

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Механіко-математичний факультет
Кафедра математичної статистики і диференціальних рівнянь



Затверджено
на засіданні кафедри математичної
статистики і диференціальних рівнянь
механіко-математичного факультету
Львівського національного університету
імені Івана Франка
(протокол № 1 від 29.08.2022)

Завідувач кафедри

проф. Бугрій О.М.

Силабус з навчальної дисципліни

“ Диференціальні рівняння ”,

що викладається в межах ОПП

“Комп’ютерна алгебра, криптологія і теорія ігор”,

“Комп’ютерний аналіз математичних моделей”,

“Математика. Математична економіка та економетрика”,

“Середня освіта (Математика)”

першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів із спеціальностей 111

– Математика та 014 – Середня освіта (Математика)

| | |
|---|--|
| Назва дисципліни | Диференціальні рівняння |
| Адреса викладання дисципліни | Львівський національний факультет імені Івана Франка, Механіко-математичний факультет, вул. Університетська 1, м. Львів |
| Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна | Механіко-математичного факультет Кафедра математичної статистики і диференціальних рівнянь |
| Галузь знань, шифр та назва спеціальності | Галузь знань: 11 Математика і статистика Спеціальність: 111 Математика; Галузь знань: 01 Освіта/Педагогіка Спеціальність: 014 Середня освіта (Математика) |
| Викладачі дисципліни | Юрій Головатий , доктор фізико-математичних наук, професор кафедри математичної статистики і диференціальних рівнянь; Тарас Лисецький , асистент кафедри математичної статистики і диференціальних рівнянь |
| Контактна інформація викладачів | yuriy.golovaty@lnu.edu.ua , https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/golovaty_yu_d taras.lysetskyi@lnu.edu.ua https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/lysetskyi_t_b |
| Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються Сторінка курсу | м. Львів, вул. Університетська 1, ауд.267 тел. 0322394593 Консультацію з теоретичної чи практичної частини курсу можна отримати в чаті MS Teams , групі курсу в Telegram у будь-який зручний для студентів та викладача час, а також щотижнево в понеділок в ауд. 267 з 13:30 до 15:00. https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/dr-111-matematyka |
| Інформація про дисципліну | Дисципліна “Диференціальні рівняння” є нормативною дисципліною з спеціальності 014.14 Середня Освіта (Математика), для освітньо-професійної програми підготовки бакалавра, яка викладається в Львівському національному університеті імені Івана Франка в 3 та 4 семестрах в обсязі 5-ох кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS). |
| Коротка анотація дисципліни | Звичайні диференціальні рівняння є основним інструментом математичного моделювання. Дисципліна є необхідним елементом освіти математиків, позаяк вони займаються моделюванням процесів, що протікають у всіх сферах інтелектуальної діяльності людства, а також процесів живої та неживої природи. Математичні моделі, побудовані з використанням диференціальних рівнянь, описують динаміку найрізноманітніших явищ, дають змогу екстраполювати їхній розвиток з метою передбачення та прийняття правильних рішень. |
| Мета та цілі дисципліни | Мета дисципліни: ознайомити студентів з основними поняттями та методами теорії звичайних диференціальних рівнянь, вказати сфери |

