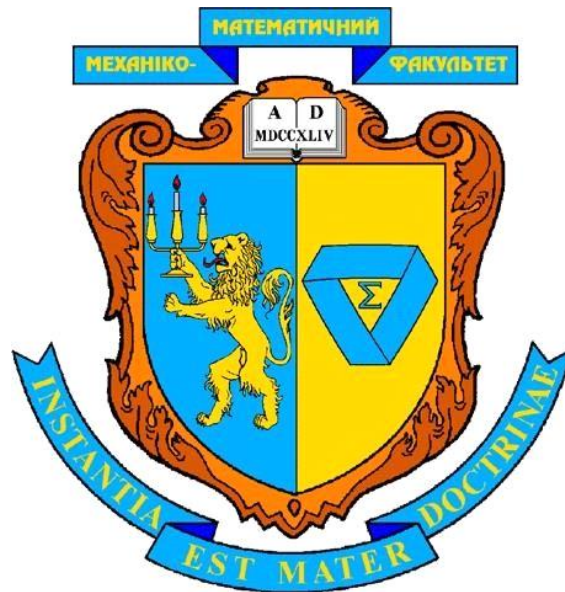


**Львівський національний університет
імені Івана Франка
Механіко-математичний факультет**



**Комплексний кваліфікаційний екзамен
з математики, методики викладання математики**

для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
за спеціальністю 014.04 Середня освіта (Математика)
галузі знань 01 Освіта/Педагогіка

Програма і довідкова інформація

Львів 2022

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Відповідно до освітньо-професійної програми «Середня освіта (Математика)» та навчального плану підготовки фахівців спеціальності 014.04 Середня освіта (Математика) атестація здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня зі спеціальності 014.04 Середня освіта (Математика), проводиться у формі комплексного екзамену з навчальних дисциплін:

1. Методика викладання математики
2. Математичний аналіз
3. Лінійна алгебра
4. Математична логіка
5. Теорія чисел
6. Аналітична геометрія
7. Топологія
8. Диференціальні рівняння
9. Рівняння математичної фізики
10. Комплексний аналіз
11. Функціональний аналіз та теорія міри
12. Теорія ймовірностей та математична статистика

Проведення атестації передбачає перевірку й оцінку теоретичної та практичної фахової підготовки здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти, з метою встановлення відповідності рівня та обсягу знань і вмінь, загальних і фахових компетентностей вимогам освітньо-професійної програми «Середня освіта (Математика)».

Проведення атестації має на меті оцінити рівень інтегральної, загальних і фахових компетентностей здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня, передбачених освітньо-професійною програмою «Середня освіта (Математика)» підготовки фахівців за спеціальністю 014.04 Середня освіта (Математика).

Програма атестації базується на освітньо-професійній програмі «Середня освіта (Математика)» першого (бакалаврського) рівня вищої освіти, силабусів навчальних дисциплін професійної підготовки, питання з яких винесено на кваліфікаційний екзамен.

Складання комплексного кваліфікаційного екзамену сприяє формуванню

Загальних компетентностей (ЗК):

ЗК2. Здатність зберігати та примножувати моральні, культурні, наукові цінності і досягнення суспільства на основі розуміння історії та закономірностей розвитку математики, її місця у загальній системі знань про природу і суспільство та у розвитку суспільства, техніки і технологій.

ЗК3. Здатність до прийняття ефективних рішень у професійній діяльності, відповідального ставлення до обов'язків і адаптації до сучасних умов процесу навчання.

ЗК5. Здатність до генерування нових ідей, виявлення та вирішення проблем.

ЗК7. Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел.

ЗК9. Здатність навчатися та засвоювати новітні інформацію та знання.

ЗК10. Здатність до застосування і використання сучасних інформаційно-комунікаційних технологій.

Фахових компетентностей (ФК):

ФК1. Здатність використовувати систематизовані та інноваційні теоретико-практичні

знання з математики та методики і методології навчання та викладання математики під час розв'язування професійних завдань.

ФК2. Здатність до добору й застосування сучасних та ефективних форм, методів, технологій та засобів навчання для організації навчального процесу в закладах загальної середньої освіти.

ФК3. Здатність до використання відкритих ресурсів, інформаційно-комунікаційних та цифрових технологій в освітньому процесі.

ФК4. Здатність до формування мотивації та організації пізнавальної діяльності учнів.

ФК8. Здатність до формування в учнів ключових і предметних компетентностей та здійснення міжпредметних зв'язків.

ФК10. Здатність здійснювати об'єктивний контроль і оцінювання рівня навчальних досягнень учнів на засадах компетентнісного підходу.

