

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Механіко-математичний факультет
Кафедра математичної економіки, економетрії,
фінансової та страхової математики

Затверджено
на засіданні кафедри математичної
економіки, економетрії, фінансової та
страхової математики
механіко-математичного факультету
Львівського національного університету
імені Івана Франка
(протокол № 12 від 30 серпня 2022 р.)



Завідувач кафедри
_____ проф. Кирилич В.М..

Силабус з навчальної дисципліни
«Опуклі структури: теорія та застосування»,
що викладається в межах ОПП Математика. Математична економіка та економетрика
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів із спеціальності
111 – математика

Назва дисципліни	Опуклі структури: теорія та застосування	
Адреса викладання дисципліни	Механіко-математичний факультет, ауд. 354	
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Механіко-математичний факультет, кафедра математичної економіки, економетрії, фінансової та страхової математики	
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	11 – математика і статистика; 111 – математика	
Викладачі дисципліни	Козицький В.А., к.ф.-м.н., доцент	
Контактна інформація викладачів	valerii.kozytskyi @lnu.edu.ua	
Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються	он-лайн консультації valerii.kozytskyi @lnu.edu.ua	
Сторінка дисципліни	Опуклі структури: теорія та застосування (lnu.edu.ua) http://www.mmf.lnu.edu.ua/meeprg/1663	
Інформація про дисципліну	Дисципліна «Опуклі структури: теорія та застосування» є нормативною дисципліною із спеціальності 111 – математика для освітньої програми математична економіка та економетрика підготовки бакалавра, яка викладається в III семестрі в обсязі 3 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS)	
Коротка анотація дисципліни	Навчальну дисципліну розроблено так, щоб надати учасникам необхідні знання, обов'язкові для того, щоб будувати математичні моделі для аналізу соціально-економічних процесів. Тому в дисципліні представлено як огляд властивості опуклих множин та конусів, структурні властивості полієдрів та полієдральних конусів, властивості увігнутих (опуклих) функцій та їх узагальнення, основи задач математичної оптимізації та їх застосування до моделювання соціально-економічних процесів.	
Мета та цілі дисципліни	Метою вивчення нормативної дисципліни «Опуклі структури: теорія та застосування» є ознайомлення студентів із завданнями математичного моделювання для оволодіння його сучасними підходами та інструментами, надання фундаментальних знань з концепцій, методів і технологій дослідження задач, забезпечення належної базової математичної підготовки студентів та формування вмінь застосовувати свої знання для аналізу економічних явищ	
Література для вивчення дисципліни	1. Козицький В.А. Опуклі структури, методи оптимізації та їхнє застосування в економічному аналізі. – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2008. – 448с. 2. Козицький В.А., Лавренюк С.П., Оліскевич М.О. Основи математичної економіки. Теорія споживання. – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2004. – 264 с. 3. Козицький В.А., Лавренюк С.П., Оліскевич М.О. Основи математичної економіки. Теорія фірми. – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2005. – 323 с. 4. Моклячук М. П. Основи опуклого аналізу. Навчальний посібник. - К.: ТВіМС, 2004 — 204 с.	