| | |
|--|---|
| | <p>застосування динамічних систем у сучасних технологіях моделювання реальних процесів, а також на прикладі застосування диференціальних рівнянь ознайомити з філософією та основними етапами математичного моделювання.</p> <p>Цілі дисципліни: навчити студентів впізнавати та розв’язувати основні класи звичайних диференціальних рівнянь, застосовувати теоретичні і практичні знання, набуті при вивченні курсу, у моделювання реальних складних систем.</p> |
| <p>Література для вивчення дисципліни</p> | <p>Методичні матеріали</p> <ol style="list-style-type: none"> Головатий Ю.Д., Кирилич В.М., Лавренюк С.П. Диференціальні рівняння: навч. посібник.-Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2011. Головатий Ю. Д. Електронний навчальний курс “Диференціальні рівняння. Частина 1” (атестований Організаційно-методичним центром електронного навчання ЛНУ імені Івана Франка, червень 2021 р.) https://e-learning.lnu.edu.ua/course/view.php?id=4208. Головатий Ю. Д. Електронний навчальний курс “Диференціальні рівняння. Частина 2” (атестований Організаційно-методичним центром електронного навчання ЛНУ імені Івана Франка, червень 2021 р.) https://e-learning.lnu.edu.ua/course/view.php?id=4162. Головатий Ю. Д. Системи лінійних диференціальних рівнянь. Конспект лекцій, 2022. https://bit.ly/3VNtnWo Головатий Ю. Д. Методичні вказівки “Рівняння з частинними похідними першого порядку”. – Львів: ЛДУ. – 1992. <p>Рекомендована література</p> <ul style="list-style-type: none"> Самойленко А.М., Перестюк М.О., Парасюк І.О. Диференціальні рівняння. Київ “Либідь”, 1994. Бугрій О.М., Процах Н.П., Бугрій Н.В. Основи диференціальних рівнянь: теорія, приклади та задачі. Львів, 2011. Гой Т.П., Махней О.В. Диференціальні рівняння. Івано-Франківськ, 2010. <p>Збірники задач</p> <ul style="list-style-type: none"> Самойленко А.М., Кривошея С.А., Перестюк М.О. Диференціальні рівняння у прикладах і задачах. – К.: Вища школа, 1994. Перестюк М.О., Свіщук М. Я. Збірник задач з диференціальних рівнянь. Київ “Либідь”, 1997. |
| <p>Обсяг курсу</p> | <p>3-й семестр. Загальний обсяг: 75 годин. Аудиторні заняття: 48 год., з них 16 год. лекційні та 32 годин практичні. Самостійна робота: 27 год. Кредитів: 2,5.</p> <p>4-й семестр. Загальний обсяг: 75 годин. Аудиторні заняття: 48 год., з них 16 год. лекційні та 32 годин практичні. Самостійна робота: 27 год. Кредитів: 2,5.</p> <p>Протягом навчального року. Загальний обсяг: 150 годин. Аудиторних занять: 96 год., з них 32 год. лекційних та 64 годин практичних робіт. Самостійної роботи: 54 год. Кредитів: 5.</p> |
| <p>Очікувані результати</p> | <p>У результаті вивчення навчальної дисципліни відповідно до освітньої програми формуються програмні компетентності:</p> |

| | |
|---|--|
| <p>навчання</p> <p>Ключові слова</p> <p>Формат курсу</p> | <p>Загальні компетентності: ЗК 2, ЗК 5, ЗК 7</p> <p>Фахові компетентності спеціальності: ФК 1, ФК 11</p> <p>Програмні результати навчання: ПРН 1, ПРН 12, ПРН 17</p> <p>Диференціальне рівняння, розв'язок рівняння, порядок рівняння, задача Коші, лінійна система, фундаментальна система розв'язків, динамічна система, траєкторія, стан рівноваги, перший інтеграл, рівняння з частинними похідними першого порядку.</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>Дистанційний</i> з переглядом відео-курсу лекцій та відео-курсу практичних занять на платформі e-learning.lnu.edu.ua, можливістю комп'ютерного тестування студентів для самоконтролю, онлайн консультаціями з викладачем та проведенням заліковий контрольних робіт в центрі командної роботи MS Teams. • <i>Очний</i> з проведення лекційних, практичних робіт і консультацій в аудиторії. • Змішаний <i>очно-дистанційний</i> формат з проведенням лише практичних занять в аудиторіях. |
| <p>Підсумковий контроль, форма</p> | <p>Залік в 3-у семестрі (виставляється за результатами контролю знань протягом семестру). Екзамен в 4-у семестрі в письмовій формі.</p> |
| <p>Пререквізити</p> <p>Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання</p> | <p>Для вивчення цього курсу студенти повинні мати базові знання з</p> <ul style="list-style-type: none"> • математичного аналізу, • лінійної алгебри, • аналітичної геометрії. <p>Презентації лекційних та практичних занять, відео лекцій та практичних. Бази завдань та тестів в MOODLE (Modular Object Oriented Distance Learning Environment) на платформі e-learning.lnu.edu.ua для проведення тестування і контрольних робіт.</p> |
| <p>Необхідне обладнання</p> <p>Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)</p> | <p>Стаціонарний комп'ютер, ноутбук чи смартфон із необхідним програмним забезпеченням та доступ до мережі Internet.</p> <p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою в кожному семестрі.</p> <p>3-й семестр</p> <ul style="list-style-type: none"> • П'ять тестів з теорії та практики: 30% семестрової оцінки, максимальна кількість – 30 балів. • Три контрольні роботи: 45% семестрової оцінки, максимальна кількість – 45 балів. • Колоквіум з теорії: 25% семестрової оцінки, максимальна кількість – 25 балів. <p>Підсумкова максимальна кількість балів за 3-й семестр – 100. Семестр завершується заліком.</p> |