ФК11. Здатність до прийняття плідних та ефективних розв'язків у складних неочікуваних ситуаціях, вміння адаптуватися до нових ситуацій в освітницькій діяльності.

Успішне складання кваліфікаційного екзамену сприятиме досягненню бакалаврами

Програмних результатів навчання (ПРН):

ПРН1. Знати та розуміти основні поняття, закони, теорії, загальну структуру, предмет і методи дослідження математики та методики її навчання, місце і зв'язки в системі наук, етапи історії її розвитку.

ПРН3. Знати, розуміти та вміти використовувати принципи, форми, сучасні методи, методичні прийоми навчання математики для проведення уроку математики на високому рівні та виконання освітньої програми з математики в закладах загальної середньої освіти.

ПРН4. Знати та розуміти особливості навчання різних груп учнів, застосовувати диференціацію навчання, організовувати освітній процес з урахуванням особливих потреб учнів.

ПРН6. Уміти добирати і застосовувати сучасні освітні методики та технології для формування математичних компетентностей учнів і здійснювати самоаналіз ефективності уроків.

ПРН7. Володіти формами та методами виховання учнів на уроках, уміти відстежувати динаміку особистісного розвитку дитини.

ПРН10. Уміти розв'язувати задачі різних рівнів складності курсу математики в закладах загальної середньої освіти, чітко й раціонально пояснювати розв'язання учням.

ПРН11. Знати та володіти основними методами доведення математичних тверджень у навчанні учнів алгебри й геометрії.

ПРН12. Уміти створювати математичні моделі об'єктів та процесів для розв'язування задач із різних предметних галузей алгебраїчними та геометричними методами.

ПРН14. Розробляти і пропонувати різні форми та прийоми виховання позитивного ставлення до математики, мотивації учнів до засвоєння її основ та методів.

ПРН16. Самостійно організовувати процес навчання упродовж педагогічної діяльності та вдосконалювати здобуті під час вивчення предметів компетентності.

ПРН17. Знаходити шляхи швидкого і ефективного розв'язання поставленого завдання, генерувати ідеї, використовуючи отримані знання та навички.

РЕГЛАМЕНТ ПРОВЕДЕННЯ КВАЛІФІКАЦІЙНОГО ЕКЗАМЕНУ

Кваліфікаційний екзамен проводиться в письмовій формі за білетами, укладеними відповідно до програми екзамену і затвердженими на засіданні випускової кафедри алгебри, топології та основ математики. До екзамену допускаються здобувачі, які успішно виконали всі вимоги освітньо-професійної програми «Середня освіта (Математика)». Кваліфікаційний екзамен триває 3 години.

Екзаменаційний білет містить: 22 практичні завдання з відкритою відповіддю, (відповідь — десятковий дріб до 6 знаків після коми) та 2 теоретичні питання з методики викладання математики, які передбачають розгорнуту відповідь.

Структура білету:

1. Методика викладання математики (5 завдань)
2. Аналітична геометрія (1 завдання)
3. Математичний аналіз (6 завдань)
4. Лінійна алгебра, математична логіка, теорія чисел (4 завдання)
5. Диференціальні рівняння (1 завдання)
6. Рівняння математичної фізики (1 завдання)
7. Комплексний аналіз (1 завдання)
8. Функціональний аналіз і теорія міри (1 завдання)
9. Теорія ймовірностей та математична статистика (3 завдання)
10. Топологія (1 завдання)

КРИТЕРІЇ ТА НОРМИ ОЦІНЮВАННЯ ЗНАНЬ

Оцінювання відповідей студентів здійснюється з врахуванням фундаментальності та індивідуальності підходів до висвітлених питань. Кожна правильна відповідь з практичного завдання оцінюється у 3 бали, а кожне теоретичне питання – у 17 балів. Загальний результат визначається як проста сума отриманих балів.

Відповідь має бути чіткою, логічною і правильно побудованою. Виклад теоретичного матеріалу студент повинен підкріпити відповідними прикладами, які б свідчили про глибоке засвоєння і розуміння ним матеріалу.

