

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Львівський національний університет імені Івана Франка**  
**Механіко-математичний факультет**  
**Кафедра алгебри, топології та основ математики**



**Затверджено**  
на засіданні кафедри алгебри,  
топології та основ математики  
механіко-математичного факультету  
Львівського національного  
університету імені Івана Франка  
(протокол № 1 від 29 серпня 2022 р.)

Завідувач кафедри алгебри,  
топології та основ математики

проф. Банах Т. О.

**Силабус з навчальної дисципліни**  
**“Топологічний аналіз даних”,**  
**що викладається в межах освітньо-професійних програм**  
**«Комп’ютерна алгебра, криптологія та теорія ігор»,**  
**“Математика. Математична економіка та економетрика”**  
**першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів з**  
**спеціальності 111 “Математика”**

Львів 2022 р.

<b>Назва дисципліни</b>	Топологічний аналіз даних
<b>Адреса викладання дисципліни</b>	Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка м. Львів, вул. Університетська 1
<b>Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна</b>	Механіко-математичний факультет Кафедра алгебри, топології та основ математики
<b>Галузь знань, шифр та назва спеціальності</b>	11 – математика та статистика 111 – математика
<b>Викладачі дисципліни</b>	Зарічний Михайло Михайлович, професор кафедри алгебри, топології та основ математики. Іщук Юрій Богданович, доцент кафедри алгебри, топології та основ математики.
<b>Контактна інформація викладачів</b>	<a href="mailto:yuriy.ishchuk@lnu.edu.ua">yuriy.ishchuk@lnu.edu.ua</a> ; <a href="http://www.mmf.lnu.edu.ua/algstaff/1445">http://www.mmf.lnu.edu.ua/algstaff/1445</a> ; <a href="https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/ischuk-yu-b">https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/ischuk-yu-b</a> Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 375. м. Львів, вул. Університетська, 1
<b>Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються</b>	Консультації в день проведення лекцій/практичних занять (за попередньою домовленістю).
<b>Сторінка курсу</b>	<a href="https://e-learning.lnu.edu.ua/course/view.php?id=4148">https://e-learning.lnu.edu.ua/course/view.php?id=4148</a>
<b>Інформація про дисципліну</b>	Дисципліна покликана сприяти розвитку логічного, аналітичного та алгоритмічного мислення студентів і надати знання із основ прикладної топології та вміння застосовувати алгоритми топологічного аналізу даних та імплементувати їх в моделі машинного навчання.
<b>Коротка анотація дисципліни</b>	Дисципліна “Топологічний аналіз даних” є нормативною дисципліною для студентів бакалаврату спеціальності 111 «Математика», які навчаються за освітньо-професійними програмами «Комп’ютерна алгебра, криптологія та теорія ігор», “Математика. Математична економіка та економетрика” і викладається в сьомому семестрі в обсязі 3-ох кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
<b>Мета та цілі дисципліни</b>	Метою вивчення “Топологічний аналіз даних” є забезпечення належної підготовки з математики та її застосувань, формування особистості, розвиток інтелекту студентів та їх здатності до логічного, аналітичного і алгоритмічного мислення.
<b>Література для вивчення дисципліни</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Carlsson, G. Topology and data. Bull. Amer. Math. Soc. (N.S.), 46(2):255–308, 2009.</li> <li>2. Carlsson, G. The shape of data. In Foundations of computational mathematics, Budapest 2011, volume 403 of London Math. Soc. Lecture Note Ser., pages 16–44. Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2013.</li> <li>3. Chen F., Obermaier H., Hagen H., Hamann B., Tierny J., Pascucci V.: Topology analysis of time-dependent multifluid data using the reeb graph. Computer Aided Geometric Design (2013).</li> <li>4. Cohen-Steiner D., Edelsbrunner H., Harer J.: Stability of persistence</li> </ol>