| | |
|---|---|
| <p>Питання до заліку чи екзамену.</p> <p>Опитування</p> | <p>4-й семестр</p> <ul style="list-style-type: none"> • Чотири тести з теорії та практики: 20% семестрової оцінки, максимальна кількість – 20 балів. • Три контрольні роботи: 30% семестрової оцінки, максимальна кількість – 30 балів. • Екзамен: 50% семестрової оцінки, максимальна кількість – 50 балів. <p>Підсумкова максимальна кількість балів за 4-й семестр – 100. Семестр завершується екзаменом.</p> <p>Академічна доброчесність. На початку курсу викладач повинен чітко і детально пояснити студентам систему оцінювання та форми тестування. Викладач обіцяє об'єктивно оцінювати знання студентів, готувати якісні навчальні матеріали та завдання, рівномірно розподіляти для студентів навантаження курсу протягом семестру, вчасно перевіряти контрольні роботи та інформувати студентів про їхні результати. Викладач очікує, що роботи студентів будуть самостійними, без списування та втручання в роботу інших студентів чи сторонніх осіб. Виявлення ознак академічної недоброчесності в написанні студентської роботи є підставою для її незарахування, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p>Відвідання занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та лабораторні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів робіт, передбачених курсом.</p> <p>Література. Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p>Для проведення тестування, контрольних робіт та екзамену створено банк питань в середовищі MOODLE, який містить понад 500 завдань з усіх теоретичних і практичних розділів курсу. Екзаменаційне завдання студента складається з 10 теоретичних, 6 практичних запитань і автоматично генерується системою. Кількість різних варіантів екзаменаційного тесту понад 3000.</p> <p>Незалежні опитування студентів проводять на двох платформах.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Студентське оцінювання електронного навчального курсу на платформі MOODLE https://e-learning.lnu.edu.ua/mod/questionnaire/view.php?id=125922 • Опитування щодо якості навчальних дисциплін в системі “Деканат” https://dekanat.lnu.edu.ua |
|---|---|

Схема курсу

Третій семестр

| Тижні | Лекційний курс | | Практичні заняття | | Література | Завдання | Терміновиконання |
|-------|--|--------|--|--------|------------------------------------|--|------------------|
| | Назва теми | Години | Назва теми | Години | | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 1 | Основні поняття теорії звичайних диференціальних рівнянь та основи математичного моделювання | 2 | Рівняння з відокремлюваними змінними | 2 | [1,5,6,8] Відеокурс [2], тема 1 | Інтегрування найпростіших рівнянь, пошук загального розв'язку | 1 тиж-день |
| 2 | | | Однорідні рівняння та звідні до них | 2 | [8,9] Відеокурс [2], тема 2 | Однорідні рівняння, однорідні функції степеня нуль | 1 тиж-день |
| 3 | Основні класи інтегрованих рівнянь першого порядку. | 2 | Узагальнено-однорідні рівняння | 2 | [1,5,7,9] Відеокурс [2], тема 3 | Заміна, яка зводить диференціальне рівняння до однорідного | 1 тиж-день |
| 4 | | | Лінійні рівняння першого порядку | 2 | [8,9] Відеокурс [2], тема 4 | Алгоритм знаходження розв'язку лінійних рівнянь, метод варіації сталої | 1 тиж-день |
| 5 | Теорема існування та єдиності | 2 | Обернено-лінійні рівняння та рівняння Бернуллі | 2 | [1,6-8] Відеокурс [2], тема 4 | Типи рівнянь, які замінами чи вибором шуканої функції зводяться до | 1 тиж-день |