Шкала оцінювання: національна та ECTS

<i>Оцінка в балах</i>	<i>Оцінка ECTS</i>	<i>Визначення</i>	<i>За національною шкалою</i>
			<i>Екзаменаційна оцінка</i>
90-100	A	<i>Відмінно</i>	<i>Відмінно</i>
81-89	B	<i>Дуже добре</i>	<i>Добре</i>
71-80	C	<i>Добре</i>	
61-70	D	<i>Задовільно</i>	<i>Задовільно</i>
51-60	E	<i>Достатньо</i>	
0-50	F	<i>Незадовільно</i>	<i>Незадовільно.</i>

ПЕРЕЛІК ПИТАНЬ
КОМПЛЕКСНОГО КВАЛІФІКАЦІЙНОГО ІСПИТУ
ПРЕДМЕТНОЇ СПЕЦІАЛЬНОСТІ
014.04 СЕРЕДНЯ ОСВІТА (МАТЕМАТИКА)

1. МЕТОДИКА ВИКЛАДАННЯ МАТЕМАТИКИ

1. Предмет методики викладання математики. Математика як наука та як навчальний предмет. Розвиток математичної освіти.
2. Спостереження і дослід. Порівняння і аналогія. Узагальнення та абстрагування. Індукція. Аналіз та синтез. Поняття та терміни. Класифікація.
3. Методи вивчення нового матеріалу. Математичні твердження. Доведення тверджень. Означення.
4. Види математичних задач. Умови в задачах. Методи розв'язування задач.
5. Урок математики в школі. Підготовка вчителя до уроку. Кабінет математики. Перевірка знань, вмінь та навиків. Самостійна робота учнів. Покращення успішності учнів. Повторення матеріалу.
6. Поняття числа. Елементи алгебри в молодших класах. Елементи геометрії в молодших класах. Розв'язування текстових задач.
7. Тотожності. Рівняння. Лінійні рівняння, нерівності та їх системи. Квадратні рівняння та нерівності. Ірраціональні рівняння та нерівності. Рівняння та нерівності з модулем. Тригонометричні рівняння та нерівності. Логарифмічні рівняння та нерівності. Показникові рівняння та нерівності.
8. Послідовності в шкільному курсі математики. Функція в шкільному курсі математики. Елементи диференціального та інтегрального числення в шкільному курсі математики.
9. Елементи комбінаторики.
10. Планіметрія в шкільному курсі математики.
11. Стереометрія в шкільному курсі математики.

Література

1. Бевз Г.К. Методика викладання математики. К.: Вища шк., 1989.
2. Жовнір Я.М., Євдокимов В.І. 500 задач з методики викладання математики. Харків: Основа, 1997.
3. Жолдак М.І. Комп'ютер на уроках математики: посібник для вчителів.– К.: Техніка, 1997. – 304с.
4. Слєпкань З.І. Методика викладання математики. К.: Педагогічна преса, 2002.
5. Підручники з математики для загальноосвітніх шкіл.

2. МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ

1. Дійсні числа. Аксиоматичне означення лінійно впорядкованого поля дійсних чисел. Послідовності. Збіжні послідовності. Фундаментальна послідовність.
2. Поняття функції, границя функції, неперервність. Існування та неперервність оберненої до функції однієї змінної. Властивості функцій, неперервних на компактах в R^n . Диференціал та похідна функції однієї змінної, їх геометрична інтерпретація. Основні правила

диференціювання. Теорема Ферма, Ролля, Лагранжа та Коші. Формули Тейлора та Маклорена. Екстремум функції однієї та багатьох змінних. Дослідження функцій однієї змінної.

3. Визначений інтеграл. Інтегрованість за Ріманом неперервної функції. Існування первісної неперервної функції. Формула Ньютона-Лейбніца. Заміна змінної у визначеному інтегралі. Інтегрування частинами. Застосування визначеного інтеграла: площа, довжина дуги, об'єм.
4. Невластиві інтеграли, інтеграли, що залежать від параметра, неперервність, інтегрування та диференціювання по параметру.
5. Числові ряди. Найпростіші ознаки збіжності (ознака порівняння, Даламбера, Коші, інтегральна ознака). Абсолютна та умовна збіжність, ознака Лейбніца.
6. Функціональні послідовності і ряди. Рівномірна збіжність, почленне інтегрування та диференціювання. Ряди степеневі, Фур'є.
7. Кратні інтеграли, криволінійні та поверхневі інтеграли, їх застосування.

Література

1. Заболоцький М.В., Сторож О.Г., Тарасюк С.І. Математичний аналіз, Київ: Знання, 2018
2. Заболоцький М.В., Фединяк С.І., Філевич П.В., Червінка К.А. Практикум з математичного аналізу, Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2009.
3. Демидович Б.П., Збірник задач і вправ з математичного аналізу
4. Дороговцев А.Я., Математичний аналіз, Т.1, Київ: Либідь, 1993.
5. Ляшко І.І., Смельянов В.Ф., Боярчук О.К., Математичний аналіз, Ч.1, Київ, 1992.
6. Lebl J., Introduction to Real Analysis, Vol. I, II, Oklahoma State University, 2022.

