

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Механіко-математичний факультет
Кафедра алгебри, топології та основ математики

Затверджено

На засіданні кафедри алгебри,
топології та основ математики
механіко-математичного факультету
Львівського національного університету
імені Івана Франка
(протокол № 1 від 29.08.2022 р.)

Завідувач кафедри
доктор фізико-математичних наук,
професор Банах Т.О.



Силабус з навчальної дисципліни

“Основи математики”,

що викладається в межах освітньо-професійної програми

«Середня Освіта (Математика)»

підготовки першого освітнього рівня вищої освіти

для здобувачів за спеціальністю

014.04 «Середня Освіта (Математика)»

Львів 2022 р.

Назва дисципліни	Основи математики
Адреса викладання дисципліни	Львівський національний факультет імені Івана Франка, Механіко-математичний факультет, вул. Університетська 1, м. Львів
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Механіко-математичний факультет, кафедра алгебри, топології та основ математики
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	01 Освіта/Педагогіка 014.04 Середня освіта (Математика)
Викладачі дисципліни	Банах Тарас Онуфрійович, д.ф.-м.н., професор
Контактна інформація викладачів	taras.banakh@lnu.edu.ua https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/banah-t-o м. Львів, вул. Університетська 1, ауд.374 тел. 0322394218
Консультації з питань навчання по дисципліні	Консультації в день проведення лекцій/практичних занять (за попередньою домовленістю) за адресою: м. Львів, вул. Університетська 1, ауд. 374. Також можливі онлайн консультації на платформі ZOOM. Для погодження часу консультацій слід писати на електронну пошту викладача.
Сторінка дисципліни	https://new.mmf.lnu.edu.ua/academics/bachelor/curriculum-education
Інформація про дисципліну	Дисципліна “Основи математики” є нормативною дисципліною зі спеціальності 014.14 Середня Освіта (Математика) для освітньо-професійної програми підготовки бакалавра, яка викладається в Львівському національному університеті імені Івана Франка в другому семестрі другого року навчання в обсязі 3 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
Коротка анотація дисципліни	Курс ознайомлює з аксіоматичними основами математики, теорією множин та класів, теорією чисел (трансфінітних, цілих, раціональних, дійсних та сюрреальних), теорією математичних структур, елементами теорії категорій
Мета та цілі дисципліни	Метою і завданням навчальної дисципліни “Основи математики” є формування чіткого розуміння суті фундаментальних математичних понять на основі аксіоматичної теорії множин та класів фон Ноймана-Бернайса-Геделя, виклад теорії Бурбакі математичних структур та елементів теорії категорій.
Література для вивчення дисципліни	Основна література: 1. T. Banakh, <i>Classical Set Theory: Theory of Sets and Classes</i> , 2020 (https://arxiv.org/abs/2006.01613). 2. T. Jech, <i>Set Theory</i> , Springer, 2003. 3. D. Knuth, <i>Surreal numbers</i> , Massachusetts: Addison-Wesley, 1974. 4. K. Kunen, <i>Set theory</i> , College Publ., London, 2011. 5. K. Kunen, <i>The foundations of mathematics</i> , London, 2009. 6. S. Mac Lane, <i>Categories for the working mathematician</i> , Springer, 1998. 7. E. Mendelson, <i>Introduction to Mathematical Logic</i> , CRC Press, 2015. Додаткова література: • В. Лянце, Т. Кудрик, Г. Чуйко, <i>Вступ до основ математики</i> , Львів, ЛНУ, 2003. • Т. Кудрик, <i>Пошуки основ математики</i> , Львів, 2009.

	<ul style="list-style-type: none"> • О. Никифорчин, <i>Елементи теорії множин</i>, Івано-Франківськ, 2022. • J.D. Monk, <i>Lectures on Set Theory</i>, 2019. • W. Lawvere, R. Rosebrugh, <i>Sets for mathematics</i>, 2003.
Обсяг курсу	Всього 90 годин: 48 год аудиторних занять, з них 32 год лекційних занять, 16 год практичних занять та 42 год самостійної роботи
Очікувані результати навчання	У результаті вивчення навчальної дисципліни відповідно до освітньої програми формуються програмні компетентності : Загальні компетентності: ЗК 5, ЗК 7, ЗК 9 Фахові компетентності спеціальності: ФК 1, ФК 8 Програмні результати навчання: ПРН 1, ПРН 3, ПРН 10, ПРН 11.

