

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Механіко-математичний факультет
Кафедра математичної статистики і диференціальних рівнянь

Затверджено

на засіданні кафедри математичної
статистики і диференціальних рівнянь
механіко-математичного факультету
Львівського національного університету
імені Івана Франка
(протокол № 1 від 29.08.2022)



Завідувач кафедри

проф. Бугрій О.М.

Силабус з навчальної дисципліни

“ Рівняння математичної фізики ”,

що викладається в межах ОПП

“Комп’ютерна алгебра, криптологія і теорія ігор”,

“Комп’ютерний аналіз математичних моделей”,

“Математика. Математична економіка та економетрика”,

“Середня освіта (Математика)”

першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів із спеціальностей 111

– Математика та 014 – Середня освіта

Львів 2022

Назва дисципліни	Рівняння математичної фізики
<p>Адреса викладання дисципліни Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна Галузь знань, шифр та назва спеціальності</p> <p>Викладачі дисципліни</p> <p>Контактна інформація викладачів</p>	<p>Львівський національний факультет імені Івана Франка, Механіко-математичний факультет, вул. Університетська 1, м. Львів Механіко-математичного факультет Кафедра математичної статистики і диференціальних рівнянь</p> <p>Галузь знань: 11 Математика і статистика Спеціальність: 111 Математика; Галузь знань: 01 Освіта/Педагогіка Спеціальність: 014 Середня освіта (Математика)</p> <p>Бокало Микола Михайлович, доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри математичної статистики і диференціальних рівнянь; Симотюк Михайло Михайлович, кандидат фізико-математичних наук, старший науковий співробітник, доцент кафедри математичної статистики і диференціальних рівнянь (веде практичні заняття в першому семестрі) mykola.bokalo@lnu.edu.ua; https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/bokalo_m_m</p> <p>mykhailo.samotiuk@lnu.edu.ua https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/symotiuk_m_m</p> <p>м. Львів, вул. Університетська 1, ауд.267 тел. 0322394593</p>
<p>Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються Сторінка курсу</p>	<p>Консультацію з теоретичної чи практичної частини курсу можна отримати на нараді MS Teams і групі курсу в Telegram у будь-який зручний для студентів та викладача час, а також очно в день проведення лекцій чи практичних занять за попередньою домовленістю.</p> <p>https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/rivniannia-matematychnoi-fizyky-111-matematyka-ta-014-serednia-osvita-matematyka</p>
<p>Інформація про дисципліну</p>	<p>Дисципліна “Рівняння математичної фізики” є нормативною дисципліною зі спеціальності 014.14 Середня Освіта (Математика) для освітньо-професійної програми підготовки бакалавра, яка викладається в Львівському національному університеті імені Івана Франка в 5 та 6 семестрі в обсязі 5 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).</p>
<p>Коротка анотація дисципліни</p>	<p>Навчальну дисципліну розроблено таким чином, щоб надати здобувачам першого (бакалаврського) рівня необхідні знання для отримання загальних і фахових компетенцій з теорії рівнянь математичної фізики, які дозволять засвоювати пов’язані з нею дисципліни та використовувати набуті знання в професійній діяльності. Ця діяльність може, зокрема, бути пов’язаною з побудовою і дослідженням математичних моделей природних та</p>