3. ЛІНІЙНА АЛГЕБРА, МАТЕМАТИЧНА ЛОГІКА, ТЕОРІЯ ЧИСЕЛ

1. Матриці і їх визначники. Властивості визначників. Ранг матриці. Теорема Кронекера-Капеллі. Обернена матриця.
2. Структура загального розв'язку системи лінійних рівнянь.
3. Розклад многочленів з комплексними (дійсними) коефіцієнтами на незвідні множники. Порівняння першого степеня з одним невідомим.
4. Висловлення та його істинносне значення. Дії над висловленнями. Предикат. Квантори, заперечення предикатів з кванторами.
5. Основні операції над множинами та їх властивості. Декартів добуток множин, зліченні множини, потужність континуума.
6. Відношення. Відношення еквівалентності.
7. Означення та приклади лінійних просторів та їх підпросторів. Лінійні оператори і їх матриці. Власні значення і власні вектори. Оператори простої структури. Лінійні оператори в евклідових і унітарних просторах.
8. Арифметика цілих та натуральних чисел. Числові функції. Системи числення. Ланцюгові дроби.

9. Конгруенції і кільця класів лишків. Конгруенції з невідомою. Конгруенції вищих степенів. Степеневі лишки. Первісні корені. Індекси.

Література

1. Андрійчук В. І., Забавський Б. В. Алгебра і теорія чисел. – Львів: ЛНУ ім. І. Франка, 2009. – 266 с.
2. Андрійчук В. І., Забавський Б. В. Лінійна алгебра. – Львів: Видавничий центр ЛНУ ім. І.Франка, 2008. – 238 с.
3. Андрійчук В. І., Комарницький М. Я., Іщук Ю. Б. Вступ до дискретної математики. – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2003. – 254 с.
4. Андрійчук В. І., Комарницький М. Я., Мельник І. О. Елементи математичної логіки та теорії рекурсії: навч. посібник. – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2013. – 282 с.
5. Андрійчук В.І., Забавський Б.В. Алгебра і теорія чисел // -Львів. -2005..
6. Дрозд Ю. А. Основи математичної логіки: курс лекцій – К.: ВПЦ «Київський університет», 2005.
7. Завало С.Т. та інші. Алгебра та теорія чисел. Практикум. Частина 2 // Київ: Вища школа, 1996.
8. Зеліско В. Р., Зеліско Г. В. Лінійна алгебра і аналітична геометрія. Практикум. – Львів: Видавничий центр ЛНУ ім. І.Франка, 2014. – 374 с.
9. Зеліско В. Р., Зеліско Г. В. Основи лінійної алгебри і аналітичної геометрії. – Львів: Видавничий центр ЛНУ ім. І.Франка, 2011. – 326 с.
10. Романів О.М. Електронний текст лекцій по курсу «Теорія чисел» // <http://mmf.lnu.edu.ua/algstu/302>
11. Романів О.М. Електронний текст матеріалів для практичних занять по курсу «Теорія чисел» // <http://mmf.lnu.edu.ua/algstu/302>
12. Романів О. М. Лінійна алгебра. Частина 2: підручник / Львів: Видавець І.Е. Чижиков, 2014. – 279 с.
13. Chang C. C., Keisler H. J. Model Theory – Courier Corporation, 2013. – 672 p.
14. Dujella A., Number Theory // Školska knjiga, 2021.
15. Ebbinghaus H.-D., Flum J., Thomas W. Mathematical Logic, 3rd ed. – Springer, 2021. – 313 p.
16. Flath D. E. Introduction to Number Theory // American Mathematical Society, 2018
17. Kleene S. C. Mathematical Logic. – Courier Corporation, 2013. – 416 p.
18. Mendelson E. Introduction to Mathematical Logic. 6th ed. – CRC Press, 2015. – 513 p.

4. АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ, ТОПОЛОГІЯ

1. Основи векторної алгебри. Векторно-координатний метод та його застосування.

2. Пряма на площині. Пряма і площина в просторі.
3. Афінні перетворення та афінна класифікація кривих та поверхонь другого порядку.
4. Поняття топологічного простору. Відкриті та замкнені підмножини в топологічних просторах. Неперервні відображення топологічних просторів. Аксиоми відокремлення.
5. Компактні простори. Зв'язні простори.