Ключові слова	Аксиоми фон Ноймана-Бернайса Геделя, аксиоми Цермело-Френкеля, клас, множина, відношення, функція, Аксиоми вибору, ординали, кардинали, числа, математичні структури, теорія категорій
Формат курсу	Очний Проведення лекцій та практичних занять
Теми	Перелік тем подано в додатку у формі схеми курсу
Підсумковий контроль форма	Іспит в кінці семестру в письмовій формі
Пререквізити	Базові знання з дискретної математики
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу	Презентації, лекції, практичні, дискусія
Необхідне обладнання	Мультимедійне обладнання
Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються на основі балів поточної успішності (які набираються на практичних заняттях, при перевірці домашніх завдань та внаслідок обговорення на лекціях), а також здачі письмового іспиту.</p> <p>Максимальна кількість балів: за поточну успішність – 50, за іспит – 50.</p> <p>Підсумкова максимальна кількість балів – 100 балів.</p> <p>Академічна доброчесність: Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагиату чи обману. Жодні форми недоброчесності не толеруються.</p>

	<p>Відвідання занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та практичні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів письмових робіт та індивідуальних завдань, передбачених курсом.</p> <p>Література. Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p>Політика виставлення балів. Враховуються бали набрані при перевірці домашніх завдань, поточному опитуванні та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізень на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p>
<p>Питання до іспиту</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Наївна теорія множин. Неозначувані поняття наївної теорії множин. • Парадокс Беррі • Поняття формули • Вільні змінні у формулі • Парадокс Рассела • Класи і множини • Аксиоми NBG (тобто фон Ноймана-Бернайса-Геделя) • Аксиоми існування класів у NBG • Аксиоми існування множин в NBG • Множина натуральних чисел в NBG • Теорема Геделя про існування класів • Аксиоми Цермело-Френкеля • Поняття відношення • Поняття функції • Індексовані сім'ї класів • Декартові добутки • Рефлексивні та іррефлексивні відношення • Відношення еквівалентності. Класи еквівалентності. Фактор-множини. • Множинно-подібні відношення • Фундаментальні (well-founded) відношення • Відношення порядку • Транзитивні множини • Ординали • Теорема рекурсії • Ранги фундаментальних відношень • Цілковиті порядки та їх ізоморфізми

	<ul style="list-style-type: none"> • Аксиома вибору • Арифметика ординалів • Кардинали. Алефи. • Арифметика кардиналів. • Лінійні порядки та їх поповнення • Цілі числа • Раціональні числа • Дійсні числа. • Сюрреальні числа. • Математичні структури • Категорії • Функтори
Опитування	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.

Таблиця 1. Схема курсу “Основи математики”

