

ПРОГРАМА
державного іспиту
на здобуття освітньо-кваліфікаційного рівня «Бакалавр»
зі спеціальності «Статистика»

Елементарна математика

Перетворення виразів. Функції та їхні властивості. Графіки функцій. Алгебраїчні, тригонометричні, степеневі й логарифмічні рівняння і нерівності. Вектори. Задачі планіметрії та стереометрії. Прогресії. Задачі з параметрами.

Аналітична геометрія

Основи векторної алгебри. Скалярний, векторний та мішаний добутки векторів. Векторно-координатний метод та його застосування. Прямі на площині. Прямі та площини в просторі. Афінні перетворення та афінна класифікація кривих та поверхонь другого порядку.

Математичний аналіз

Дійсні числа. Послідовності. Фундаментальні та збіжні послідовності. Поняття функції, границя функції, неперервність. Властивості функцій, неперервних на компактах в \mathbb{R}^n . Диференціал та похідна функції однієї змінної, їхня геометрична інтерпретація. Основні правила диференціювання. Формули Тейлора та Маклорена. Екстремум функції однієї та багатьох змінних. Дослідження функцій однієї змінної.

Визначений інтеграл. Формула Ньютона-Лейбніца. Заміна змінної у визначеному інтегралі. Інтегрування частинами. Застосування визначеного інтеграла: площа, довжина дуги, об'єм. Невластиві інтеграли, інтеграли, що залежать від параметрів. Кратні інтеграли, криволінійні та поверхневі інтеграли та їхнє застосування.

Числові ряди. Найпростіші ознаки збіжності (ознака порівняння, Даламбера, Коші, інтегральна ознака). Функціональні послідовності і ряди. Степеневі ряди та ряди Фур'є.

Лінійна алгебра

Матриці та дії над ними. Ранг матриці. Визначники та їхні властивості. Обернена матриця. Лінійні системи. Структура загального розв'язку системи лінійних рівнянь. Теорема Кронекера-Капеллі. Лінійні простори та їхні підпростори. Лінійні оператори. Матриці лінійних операторів у вибраних базах. Лінійні оператори в евклідових та унітарних просторах. Симетричні та ермітові відображення. Власні значення і власні вектори лінійних операторів. Слід та визначник лінійного оператора та їхній зв'язок зі спектром.

Алгебра, теорія чисел, математична логіка

Групи і підгрупи. Абелеві групи. Фактор-групи і теорема Лагранжа. Поняття кільця і поля. Ідеали. Кільця з однозначним розвиненням на прості множники. Факторизація многочленів з комплексними (дійсними) коефіцієнтами на незвідні множники. Кільця і поля лишків. Порівняння першого степеня з одним невідомим. Мала теорема Ферма. Функція Ейлера. Відношення. Відношення еквівалентності. Висловлення та обчислення їхніх значення. Дії над висловленнями. Закони математичної логіки. Предикати та квантори. Заперечення предикатів з кванторами.

Диференціальні рівняння

Задача Коші для звичайного диференціального рівняння першого порядку. Теорема існування та єдиності розв'язку. Методи інтегрування основних типів рівнянь першого порядку. Лінійні системи диференціальних рівнянь. Фундаментальна система розв'язків. Структура загального розв'язку. Лінійні неоднорідні системи. Лінійні диференціальні рівняння n -го порядку зі сталими коефіцієнтами. Метод неозначених коефіцієнтів та метод варіації сталих.

Рівняння в частинних похідних

Класифікація і зведення до канонічного вигляду рівнянь в частинних похідних другого порядку. Задача Коші для рівняння коливань струни. Формула д'Аламбера. Вільні коливання закріпленої струни. Метод Фур'є. Задача Штурма-Ліувілля. Принцип максимуму для рівняння теплопровідності.

Теорія функцій комплексної змінної.

Комплексні числа, модуль та аргумент, тригонометрична та показникова форми комплексних чисел. Аналітичної функції та умови Коші-Рімана. Цілі функції. Конформні відображення. Однолисті відображення. Властивості елементарних аналітичних функцій (степенева, показникова функції). Інтегральна формула Коші. Особливі точки та їхня класифікація. Відображення комплексних областей за допомогою лінійний, дробово-лінійних, степеневих та показникових відображень.

Варіаційне числення та методи оптимізації

Екстремальні задачі для функції багатьох змінних в обмежених областях. Задачі лінійного програмування. Геометричний метод. Найпростіша задача класичного варіаційного числення. Пошук екстремалей.

Теорія ймовірностей

Класичне та геометричне означення ймовірності. Аксиоматика Колмогорова. Умовна ймовірність. Формула повної ймовірності. Апостеріорні ймовірності гіпотез та формула Баєса. Незалежні події. Властивості ймовірностей. Закон великих чисел для незалежних випробувань. Схема Бернуллі та найімовірніше число успіхів. Дискретні та неперервні випадкові величини. Функції розподілів та щільності. Математичне сподівання і дисперсія. Дискретні розподіли: біноміальний, геометричний, розподіл Пуассона. Неперервні розподіли: рівномірний, показниковий, нормальний, розподіл Коші. Розподіли мінімуму і максимуму випадкових величин. Математичне сподівання функції від випадкової величини.

Математична статистика

Статистичний та варіаційний ряди. Емпірична функція розподілу. Описові статистики: середнє значення, вибіркова дисперсія, незміщена оцінка дисперсії, мода, медіана, асиметрія, ексцес. Інтервали надійності для нормального розподілу. Критерій хі-квадрат. Статистика відношення правдоподібності. Вибіркові початкові та центральні моменти. Щільність порядкової статистики. Метод моментів. Метод максимальної правдоподібності.

Випадкові процеси

Поняття випадкового процесу та його основні характеристики. Математичне сподівання та кореляційна функція. Процеси Пуассона. Процеси Вінера. Процеси відновлення. Процеси Маркова. Мартингали. Гіллясті процеси.

Регресійний та баєсівський аналіз даних

Проста лінійна регресія. Багатофакторна лінійна регресія. Оцінка коефіцієнтів регресії та їхні статистичні властивості. Метод найменших квадратів. Вибір моделі лінійної регресії. Ендогенність змінних. Теорема Баєса. Теорема Баєса для щільностей ймовірностей. Баєсівський висновок при невідомому середньому та дисперсії.

Бази даних та мова SQL

Основні поняття теорії реляційних баз даних. Таблиці та поля. Типи полів. Індeksi та їхні типи. Модель бази даних. Нормалізація баз даних. Створення запитів на мові SQL. Синтаксис оператора SELECT. Агрегатні функції.