Література

1. Бабич В. М., Пехтерев В.О., Загальна топологія в задачах і прикладах, навчальний посібник для студентів фізико-математичних, природничих і технічних факультетів вищих навчальних закладів, Кам'янець-Подільський, Аксиома, 2015, 208 с.
2. Банах Т.О., Бокало Б.М., Іщук Ю.Б., Трущак Х. Збірник задач з аналітичної геометрії. – Львів ЛНУ, 2003.
3. Білоусова В.П., Ільїн І.Г., Сергунова О.П., Котлова В.М. Аналітична геометрія. Київ . 1962
4. Бокало Б.М., Бридун В.Л., Гуран І.Й. Навчально-методичний посібник з аналітичної геометрії. Львів ЛНУ, 2008.
5. Бокало Б.М., Бридун В.Л., Гуран І.Й., Н.М. Колос. Аналітична геометрія у прикладах і задачах. Львів: Видавець І.Е.Чижиков, 2016.-335с.
6. Бокало Б.М., Гуран І.Й, Зарічний М.М., Збірник задач з курсу диференціальної геометрії і топології (Загальна топологія), Київ, 1994.
7. Борисенко А.А. Диференціальна геометрія і топологія, Харків, Основа, 1995.
8. Гуран І.Й, Зарічний М.М., Диференціальна геометрія і топологія. Київ НВК МО, 1991.
9. Гутік О. Загальна топологія в теоремах, прикладах і задачах. Електронний курс лекцій та задач, Львів, 2022.
10. Никифорчин О.Р. Елементи загальної топології – Івано-Франківськ: Голіней О.М., 2015.
11. Яковець В.П., Боровик В.Н., Ваврикович Л.В. Аналітична геометрія. Суми “Університетська книга” 2004-293с.
12. Adamson I. T. A general topology workbook. Birkhauser, Boston, 1996.
13. Engelking R. General topology, Heldermann, Berlin, 1989, 535s.
14. Lipschutz S. General topology, McGraw Hill, New York, 1965.
15. Milewski E.G., The topology problem solver, REA, New Jersey, 1994.
16. Morris S. A. Topology Without Tears, 2011.

5. ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ

1. Задача Коші для звичайного диференціального рівняння першого порядку. Теорема існування та єдиності розв'язку. Методи розв'язування однорідних та лінійних рівнянь першого порядку.
2. Нормальні лінійні системи звичайних диференціальних рівнянь. Задача Коші.

3. Умови існування єдиного розв'язку. Нормальні лінійні однорідні системи.
4. Фундаментальна система розв'язків та її існування. Структура загального розв'язку.
5. Нормальні лінійні неоднорідні системи. Структура загального розв'язку. Метод варіації сталих.
6. Лінійні диференціальні рівняння n -го порядку зі сталими коефіцієнтами. Методи розв'язування (метод варіації сталих, метод неозначених коефіцієнтів).

Література

1. Бугрій О.М., Процах Н.П., Бугрій Н.В. Основи диференціальних рівнянь: теорія, приклади та задачі. Львів, 2011.
2. Гой Т.П., Махней О.В. Диференціальні рівняння. Івано-Франківськ, 2010.
3. Головатий Ю. Д. Електронний навчальний курс “Диференціальні рівняння. Частина 1” (атестований Організаційно-методичним центром електронного навчання ЛНУ імені Івана Франка, червень 2021 р.) <https://e-learning.lnu.edu.ua/course/view.php?id=4208>.
4. Головатий Ю. Д. Електронний навчальний курс “Диференціальні рівняння. Частина 2” (атестований Організаційно-методичним центром електронного навчання ЛНУ імені Івана Франка, червень 2021 р.) <https://e-learning.lnu.edu.ua/course/view.php?id=4162>.
5. Головатий Ю. Д. Системи лінійних диференціальних рівнянь. Конспект лекцій, 2022. <https://bit.ly/3VNtnWo>
6. Головатий Ю.Д., Кирилич В.М., Лавренюк С.П. Диференціальні рівняння: навч. посібник. - Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2011.
7. Перестюк М.О., Свіщук М. Я. Збірник задач з диференціальних рівнянь. Київ “Либідь”, 1997.
8. Самойленко А.М., Кривошея С.А., Перестюк М.О. Диференціальні рівняння у прикладах і задачах. – К.: Вища школа, 1994.
9. Самойленко А.М., Перестюк М.О., Парасюк І.О. Диференціальні рівняння. Київ “Либідь”, 1994.

6. РІВНЯННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ ФІЗИКИ

1. Класифікація і зведення до канонічного вигляду рівнянь в частинних похідних другого порядку.
2. Існування та єдиність розв'язку задачі Коші для рівняння коливань струни.
3. Існування розв'язку задачі Коші для однорідного хвильового рівняння.
4. Єдиність розв'язку задачі Коші для хвильового рівняння.
5. Вільні коливання закріпленої струни.
6. Метод Фур'є. Існування розв'язку.
7. Принцип максимуму для розв'язків рівняння теплопровідності.