Тиждень	Тема	Форма діяльності	Література (зі списку)	Завдання	Термін виконання
1 (2 год)	Наївна теорія множин	лекція	[1], [10]	Теорія множин Кантора, парадокс Бері, мова і формули теорії множин, парадокс Рассела	1 тиждень
1 (1 год)	Наївна теорія множин	практика	[1], [10]	Теорія множин Кантора, парадокс Бері, мова і формули теорії множин, парадокс Рассела	1 тиждень
2, 3 (4 год)	Аксиоматична теорія множин	лекція	[1],[2],[4], [10]	аксіоми фон Ноймана-Бернайса-Геделя, теорема Геделя про існування класів, аксіоми Цермело-Френкеля	2 тижні
2, 3 (2 год)	Аксиоматична теорія множин	практика	[1],[2],[4], [10]	аксіоми фон Ноймана-Бернайса-Геделя, теорема Геделя про існування класів, аксіоми Цермело-Френкеля	2 тижні
4 (2 год)	Фундаментальні конструкції теорії множин та класів	лекція	[1]	відношення, функції, індексовані сім'ї класів, декартові добутки, спеціальні типи відношень	1 тиждень
4 (1 год)	Фундаментальні конструкції теорії множин та класів	практика	[1]	відношення, функції, індексовані сім'ї класів, декартові добутки, спеціальні типи відношень	1 тиждень
5,6 (4 год)	Порядок, ординали	лекція	[1],[4],[10]	Відношення порядку, транзитивність, ординали, дерева	2 тижні
5,6 (2 год)	Порядок, ординали	практика	[1],[4],[10]	Відношення порядку, транзитивність, ординали, дерева	2 тижні
7,8 (4 год)	Теорема рекурсії, цілковитий порядок	лекція	[1]	Теорема рекурсії, ранги, цілковитий порядок	2 тижні
7,8 (2 год)	Теорема рекурсії, цілковитий порядок	практика	[1]	Теорема рекурсії, ранги, цілковитий порядок	2 тижні
9 (2 год)	Універсум фон Ноймана	лекція	[1],[2],[4]	Універсум фон Ноймана	1 тиждень
9 (1 год)	Універсум фон Ноймана	практика	[1],[2],[4]	Універсум фон Ноймана	1 тиждень

10 (2 год)	Аксиоми вибору	лекція	[1], [2]	Аксиома вибору, її еквівалентні та глобальні версії	1 тиждень
10 (1 год)	Аксиоми вибору	практика	[1], [2]	Аксиома вибору, її еквівалентні та глобальні версії	1 тиждень
11 (2 год)	Арифметика ординалів	лекція	[1],[2], [4],[10], [11]	Наступники, додавання, множення, експоненціювання ординалів, канторова нормальна форма	1 тиждень
11 (1 год)	Арифметика ординалів	практика	[1],[2], [4],[10], [11]	Наступники, додавання, множення, експоненціювання ординалів, канторова нормальна форма	1 тиждень
12 (2 год)	Арифметика кардиналів	лекція	[1],[2], [4],[10], [11]	Потужності та кардинали, скінченні та зліченні множини, алефи, кофінальність кардиналів, (узагальнена) гіпотеза континуума, великі кардинали	1 тиждень
12 (1 год)	Арифметика кардиналів	практика	[1],[2], [4],[10], [11]	Потужності та кардинали, скінченні та зліченні множини, алефи, кофінальність кардиналів, (узагальнена) гіпотеза континуума, великі кардинали	1 тиждень
13 (2 год)	Лінійні порядки	лекція	[1],[5], [8],[9]	Повнота, універсальність, розрізи і перерізи лінійних порядків	1 тиждень
13 (1 год)	Лінійні порядки	практика	[1],[5], [8],[9]	Повнота, універсальність, розрізи і перерізи лінійних порядків	1 тиждень
14 (2 год)	Числа	лекція	[1], [3], [5], [7]	Цілі, раціональні, дійсні, сюрреальні числа	1 тиждень
14 (1 год)	Числа	практика	[1], [3], [5], [7]	Цілі, раціональні, дійсні, сюрреальні числа	1 тиждень
15 (2 год)	Математичні структури	лекція	[1],[5], [8],[9]	Приклади математичних структур, їх морфізми, характеристика дійсної прямої	1 тиждень
15 (1 год)	Математичні структури	практика	[1],[5], [8],[9]	Приклади математичних структур, їх морфізми, характеристика дійсної прямої	1 тиждень
16 (2 год)	Елементи теорії категорій	лекція	[1], [6], [12]	Категорії, функтори, природні перетворення, скелети категорій, ізоморфізм та еквівалентність категорій, характеристика категорії множин	1 тиждень
16 (1 год)	Елементи теорії категорій	практика	[1], [6], [12]	Категорії, функтори, природні перетворення, скелети категорій, ізоморфізм та еквівалентність категорій, характеристика категорії множин	1 тиждень