<p>Мета та цілі дисципліни</p>	<p>соціально-економічних процесів, які описуються залежностями функцій від двох або більшого числа змінних та частинних похідних цих функцій, тобто рівняннями з частинними похідними .</p> <p>Мета: ознайомлення з основними поняттями та методами теорії рівнянь математичної фізики.</p> <p>Цілі: викласти основні положення теорії рівнянь математичної фізики, ознайомити з методами розв'язування задач для найпростіших рівнянь з частинними похідними другого порядку, які є математичними моделями різних природних процесів.</p>
<p>Література для вивчення дисципліни</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>М.М. Бокало.</i> Електронний текст лекцій по курсу «Рівняння математичної фізики» // Сторінка курсу. 2. <i>М.М. Бокало.</i> Електронний текст матеріалів для практичних занять по курсу «Рівняння математичної фізики» // Сторінка курсу. 3. <i>С.Д. Івасишен, В.П. Лавренчук, Т.І. Готинчан, Л.М. Мельничук.</i> Рівняння математичної фізики: основні методи, приклади, задачі // Чернівці, 2016. 4. <i>В.Г. Самойленко, І.М. Конет.</i> Рівняння математичної фізики // Київ: КНУ, 2014. 5. <i>М.О. Перестюк, В.В. Маринець.</i> Теорія рівнянь математичної фізики // Київ: Либідь, 1993. 6. <i>О.М. Бугрій.</i> Методичні рекомендації до вивчення курсу “Рівняння математичної фізики” // Львів: ЛНУ, 2008. 7. <i>Н.В. Пабірівська.</i> Збірник задач з рівнянь у частинних похідних // Львів: ЛНУ, 2005.
<p>Обсяг курсу</p> <p>Очікувані результати навчання</p>	<p>Загальний обсяг: 150 годин. Аудиторних занять: 96 год., з них 48 год. лекцій та 48 годин практичних занять. Самостійна робота: 54 год. Кредитів: 5.</p> <p>5-ий семестр: Загальний обсяг: 75 годин. Аудиторних занять: 48 год., з них 32 год. лекцій та 16 годин практичних занять. Самостійна робота: 27 год. Кредитів – 2,5.</p> <p>6-ий семестр: Загальний обсяг: 75 годин. Аудиторних занять: 48 год., з них 16 год. лекцій та 32 годин практичних занять. Самостійна робота: 27 год. Кредитів – 2,5.</p> <p>У результаті вивчення навчальної дисципліни відповідно до освітньої програми формуються програмні компетентності:</p> <p>Загальні компетентності: ЗК 2, ЗК 5, ЗК 7</p> <p>Фахові компетентності спеціальності: ФК 1, ФК 11</p> <p>Програмні результати навчання: ПРН 1, ПРН 12, ПРН 17</p>
<p>Ключові слова</p>	<p>Рівняння з частинними похідними другого порядку, еліптичне рівняння, параболічне рівняння, гіперболічне рівняння, задача Коші, крайова задача, мішана задача.</p>
<p>Формат курсу</p> <p>Теми</p> <p>Підсумковий контроль, форма</p>	<p>Лекції та практичні заняття, контрольні роботи, колоквіуми і консультації.</p> <p>Див. Схема курсу</p> <p>Залік в 5-ому семестрі, іспит в 6-ому семестрі. Письмово.</p>

<p>Пререквізити</p> <p>Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу</p>	<p>Для вивчення даного курсу студенти повинні мати базові знання з:</p> <ul style="list-style-type: none"> • лінійної алгебри та аналітичної геометрії, • диференціальних рівнянь, • математичного аналізу. <p>Проведення лекцій і практичних занять.</p>
<p>Необхідне обладнання</p> <p>Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)</p>	<p>Комп'ютер із необхідним програмним забезпеченням, доступ до Internet мережі.</p> <p>Оцінювання проводиться в кожному семестрі за 100-бальною шкалою.</p> <p>Бали в 5-ому семестрі нараховуються так: контрольні роботи №1 – №3 : $16 + 16 + 15 = 47$; домашні роботи -- $6 \times 4 = 24$; колоквиуми №1 -- № 3: $3 \times 7 = 21$; самостійні роботи -- $6 \times 1 = 6$; премія за активну роботу на заняттях -- 2; всього – 100 за роботу в семестрі.</p> <p>Бали в 6-ому семестрі нараховуються так: контрольні роботи №4 – №7 : $4 \times 8 = 32$; колоквиуми №4, №5: $2 \times 5 = 10$; самостійні роботи -- $11 \times 0,5 = 5,5$; премія за активну роботу на заняттях -- 2,5; всього – 50 за роботу в семестрі.</p> <p>Іспит – 50. Всього – 100.</p> <p><i>Примітка: Самостійні роботи студенти пишуть під час проведення практичних занять для перевірки засвоєння ними матеріалу цього заняття (5-10 хв). Написанням самостійних робіт також є контролем за відвідуванням занять, оскільки навіть за незначний результат самостійної роботи виставляється якась частина максимальної кількості балів за цю роботу і це фіксується в журналі.</i></p> <p>Академічна доброчесність: Очікується, що роботи студентів будуть оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Списування та втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в написанні завдань є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p>Відвідання занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та практичні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів робіт, передбачених курсом.</p> <p>Література. Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p>Політика виставлення балів. Враховуються бали, набрані при</p>