Література

1. Бокало М.М. Електронний текст лекцій по курсу «Рівняння математичної фізики» // Сторінка курсу.
2. Бокало М.М. Електронний текст матеріалів для практичних занять по курсу «Рівняння математичної фізики» // Сторінка курсу.
3. Івасишен С.Д., Лавренчук В.П., Готинчан Т.І., Мельничук Л.М. Рівняння математичної фізики: основні методи, приклади, задачі // Чернівці, 2016.
4. Самойленко В.Г., Конет І.М. Рівняння математичної фізики // Київ: КНУ, 2014.
5. Перестюк М.О., Маринець В.В. Теорія рівнянь математичної фізики // Київ: Либідь, 1993.
6. Бугрій О.М. Методичні рекомендації до вивчення курсу «Рівняння математичної фізики» // Львів: ЛНУ, 2008.
7. Пабирівська Н.В. Збірник задач з рівнянь у частинних похідних // Львів: ЛНУ, 2005.

7. КОМПЛЕКСНИЙ АНАЛІЗ

1. Модуль та аргумент комплексного числа. Тригонометрична та показникова форма запису комплексного числа.
2. Означення аналітичної функції. Умови Коші-Рімана. Означення та основні властивості елементарних аналітичних функцій (ціла лінійна функція, степенева, показникова функції).
3. Інтегральні теореми Коші. Інтегральна формула Коші.
4. Ізольовані особливі точки однозначного характеру, їх класифікація. Теорема Ліувілля.

Література

1. Гольдберг А.А., Шеремета М.М., Заболоцький М.В, Скасків О.Б. Комплексний аналіз. Львів, Афіша, 2002; 2008
2. Romik D. Complex analysis lecture notes, June 15, 2021 <https://www.math.ucdavis.edu/~romik/data/uploads/notes/complex-analysis.pdf>
3. Комплексний аналіз. Приклади і задачі: Навчальний посібник. – За редакцією В.Г. Самойленка. – К.: ВПЦ «Київський університет», 2010.
4. Скасків О.Б. Методичні вказівки до практичних занять, 2023: https://new.mmf.lnu.edu.ua/wp-content/uploads/2021/03/Method_vkazivky_p_z_kompleksnyy_analiz_2023.pdf
5. Shastri A.R. Basic complex analysis of one variable, 2010. <https://www.math.iitb.ac.in/~ars/revbook.pdf>
6. Narasimhan R., Nievergelt Y. Complex Analysis in One Variable Second Edition. – Boston, Basel, Berlin: Birkhäuser, 2020. <https://d-nb.info/960908153/04>
7. Слюсарчук П.В. та інш. Комплексний аналіз: Навч. посібн., Ужгород: ДВНЗ УжНУ, 2022

8. ФУНКЦІОНАЛЬНИЙ АНАЛІЗ ТА ТЕОРІЯ МІРИ

1. Метричні простори, приклади. Збіжність послідовностей в метричних просторах. Фундаментальні послідовності. Повні метричні простори. Неперервність в точці для функції $f: X \rightarrow Y$ (X, Y – метричні простори). Критерій неперервності.
2. Принцип стискууючих відображень і його застосування. Означення та основні властивості інтегралу Лебега. Теорема про перехід до границі під знаком інтеграла. Варіація функції. Міра множини.

Література

1. Березанський Ю.М., Ус Г.Ф., Шефтель З.Г. Функціональний аналіз: навч. посібник. Львів : Видавець І. Чижиков, 2014. – 600 с.
2. Лянце В.Е., Кудрик Т.С., Чуйко Г.І. Лекції з функціонального аналізу. – Львів: Вид-во ЛНУ, 2000. – 177 с.
3. Лянце В.Е., Кудрик Т.С., Чуйко Г.І. Лекції з теорії міри й інтеграла Лебега. – Львів: Вид-во ЛНУ, 1999. – 112 с.
4. Сторож О. Г. Задачі з теорії міри та функціонального аналізу: збірник задач. Навч. посібник. Львів : Видавець І. Чижиков, 2011. – 151 с.

9. ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА

1. Класичне означення ймовірності. Аксиоматика Колмогорова теорії ймовірностей.
2. Правило додавання і множення ймовірностей. Формула повної ймовірності.
3. Числові характеристики випадкових величин. Закон великих чисел для незалежних випробувань.
4. Елементи математичної статистики: точкові оцінки параметрів розподілу.