	<p>5. Kythe K . Elements of concave analysis and applications.- CRC Press, -2018 – 379 p.</p> <p>6. Michael J. Panik Mathematical Analysis and Optimization for Economists.- - CRC Press, -2022 – 345 p.</p>	
Обсяг курсу	90 годин. З них: 48 години аудиторних занять (32 години лекцій і 16 години практичних занять) та 42 год. самостійної роботи	
Очікувані результати навчання	<p>Після завершення цього курсу студент буде:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Знати теоретичні базові поняття та властивості опуклих структур та методів математичної оптимізації . – Вміти досліджувати множини на опуклість, застосовувати теореми розділення множин, знати структурні властивості поліедра, вміти обчислювати екстремальні точки поліедра, досліджувати функції на опуклість, увігнутість, квазіопуклість, квазіувігнутість, розв'язувати задачі лінійної та опуклої оптимізації, аналізувати отримані результати. <p>Курс забезпечує набуття таких компетентності та програмних результатів навчання: ЗК1, ЗК3, ЗК7, ЗК9, ЗК12, ЗК13, СК1, СК2, СК3, СК4, СК8, СК11, СК12, РН3, РН6, РН10, РН12, РН23, РН24.</p>	
Ключові слова	Опуклі множини, поліедр, поліедральний конус, розділення множин, екстремальна точка, увігнута (опукла) функція, задача опуклої оптимізації, задача лінійної оптимізації.	
Формат курсу	Очний	
	Проведення лекцій, лабораторних робіт та консультації для кращого розуміння тем	
Теми	<p>Тема 1. Опуклі множини та конуси. Приклади, топологічні та алгебричні властивості. Теорема Радона, теорема Хеллі, теорема Каратеодори.</p> <p>Тема 2. Теореми про розділення множин та їхнє застосування.</p> <p>Тема 3. Екстремальні точки. Теорема Крейна-Мілмана.</p> <p>Тема 4. Спряжені множини. Теорема Дубовицького –Мілютіна.</p> <p>Тема 5. Увігнуті (опуклі), квазіувігнуті (квазіопуклі) функції та їхні властивості.</p> <p>Тема 6. Характеристична та оптимальна властивість увігнутих (опуклих) функцій.</p> <p>Тема 7. Функція Коба-Дугласа, функція Леонтьєва, функція CES та їх властивості.</p> <p>Тема 8. Задача математичної оптимізації. Умови оптимальності Куна-Такера, задача лінійної оптимізації, теорія двоїстості.</p>	
Підсумковий контроль, форма	Іспит в кінці семестру Іспит – письмовий	
Пререквізити	Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з математичного аналізу, лінійної алгебри, достатніх для сприйняття категоріального апарату дослідження опуклих структур та розв'язання задач оптимізації.	
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу	Презентації, лекції, дискусії.	
Необхідне обладнання	використання програмного забезпечення і операційних систем, комп'ютерне обладнання.	

<p>Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)</p>	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням:</p> <ul style="list-style-type: none"> • практичні/самостійні: 25% семестрової оцінки: максимальна кількість балів 25; • контрольні заміри (модулі): 25% семестрової оцінки: максимальна кількість балів 25; • іспит: 50% семестрової оцінки: максимальна кількість балів 50. <p>Загалом протягом семестру 100 балів.</p> <p>Письмові роботи: Очікується, що студенти виконають декілька видів письмових робіт (індивідуальні завдання, колоквиум).</p> <p>Академічна доброчесність: Очікується, що роботи студентів будуть їхніми оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p>Відвідання занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції і практичні заняття курсу. Студенти мають інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися усіх строків, визначених для виконання усіх видів письмових робіт, передбачених курсом.</p> <p>Література. Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p>Політика виставлення балів. Враховуються бали, набрані на поточному тестуванні, самостійній роботі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях, не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p> <p>Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p>	
<p>Питання до екзамену (чи питання до контрольної роботи)</p>	<p>Перелік питань на іспит та вимоги надсилаються студентам.</p> <p>Опуклі структури: теорія та застосування</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Опуклі множини та конуси <ul style="list-style-type: none"> • означення: опуклі, строго опуклі множини, приклади; • довести, що гіперплощина і поліедр опукла множина; • доведення: структура опуклої множини; • алгебричні операції над опуклими множинами; • топологічна структура опуклих множин; • структура опуклої оболонки, політоп, приклади; • опукла оболонка компакта; 	

- афінно незалежні точки, доведення: теорема Радона , теорема Хеллі;
- опуклий конус, структура опуклого конуса, приклади;
- конічна оболонка, структура конічної оболонки. Приклади 2.2.6;
- теорема Каратеодори;
- поліедральний (багатогранний) конус;
- розділення множин, доведення: лема Мінковського-Фаркаша;
- теорема 2.7.1.
- опорна гіперплощина, теорема про опорну гіперплощину, приклади;
- теорема про розділення множин, приклади побудови розділюючої гіперплощини;
- дотична гіперплощина
- екстремальні точки, приклади, існування екстремальних точок, теорема Крейна-Мілмана;
- спряженні множини , приклади;
- теорема двоїстості опуклих множин;

2. Увігнуті функції

- означення (строغو)увігнутої та опуклої функції, приклади;
- нерівність Єнсена
- підграфік (надграфік) функції, доведення теореми про гіпографік увігнутої функції;
- операції у класі увігнутих (опуклих) функції;
- композиція увігнутої функцій, приклади;
- характеристична властивість увігнутої (опуклої) функції;
- увігнутість(опуклість) неперервно дифереційовних функцій;
- увігнутість(опуклість) двічі неперервно дифереційовних функцій, приклади;
- (строغو)квазіувігнуті та квазіопуклі функції, приклади;
- операції в класі квазіувігнутих функцій, нерівність Єнсена, множини Лебега;
- характеристична властивість квазі(опуклих)увігнутих функцій;
- однорідні, додатно-однорідні функції, співвідношення між увігнутістю та квазіувігнутістю, опуклістю та квазіопуклістю однорідних функцій;
- критерій квазі(опуклості)увігнутості функцій;
- функція Кобба-Дугласа, CES, функція Леонтьєва - дослідження;

