моделі в задачах механіки рідини, газу та плазми, твердого та деформівного тіла	2	Контрольна робота № 1	2	5 [1-5]

5	2.3. Математичні моделі процесів коливань 2.3.1. Поперечні коливання однорідної струни 2.3.2. Поздовжні коливання однорідного стержня	2	Побудова і аналіз математичних моделей процесів коливань	2	5 [1-5]
6	2.3.3. Поперечні коливань мембрани 2.3.4. Поширення звукових хвиль 2.3.5. Постановки задач для рівняння коливань в загальному випадку	2	Побудова і аналіз математичних моделей процесів коливань	2	6 [1-5]
7	2.4. Математичні моделі процесів теплопровідності та дифузії 2.4.1. Вивід рівняння теплопровідності та формулювання початкових і крайових умов 2.4.2. Постановки задач для рівняння теплопровідності 2.5. Математичні моделі стаціонарних процесів коливань і теплопровідності	2	Побудова і аналіз математичних моделей процесів Побудова і аналіз математичних моделей процесів дифузії	2	5 [1-5]
8	Розділ 3. Математичні моделі хімічних процесів	2	Побудова і аналіз математичних моделей стаціонарних процесів	2	5 [1-5]
9	Розділ 4. Математичні моделі біологічних процесів 4.1. Найпростіші моделі в біології 4.2. Види моделей в біології 4.3. Загальні моделі еволюції. Методи теоретичної популяційної генетики.	2	Контрольна робота № 2	2	6 [1-5]
10	Колоквіум № 2	2	Основи теорії просторів Соболева в прикладах і задачах	2	5 [1-5]
11	Розділ 5. Стаціонарні варіаційні нерівності 5.1. Екстремуми числових функцій однієї змінної	2	Екстремуми числових функцій однієї змінної	2	6 [1-5]
12	5.2. Вступ до теорії варіаційних нерівностей	2	5.3. Мінімізація функціоналів на банахових просторах	2	5 [1-5]
13, 14	5.3. Мінімізація функціоналів на	2	Субдиференціальні включення		6 [1-5]

	банахових просторах і стаціонарні варіаційні нерівності та субдиференціальні включення				
15	5.4. Еліптичні варіаційні нерівності	2	Перевірка виконання умов існування та єдиності слабких та сильних розв'язків задачі Діріхле для напівлінійних еліптичних рівнянь	2	5 [1-5]
16	Колоквіум № 3	2	Контрольна робота № 3	2	6 [1-5]
	Разом за семестр	32		32	86