Література

1. Pugachev V.S. Probability theory and mathematical statistics for engineers. Elsevier, 1984
<https://www.sciencedirect.com/book/9780080291482/probability-theory-and-mathematical-statistics-for-engineers>
2. Sahoo P. Probability and mathematical statistics, University of Louisville, Louisville, 2013
<http://www.uop.edu.pk/ocontents/Book.pdf>
3. Meyer M.C. Probability and mathematical statistics: Theory, applications, and practice in R. – SIAM, 24 Juny 2019
<https://www.amazon.com/Probability-Mathematical-Statistics-Applications-Practice/dp/1611975778>
4. Скасків О.Б. Теорія ймовірностей. Львів: Число, 2012.
5. Бордуляк М.Т., Скасків О.Б., Сумик О.М., Чижиков І.Е. Теорема і задачі теорії ймовірностей. Львів: Число, 2013.

6. Feller W. An introduction to probability theory and its applications, V. 1,2,3rd edición. Wiley , 2008.

<https://bitcoinwords.github.io/assets/papers/an-introduction-to-probability-theory-and-its-applications.pdf>

7. Гіхман И.И., Скороход А.В., Ядренко М.І. Теорія ймовірностей і математична статистика. К.: Вища школа, 1988.

8. Коваленко І.Н., Гнеденко Б.В. Теорія ймовірностей. К.: Вища школа, 1990.

9. Голомозий В.В., Карташов М.В., Ральченко К.В. Збірник задач з теорії ймовірностей і математичної статистики. Навч. госібн., Київ: ВПЦ ``Київський університет'', 2015.

<http://ztimathan.chnu.edu.ua/wp-content/uploads/2019/02/Збірник-завдань-з-теорії-ймовірностей.pdf>

10. Барковський В.В., Барковська Н.В., Лопатін О.К. Теорія ймовірностей та математична статистика. 5-те видання. — Київ: Центр учб. літ., 2010.

<https://library.kre.dp.ua/Books/2-4%20kurs/%D0%A2%D0%B5%D0%BE%D1%80%D1%96%D1%8F%20%D0%B9%D0%BC%D0%BE%D0%B2%D1%96%D1%80%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%96%20%D1%82%D0%B0%20%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D1%87%D0%BD%D0%B0%20%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0/%D0%91%D0%B0%D1%80%D0%BA%D0%BE%D0%B2%D1%81%D1%8C%D0%BA%D0%B8%D0%B9%20%D1%82%D0%B5%D0%BE%D1%80%D1%96%D1%8F%20%D1%96%D0%BC%D0%BE%D0%B2%D1%96%D1%80%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%B9%20%D1%82%D0%B0%20%D0%9C%D0%A1%202010.pdf>

11. Єрмоєнко В.О. та інші. Комплексні практичні індивідуальні завдання з теорії ймовірностей та математичної статистики для студентів всіх спеціальностей, Тернопіль, ТНЕУ, 2017. <http://dspace.wunu.edu.ua/handle/316497/37133>



Декан механіко-математичного факультету

Ігор ГУРАН

Зразок екзаменаційного білету
комплексного кваліфікаційного екзамену
зі спеціальності 014.04 «Середня освіта (Математика)»

1. Урок математики в школі. Підготовка вчителя до уроку.
2. Методи вивчення нового матеріалу.

Вказівки: Розв'яжіть завдання і в дужках (.....) запишіть відповіді десятковим дробом. У випадку кількох вірних відповідей запишіть номери правильних варіантів у порядку зростання без розділових знаків. Ваші відповіді також запишіть у відповідних клітинках талону відповідей. Виправлення відповідей у завданні та в талоні не допускається.

3.(.....)

Обчислити $\log_2 \log_3(5^a)$, якщо $a = \log_5 81$.

4.(.....)

Визначити кількість розв'язків рівняння $\sin^2 x + \sin^2 2x = 1$ на проміжку $[-\pi/4; \pi]$.

5.(.....)

Площа основи піраміди 120, її об'єм 240. Знайти площу перерізу піраміди площиною, паралельною до основи і віддаленою від неї на 3.

6.(.....)

Яку лінію задає рівняння $4x^2 - y^2 - 16x + 6y + 23 = 0$:

1) еліпс; 2) гіпербола; 3) парабола?

7.(.....)

Знайти найменший елемент множини $A \cap B$, якщо $A = \{0; 1; 2; 3\}$; $B = \{0,125; 0,25; 0,5; 1; 2\}$.

8.(.....)

Знайти найменше число в області визначення функції $y = \sqrt{1 - 4x^2}$.

9.(.....)

Обчислити $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$.

10.(.....)

Знайти значення похідної функції $f(x) = x^x$ у точці $x = 1$.

11.(.....)