<p>Питання до заліку чи екзамену</p>	<p>поточному контролі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p> <p>Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p> <p>Поняття рівняння з частинними похідними. Лінійні, майже лінійні та квазілінійні рівняння другого порядку. Класифікація і зведення до канонічного вигляду майже лінійних рівнянь другого порядку. Метод характеристик знаходження розв'язків лінійних гіперболічних рівнянь з двома незалежними змінними. Математичні моделі фізичних процесів коливальних і теплопровідності та дифузії. Задача Коші для загальних лінійних рівнянь другого порядку, рівняння коливальних, рівняння теплопровідності. Мішані задачі для рівнянь коливальних та теплопровідності і дифузії. Крайові задачі для рівнянь Лапласа і Пуассона. Гармонічні функції та їх застосування. Методи інтегральних перетворень розв'язування задач математичної фізики. Теорія потенціалів для еліптичних рівнянь.</p> <p><i>Додаткові завдання розміщені на сторінці курсу.</i></p>
<p>Опитування</p>	<p>Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.</p>

Схема курсу

Тиж-день	Лекції		Практичні заняття		СР К-ть год Л-ра
	Назва теми	К-сть год	Назва теми	К-сть год	
5-ий семестр					
1	<p>Вступ Поняття рівняння з частинними похідними. Лінійні, майже лінійні та квазілінійні рівняння другого порядку. Тема 1. Класифікація і зведення до канонічного вигляду майже лінійних рівнянь другого порядку. Метод характеристик знаходження розв'язків лінійних гіперболічних рівнянь з двома незалежними змінними 1.1. Класифікація і зведення до</p>	2	Класифікація і зведення до канонічного вигляду майже лінійних рівнянь у загальному випадку.	2	3 [1-7]

	канонічного вигляду майже лінійних рівнянь. 1.1.1. Класифікація і зведення до канонічного вигляду майже лінійних рівнянь у загальному випадку.				
2	1.1.2. Класифікація і зведення до канонічного вигляду майже лінійних рівнянь з двома незалежними змінними. 1.2. Метод характеристик знаходження розв'язків лінійних гіперболічних рівнянь з двома незалежними змінними. 1.2.1. Знаходження загальних розв'язків. 1.2.2. Знаходження розв'язків задачі Коші.	2		2	2 [1-7]
3	Тема 2. Математичні моделі фізичних процесів 2.1. Математичні моделі процесів коливальних. 2.1.1. Поперечні коливання однорідної струни. 2.1.2. Поздовжні коливання однорідного стержня. 2.1.3. Поперечні коливання мембрани. 2.1.4. Поширення звукових хвиль. 2.1.5. Постановки задач для рівняння коливальних в загальному випадку. 2.2. Математичні моделі процесів теплопровідності та дифузії. 2.2.1. Вивід рівняння теплопровідності (дифузії) та крайових і початкової умов. 2.2.2. Постановки задач для рівняння теплопровідності. 2.3. Математичні моделі стаціонарних процесів коливальних та теплопровідності. 2.4. Поняття коректності задач для рівнянь з частинними похідними.	2	Класифікація і зведення до канонічного вигляду майже лінійних рівнянь у випадку двох незалежних змінних. Метод характеристик знаходження розв'язків лінійних гіперболічних рівнянь з двома незалежними змінними.	2	3 [1-7]
4	Тема 3. Задача Коші для рівнянь з частинними похідними другого порядку 3.1. Задача Коші для загальних лінійних рівнянь другого порядку. 3.1.1. Постановка задачі Коші. Характеристична поверхня (лінія). 3.1.2. Задача Коші в класі	2		2	2 [1-7]

	<p>аналітичних функцій. Теорема Коші-Ковалевської.</p> <p>3.2. Задача Коші для рівняння коливань.</p> <p>3.2.1. Існування розв'язку задачі Коші для рівняння коливань.</p> <p>3.2.1.1. Формули Кірхгофа, Пуассона та Д'Аламбера розв'язку задачі Коші для однорідного рівняння коливань.</p> <p>3.2.1.2. Існування розв'язку задачі Коші для неоднорідного рівняння коливань.</p> <p>3.2.2. Єдиність розв'язку задачі Коші для рівняння коливань.</p> <p>3.2.3. Неперервна залежність від вхідних даних розв'язку задачі Коші для рівняння коливань.</p>				
5	<p>3.3. Задача Коші для рівняння теплопровідності.</p> <p>3.3.1. Принцип максимуму для розв'язків рівняння теплопровідності.</p> <p>3.3.1.1. Принцип максимуму для розв'язків рівняння теплопровідності з обмеженою областю визначення.</p> <p>3.3.1.2. Принцип максимуму для розв'язків рівняння теплопровідності з необмеженою областю визначення.</p> <p>3.3.2. Існування розв'язку задачі Коші для рівняння теплопровідності.</p> <p>3.3.2.1. Фундаментальний розв'язок рівняння теплопровідності.</p> <p>3.3.2.2. Формула Пуассона розв'язку задачі Коші для однорідного рівняння теплопровідності.</p> <p>3.3.2.3. Існування розв'язку задачі Коші для неоднорідного рівняння теплопровідності.</p> <p>3.3.3. Єдиність та неперервна залежність від вхідних даних розв'язку задачі Коші для рівняння теплопровідності.</p>	2	Контрольна робота № 1	2	3 [1-7]
6	Колоквіум № 1	2		2	2 [1-7]
7	<p>Тема 4. Мішані задачі для рівнянь гіперболічного та параболічного типів</p> <p>4.1. Мішані задачі для гіперболічних</p>	2	Задача Коші для рівняння коливань.	2	3