	<p>diagrams. In Proc. of ACM Symposium on Computational Geometry (2005).</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>5. Edelsbrunner H., A Short Course in Computational Geometry and Topology, SpringerBriefs in Mathematical Methods, 2014.</li> <li>6. Edelsbrunner H., Harer J.: Computational Topology: An Introduction. American Mathematical Society, 2009.</li> <li>7. Forman R.: A user's guide to discrete morse theory. In Proc. of the International Conference on Formal Power Series and Algebraic Combinatorics (2001).</li> <li>8. Ghrist R., Barcodes: The persistent topology of data. American Mathematical Society (2007).</li> <li>9. Ghrist R., "Elementary Applied Topology", ed. 1.0, Createspace, 2014.</li> <li>10. Gyulassy A.: Combinatorial Construction of Morse-Smale Complexes for Data Analysis and Visualization. PhD thesis, University of California at Davis, 2008.</li> <li>11. Raschka, Sebastian. Python machine learning. Birmingham, UK: Packt Publishing, 2015.</li> <li>12. Tierny J., Favelier G., Levine J. A., Gueunet C., Michaux M.: The Topology ToolKit. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics (Proc. of IEEE VIS) (2017). <a href="https://topology-tool-kit.github.io/">https://topology-tool-kit.github.io/</a>.</li> <li>13. Julien Tierny: Introduction to Topological Data Analysis, Sorbonne Universités, UPMC Univ.Paris 06, Laboratoire d'Informatique de Paris6</li> <li>14. giotto-tda: A Topological Data Analysis Toolkit for Machine Learning and Data Exploration, Tauzin et al, arXiv:2004.02551, 2020.</li> <li>15. Scikit-TDA, Topological Data Analysis for the Python ecosystem. <a href="http://scikit-tda.org">http://scikit-tda.org</a></li> <li>16. The Topology ToolKit (TTK), <a href="https://topology-tool-kit.github.io/">https://topology-tool-kit.github.io/</a></li> <li>17. The GUDHI (Geometry Understanding in Higher Dimensions) library for Topological Data Analysis (TDA), <a href="https://gudhi.inria.fr/">https://gudhi.inria.fr/</a></li> </ol>
<b>Обсяг курсу</b>	Загальний обсяг: 90 годин. Аудиторних занять: 64 год., з них 32 год. лекційних та 32 год. практичних занять. Самостійної роботи: 26 год.
<b>Очікувані результати навчання</b>	<p>У результаті вивчення даного курсу студент буде:</p> <p><b>знати:</b></p> <p>основні властивості і способи побудови симплексів і симпліціальних комплексів (зокрема, симпліціальних комплексів Чеха та Віторіса-Ріпса), способи і алгоритми триангуляції множини даних, побудови кліток і діаграм Вороного на множині даних, властивості групи ланцюгів <math>\gamma</math>-вимірних симплексів, застосування оператора межі та його властивості, характеристики групи гомологій симпліціального комплексу, властивості стійких (persistence) груп гомологій як стійких модулів (комплексів), алгоритм обчислення груп гомологій та їх інваріантів, теорема про нерухому точку та її застосування, простір штрих-кодових діаграм і метрики на ньому, алгоритм побудови дендрограм множин даних та метрик (ультраметрич) на них, властивості функції розміру та її кутових точок, основні типи і алгоритми машинного навчання, знати можливості пакетів топологічного аналізу даних і способи їх застосування.</p> <p><b>вміти:</b></p> <p>будувати триангуляцію заданої геометричної фігури, обчислювати групу ланцюгів <math>\gamma</math>-вимірних симплексів та групи гомологій фільтрованих комплексів, знаходити матрицю оператора межі фільтрованого комплексу та зводити її до канонічної форми (форми Сміта), будувати дендрограму для заданої множини даних та знаходити відстань між двома фіксованими вершинами відповідного дерева, будувати діаграму кутових точок для</p>

заданого многовиду (скінченної множини даних) та функції розміру, обчислювати відстань Васерштайна ( $\alpha=1$ ) та відстань "bottleneck" між заданими діаграмами кутових точок, зменшувати вимірність множини даних та візуалізувати їх, вибирати і застосовувати відповідний алгоритм машинного навчання для аналізу даних.

**Загальні компетентності:**

ЗК-1 Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;

ЗК-2 Здатність застосовувати знання практичних ситуаціях;

ЗК-3 Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності;

ЗК-6 Навички використання інформаційних і комунікаційних технологій;

ЗК-7 Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями;

ЗК-9 Здатність приймати обґрунтовані рішення;

ЗК-10 Здатність працювати в команді;

ЗК-11 Здатність спілкуватися з представниками інших професійних груп різного рівня (з експертами з інших галузей знань);

**Спеціальні (фахові, предметні) компетентності:**

СК-1 Здатність формулювати проблеми математично та в символній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання;

СК-2 Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі;

СК-3 Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізнити основні ідеї від деталей і технічних викладок;

СК-4 Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізнити правдоподібні аргументи від формально бездоганих;

СК-5 Здатність до кількісного мислення;

СК-6 Здатність розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем;

СК-10 Здатність використовувати обчислювальні інструменти для чисельних і символних розрахунків.

СК-12 Здатність брати участь у складанні наукових звітів із виконаних науково-дослідних робіт та у впровадженні результатів проведених досліджень і розробок.

**Результати навчання:**

РН-3 Знати принципи modus ponens (правило виведення логічних висловлювань) та modus tollens (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень;

РН-4 Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми;

РН-9 Уміти працювати зі спеціальною літературою іноземною мовою;

РН-10 Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями;