Серед первісних $F(x)$ функції $f = x \sin x + x$ вибрати таку, що $F(\pi) = \pi + 0,375 \pi^2$. У відповідь записати $F(\pi/2)$.

12.(.....)

Обчислити об'єм тіла, обмеженого поверхнями $z = 2x$, $z = 0$, $y = 0$, $y = 1$, $x = 0$, $x = 1$.

13.(.....)

Нехай $U = L(a_1, a_2)$, $V = L(b_1, b_2)$. Знайти $\dim(U \cap V)$, якщо $a_1 = (1, 2, 3)$; $a_2 = (2, 4, 5)$; $b_1 = (3, 6, 1)$; $b_2 = (4, 8, 3)$.

14.(.....)

Розв'яжіть рівняння $x^2 + (-4 + 5i)x - (1 + 7i) = 0$ і у поле відповідей запишіть максимальне значення модуля його коренів.

15.(.....)

Які з формул числення висловлень є логічно еквівалентними (рівносильними) до формули

$(\neg(A \rightarrow B) \wedge \neg(A \wedge B)) \vee B$?

- 1) $A \vee B$;
- 2) $(A \vee B \vee C) \wedge (A \vee B)$;
- 3) $A \wedge B$;
- 4) $\neg A \vee \neg B$;
- 5) $A \rightarrow B$.

16.(.....)

Які з чисел 52, 48, 6, -12, -72 конгруентні 26 за модулем 2?

1) усі; 2) 48; 3) 52; 4) 6; 5) -12, -72.

17.(.....)

Яке серед поданих рівнянь є рівнянням з відокремлюваними змінними?

- 1) $\cos y y' = \sin y + 3x + 1$;
- 2) $y' - xy^2 = 2xy$;
- 3) $2xy dx + (x^2 - y^2) dy = 0$;
- 4) $\frac{3x^2 + y^2}{y^2} dx + \frac{2x^3 + 5y}{y^3} dy = 0$.

18.(.....)

Запишіть найслабшу (з поданих нижче) достатню умову на функцію $\varphi = \varphi(x)$, яка гарантує існування класичного розв'язку задачі Коші

$$u_{tt} = a^2 u_{xx}, \quad u|_{t=0} = \varphi(x), \quad u_t|_{t=0} = 0.$$

- 1) функція φ неперервно диференційовна на R_+^1 ;
- 2) функція φ неперервно диференційовна на R^1 ;
- 3) функція φ двічі неперервно диференційовна на R_+^1 ;
- 4) функція φ двічі неперервно диференційовна на R^1 ;
- 5) функція φ тричі неперервно диференційовна на R_+^1 ;
- 6) функція φ тричі неперервно диференційовна на R^1 .

19.(.....)

Нехай функція f визначена в околі $z_0 \in \mathbf{C}$. Дати означення моногенності f в точці z_0 (вибрати правильний варіант):

- 1) існує $f'(z_0) \in \mathbf{C}$;
- 2) f' існує в околі z_0 і неперервна в z_0 ;
- 3) f' існує і неперервна в околі z_0 ;
- 4) в точці z_0 виконуються умови Коші – Рімана.

20.(.....)

Обчислити інтеграл Лебега $\int_{[-2;3]} 2 \operatorname{sgn}(x^2 - x - 2) d\mu_1$.

21.(.....)

У коробці знаходиться 3 білих і 4 червоних кульок. Навмання вибирають три кульки. Знайти ймовірність p того, що витягнуто не менше двох білих куль, якщо відомо, що серед витягнутих куль є принаймні одна біла. У талон відповідей записати значення $93p$.

22.(.....)

Сім раз підкидають симетричну монету. Випадкова величина ξ – кількість випадань герба. Знайти математичне сподівання випадкової величини ξ .

23.(.....)

Методом максимальної правдоподібності оцінити невідомий параметр a рівномірного розподілу на відрізьку $[a; b]$, якщо задана реалізація вибірки

5	7	7	8	5	9	4	7	8	4
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

24.(.....)

Вкажіть, які із сімей підмножин множини \mathbb{R} утворюють топологію:

- 1) $\tau = \{[a, +\infty): a \in \mathbb{R}\} \cup \{\mathbb{R}\} \cup \{\emptyset\}$;
- 2) $\tau = \{(a, +\infty): a \in \mathbb{R}\} \cup \{\mathbb{R}\} \cup \{\emptyset\}$;
- 3) $\tau = \{[a, b): a, b \in \mathbb{R}, a < b\} \cup \{\mathbb{R}\} \cup \{\emptyset\}$;
- 4) $\tau = \{5\} \cup \{\mathbb{R}\} \cup \{\emptyset\}$.