	<p>рівнянь.</p> <p>4.1.1. Класичний розв'язок першої мішаної задачі для однорідного рівняння коливання струни.</p> <p>4.1.1.1. Деякі факти з теорії тригонометричних рядів.</p> <p>4.1.1.2. Перша мішана задача для однорідного рівняння коливання струни в класичній постановці.</p>				[1-7]
8	<p>4.1.2. Задача Коші для диференціально-операторних рівнянь другого порядку.</p> <p>4.1.2.1. Деякі поняття і факти з математичного та функціонального аналізу.</p> <p>4.1.2.1.1. Відображення.</p> <p>4.1.2.1.2. Лінійні простори; норма в лінійному просторі; збіжність послідовностей в нормованому лінійному просторі; банахові простори.</p> <p>4.1.2.1.3. Гільбертові простори.</p> <p>4.1.2.1.4. Простори неперервних і неперервно диференційовних функцій.</p> <p>4.1.2.1.5. Простори інтегровних функцій.</p> <p>4.1.2.1.6. Поняття узагальнених похідних функцій. Простори Соболева.</p>	2	.	2	2 [1-7]
9	<p>4.1.2.1.7. Замкнені, самоспряжені, невід'ємні (додатні) та компактні лінійні оператори в гільбертових просторах.</p> <p>4.1.2.1.8. Простори векторних функцій.</p>	2	Задача Коші для рівняння теплопровідності.	2	3 [1-7]
10	<p>4.1.2.2. Коректність задачі Коші для диференціально-операторних рівнянь другого порядку.</p> <p>4.1.2.2.1. Сильний розв'язок задачі Коші для диференціально-операторного рівняння другого порядку.</p> <p>4.1.2.2.2. Слабкий розв'язок задачі Коші для диференціально-операторного рівняння другого порядку.</p> <p>4.1.3. Існування, єдиність та неперервна залежність від вхідних даних узагальнених розв'язків мішаних задач для рівняння коливань.</p>	2		2	2 [1-7]

11	Колоквіум № 2	2	Контрольна робота № 2	2	4 [1-7]
12	4.2. Мішані задачі для параболічних рівнянь. 4.2.1. Класичний розв'язок першої мішаної задачі для однорідного рівняння теплопровідності. 4.2.2. Задача Коші для диференціально-операторних рівнянь першого порядку. 4.2.2.1. Сильний розв'язок задачі Коші для диференціально-операторного рівняння першого порядку. 4.2.2.2. Слабкий розв'язок задачі Коші для диференціально-операторного рівняння першого порядку.	2		2	2 [1-7]
13	4.2.3. Існування, єдиність та неперервна залежність від вхідних даних узагальнених розв'язків мішаних задач для рівняння теплопровідності. 4.2.4. Розв'язування задачі Коші для диференціального-операторного рівняння з використанням півгруп лінійних обмежених операторів в гільбертовому просторі. 4.2.5. Задача Коші для загальних диференціально-операторних рівнянь.	2	Задачі Штурма-Ліувілля на власні значення .	2	3 [1-7]
14	Тема 5. Крайові задачі для рівнянь еліптичного типу. Гармонічні функції 5.1. Крайові задачі для рівнянь еліптичного типу. 5.1.1. Операторні рівняння. 5.1.2. Регулярні крайові задачі для диференціально-операторних рівнянь. 5.1.2.1. Крайова задача для рівняння типу "рівняння Пуассона".	2	Мішані задачі для рівняння коливань струни з однорідними крайовими умовами	2	3 [1-7]
15	5.1.2.2. Крайова задача для рівняння типу "рівняння коливання струни". 5.1.3. Сингулярні крайові задачі.	2	Контрольна робота № 3	2	3 [1-7]
16	Колоквіум № 3	2		2	2 [1-7]