3. Методи оптимізації

- означення точки локального(глобального) максимуму(мінімуму) функції; критерій оптимальності увігнутих(опуклих) функцій; властивості точок максимуму (мінімуму) увігнутих (опуклих) функцій;

	<ul style="list-style-type: none"> • задача безумовної оптимізації, необхідні і достатні умови оптимальності; • задача класичної оптимізації, необхідні і достатні умови оптимізації; • задача оптимізації з обмеженнями типу нерівності, умови Куна-Такера; • задача увігнутої(опуклої) оптимізації, умови Куна-Такера (доведення). <p>Практична частина містить доведення на опуклість гіперплощини, поліедра, ймовірносного симплексу, кулі. Приклад 2.1.9, приклад 2.2.6, приклад 2.3.3, 2.3.4, приклад 2.4.1. Дослідження функції на (квазі)увігнутість, (квазі)опуклість.</p>	
Опитування	Анкет-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенні курсу.	

Схема курсу

Тиж.	Тема, план, короткі тези	Форма діяльності (заняття)* *лекція, самостійна, дискусія, групова робота	Література для вивчення дисципліни	Завдання, год.	Термін виконання
1	Предмет і метод опуклих структур. Причини включення опуклих структур до економічного аналізу	лекція, практична	1,4,6,	Опрацювати питання лекцій, практичної 2 год. л.	
2	Опуклі множини, конуси та їхні алгебричні і топологічні властивості та застосування. Теореми розділення множин.	лекція, практична	1,4,5,6	Опрацювати питання лекцій, практичної 2 год. л. 2 год. пр	
3	Теорема Радона, теорема Хеллі, теорема Каратеодори.	лекція, практична	1,4,5,6	Опрацювати питання лекцій, практичної 2 год. л.	
4	Екстремальні точки. Теорема Крейна-Мілмана.	лекція, практична	1,4,5,6	Опрацювати питання лекцій, практичної 2 год. л. 2 год. пр	

5	Спряжені множини. Теорема Дубовицького-Мілютіна.	лекція, практична	1,4,5,6	Опрацюва ти питання лекцій, практичної 2 год. л.	
6	Ефективні виробничі процеси та ціни	лекція, практична	1,3,4,5,6	Опрацюва ти питання лекцій, практичної 2 год. л.	
7	Увігнуті (опуклі) функції та їх узагальнення.	лекція, практична	1,2,4,5,6	Опрацюва ти питання лекцій, практичної 2 год. л. 2 год. пр	
8	Характеристична та оптимальна властивість увігнутої (опуклої) функції.	лекція, практична	1,4,5,6	Опрацюва ти питання лекцій, практичної 2 год. л.	
9	Дослідження функцій на увігнутість, опуклість, квазіувігнутість, квазіопуклість.	лекція, практична	1,4,5,6	Опрацюва ти питання лекцій, практичної 2 год. л. 2 год. пр	
10	Функція Коба-Дугласа, функція Леонтьєва, функція CES	лекція, практична	1,2,3,4,5,6	Опрацюва ти питання лекцій, практичної 2 год. л.	
11- 12	Задача математичної оптимізації. Задача опуклої оптимізації. Умови оптимальності Куна-Такера.	лекція, практична	1,4,5,6	Опрацюва ти питання лекцій, практичної 4 год. л. 4 год. пр	
13	Задача квазіувігнутої оптимізації. Умови оптимальності Куна-Такера. Теорема Ерроу-Ентховена.	лекція, практична	1,4,5,6	Опрацюва ти питання лекцій, практичної 2 год. л.	
14	Задача лінійної оптимізації. Теорія двоїстості.	лекція, практична	1,4,5,6	Опрацюва ти питання лекцій, практичної 2 год. л. 2 год. пр	

15-16	Методи розв'язання задач математичної оптимізації.	лекція, практична	1,4,5,6	Опрацювати питання лекцій, практичної 4 год. л. 2 год. пр	
-------	--	----------------------	---------	--	--