РН-11 Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних

	<p>моделей;</p> <p>PH-14 Знати теоретичні основи і застосовувати методи аналітичної та диференціальної геометрії для розв'язування професійних задач;</p> <p>PH-15 Знати теоретичні основи і застосовувати алгебраїчні методи для вивчення математичних структур;</p> <p>PH-16 Знати теоретичні основи і застосовувати методи топології, функціонального аналізу й теорії диференціальних рівнянь для дослідження динамічних систем;</p> <p>PH-19 Знати теоретичні основи і застосовувати методи математичної фізики для моделювання реальних фізичних, біологічних, екологічних, соціально- економічних та інших процесів і явищ;</p> <p>PH-21 Розв'язувати типові задачі математичного аналізу, алгебри, диференціальних та інтегральних рівнянь, оптимізації за допомогою чисельних методів.</p> <p>PH-22 Знати основи програмування та вміти створювати програмне забезпечення, необхідне в подальшій роботі.</p>
<b>Ключові слова</b>	Симпліціальний комплекс, стійка група гомологій, діаграма Вороного, дендрограма множини даних, штрих-кодова діаграма, функція розміру, машинне навчання.
<b>Формат курсу</b>	Очний, дистанційний Проведення лекційних, практичних і консультацій.
<b>Теми</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Симплекси і симпліціальні комплекси. Симпліціальні комплекси Чеха та Віторіса-Ріпса.</li> <li>2. Триангуляції множини даних. Клітки і діаграми Вороного.</li> <li>3. Група ланцюгів <math>g</math>-вимірних симплексів.</li> <li>4. Оператор межі та його властивості.</li> <li>5. Група гомологій симпліціального комплексу.</li> <li>6. Стійкі (persistence) групи гомологій як стійкі модулі (комплекси).</li> <li>7. Інваріантність груп гомологій. Теорема про нерухому точку.</li> <li>8. Простір штрих-кодових діаграм і метрики на ньому.</li> <li>9. Дендрограми множини даних та метрики (ультраметрики) на них.</li> <li>10. Функція розміру та її кутові точки.</li> <li>11. Відстань Васерштайна (<math>\alpha=1</math>) та відстань "bottleneck" між заданими діаграмами кутових точок.</li> <li>12. Візуалізація даних методами топологічного аналізу даних.</li> <li>13. Основні типи і алгоритми машинного навчання.</li> <li>14. Топологічний аналіз даних і машинне навчання.</li> </ol>
<b>Підс. контроль, форма</b>	Сьомий семестр – іспит.
<b>Пререквізити</b>	Для вивчення даного курсу студентам потрібно знати програмний матеріал таких дисциплін: дискретна математика, лінійна алгебра, інформатика та програмування (Python), теорія складності обчислень, топологія та диференціальна геометрія.
<b>Постреквізити</b>	Засвоєння окремих тем даного курсу та оволодіння програмними вміннями є необхідними передумовами вивчення таких компонент освітньої програми, як „Курсова робота”, „Методи оптимізації та керування”, „Виробнича практика”.
<b>Навчальні методи та техніки, які будуть використані під час викладання курсу</b>	Презентації, лекції, дискусії, консультації.
<b>Необхідне об-</b>	Комп'ютер із необхідним програмним забезпеченням, доступ до Internet

ладнання	мережі.
<p><b>Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)</b></p>	<p><i>VII-ий семестр.</i> Оцінювання поточної успішності впродовж семестру проводиться за 50-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• колоквиум-тест: 25% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 25.</li> <li>• оцінка за поточну успішність і виконання завдань на практичних заняттях: 25% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 25.</li> </ul> <p>Максимальна оцінка за іспит (реалізація і презентація індивідуального проекту) – 50 балів.</p> <p>Підсумкова максимальна кількість балів 100.</p> <p><b>Академічна доброчесність:</b> Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в написанні контрольних робіт, колоквиумів є підставою для їх незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p><b>Відвідання занять</b> є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та лабораторні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів робіт та індивідуальних завдань, передбачених курсом.</p> <p><b>Література.</b> Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p><b>Політика виставлення балів.</b> Враховуються бали набрані при поточному тестуванні (виконання завдань контрольних робіт, колоквиумів), самостійній роботі. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час лабораторного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p> <p>Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p>
<p><b>Питання до заліку чи екзамену.</b></p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Симплекси і симпліціальні комплекси. Симпліціальні комплекси Чеха та Віторіса-Ріпса.</li> <li>2. Триангуляції множини даних. Клітки і діаграми Вороного.</li> <li>3. Група ланцюгів <math>r</math>-вимірних симплексів.</li> <li>4. Оператор межі та його властивості.</li> <li>5. Група гомологій симпліціального комплексу.</li> <li>6. Стійкі (persistence) групи гомологій як стійкі модулі (комплекси).</li> <li>7. Інваріантність груп гомологій. Теорема про нерухому точку.</li> <li>8. Простір штрих-кодових діаграм і метрики на ньому.</li> <li>9. Дендрограми множини даних та метрики (ультраметрики) на них.</li> <li>10. Функція розміру та її кутові точки.</li> <li>11. Відстань Васерштайна (<math>\alpha=1</math>) та відстань “bottleneck” між заданими діаграмами кутових точок.</li> <li>12. Візуалізація даних методами топологічного аналізу даних.</li> <li>13. Основні типи і алгоритми машинного навчання.</li> <li>14. Топологічний аналіз даних і машинне навчання.</li> </ol>
<p><b>Опитування</b></p>	<p>Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.</p>