Всього		32	16	42
6-ий семестр				
1	<p>5.2. Гармонічні функції та їх застосування.</p> <p>5.2.1. Фундаментальний розв'язок рівняння Лапласа.</p> <p>5.2.2. Перша і друга формули Гріна.</p> <p>5.2.3. Властивості гармонічних функцій.</p> <p>5.2.3.1. Інтегральне зображення гармонічної функції.</p> <p>5.2.3.2. Нескінченна диференційовність гармонічної функції.</p> <p>5.2.3.3. Інтеграл по замкненій поверхні від нормальної похідної гармонічної функції.</p> <p>5.2.3.4. Теорема про середнє значення гармонічної функції на сфері та кулі.</p> <p>5.2.3.5. Принцип екстремуму для гармонічної функції.</p> <p>5.2.3.6. Усувні ізольовані особливі точки гармонічної функції.</p> <p>5.2.3.7. Перетворення Кельвіна гармонічних функцій.</p> <p>5.2.3.8. Поведінка на нескінченності регулярної гармонічної функції та її градієнта.</p>	2	2	3 [1-7]
2		2	2	2 [1-7]
3	<p>5.2.4. Застосування властивостей гармонічних функцій в дослідженні крайових задач для еліптичних рівнянь.</p> <p>5.2.4.1. Знаходження розв'язків задач Діріхле та Неймана для рівняння Лапласа за допомогою функції Гріна.</p> <p>5.2.4.2. Єдиність та неперервна залежність від вхідних даних розв'язків задач Діріхле та Неймана для рівнянь Пуассона (Лапласа).</p>	2	2	3 [1-7]
4		2	2	2 [1-7]

5	Колоквіум № 4	2	Мішані задачі для рівняння теплопровідності в стержні. Метод Фур'є.	2	4 [1-7]
6		2	Мішані задачі для рівняння теплопровідності в круговому диску. Метод Фур'є.	2	2 [1-7]
7	Тема 6. Методи інтегральних перетворень розв'язування задач математичної фізики. 6.1. Дискретні інтегральні перетворення. 6.2. Перетворення Фур'є. 6.3. Перетворення Лапласа.	2	Контрольна робота № 5	2	4 [1-7]
8		2	Крайові задачі для рівняння Пуассона в прямокутнику. Метод Фур'є.	2	2 [1-7]
9	Тема 7. Теорія потенціалів для еліптичних рівнянь. 7.1. Поняття та властивості об'ємного та поверхневих потенціалів. 7.1.1. Поняття та властивості об'ємного потенціалу. 7.1.2. Поняття та властивості потенціалу простого шару. 7.1.3. Поняття та властивості потенціалу подвійного шару.	2	Крайові задачі для рівняння Пуассона в крузі, зовні круга і в кільці. Метод Фур'є.	2	3 [1-7]
10		2	Контрольна робота № 6	2	2 [1-7]
11	7.2. Зведення крайових задач для рівняння Лапласа до інтегральних рівнянь та їх дослідження. 7.2.1. Основи теорії інтегральних рівнянь Фредгольма 2-го роду. 7.2.2. Зведення крайових задач для рівняння Лапласа до інтегральних рівнянь.	2	Розв'язування задачі Діріхле для рівняння Лапласа за допомогою функції Гріна.	2	3 [1-7]
12		2	Інтегральні перетворення Фур'є та Лапласа	2	2 [1-7]
13	7.2.3. Дослідження на розв'язність інтегральних рівнянь, до яких зводяться крайові задачі для рівняння Лапласа.	2	Розв'язування задач математичної фізики методом інтегральних перетворень Фур'є	2	3 [1-7]

14		2	Розв'язування задач математичної фізики методом інтегральних перетворень Лапласа	2	2 [1-7]
15	Колоквіум № 5	2		2	2 [1-7]
16		2	Контрольна робота №7	2	3 [1-7]
	Разом за 6-ий семестр	16		32	42
	Разом за 5-ий і 6-ий семестри	48		48	84

Примітка: В [1] викладений повністю весь теоретичний матеріал по даному курсу, а --- в [2] --- матеріали до всіх практичних занять.