| | | | | | | | |
|----|---------------------------------------|---|---|---|--|--|------------|
| | | | | | | лінійних | |
| 6 | | | Рівняння в повних диференціалах | 2 | [8,9] Відео-курс [2], тема 6 | Знаходження потенціалів для векторних полів на площині, розв'язування рівнянь в повних диференціалах | 1 тиж-день |
| 7 | Теорема про неперервну залежність | 2 | Контрольна робота 1 | 2 | [1,5-8] Відео-курс [2], тема 5 | Перевірка умов існування, єдиності і неперервної розв'язків. | 1 тиж-день |
| 8 | | | Метод пошуку інтегровних комбінацій | 2 | [8,9] Відео-курс [2], тема 6 | Інтегрувальний множник і методи його знаходження | 1 тиж-день |
| 9 | Теорія неявних рівнянь | 2 | Неявні рівняння: прямий метод | 2 | [1,5,6,8] Відео-курс [2], тема 7 | Розв'язування неявних рівнянь безпосереднім знаходження похідних | 1 тиж-день |
| 10 | | | Неявні рівняння: метод введення параметру | 2 | [8,9] Відео-курс [2], тема 7 | Розв'язування неявних рівнянь в параметричній формі | 1 тиж-день |
| 11 | Глобальні розв'язки та їхня стійкість | 2 | Задача Коші та інтегральне рівняння. Пікарівські наближення | 2 | [1,6-8] Відео-курс [2], тема 8 | Побудова наближень Пікара розв'язку задачі Коші | 1 тиж-день |
| 12 | | | Контрольна робота 2 | 2 | | Підготовка до контрольної роботи | 1 тиж-день |
| 13 | Рівняння високих порядків | 2 | Рівняння високого порядку. Методи пониження порядку диференціальних рівнянь | 2 | [1,5-9] Відео-курс [2], тема 9 | Розв'язування рівнянь високого порядку. Три методи пониження порядку | 1 тиж-день |
| 14 | | | Рівняння високого | 2 | [8,9] Відео- | Задача Коші для рівнянь | 1 тиж- |

| | | | | | | | |
|----|---|----|--|----|---|---|-------------------|
| | | | порядку. Методи пониження порядку диференціальн их рівнянь (продовження) | | курс [2], тема 9 | високого порядку | день |
| 15 | Нормальні системи диференціальн их рівнянь першого порядку | 2 | Підсумкове практичне заняття. Підготовка до залікової контрольної роботи | 2 | [1,5-8] Відео- курс [2], тема 9 | Підготовка до підсумкової контрольної роботи | 1 тиж- день |
| 16 | | | Контрольна робота 3 | 2 | | Підготовка до колоквіуму з теорії | 1 тиж- день |
| | Разом | 16 | | 32 | | | |

Четвертий семестр

| Т и ж н і | Лекційний курс | | Практичні заняття | | Літе рату ра | Завдання | Тер мін виконан ня |
|-----------------------|--|----------------------------|--|----------------------------|---|---|-----------------------------|
| | Назва теми | Г о д и н и | Назва теми | Г о д и н и | | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 1 | Лінійні рівняння високого порядку | 2 | Лінійні однорідні рівняння зі сталими коефіцієнтами | 2 | [1,5-7] Відео- курс [3], тема 1 | Побудова фундаменталь- них систем розв'язків лінійних неоднорідних рівнянь зі сталими коефіцієнтами | 1 тиж- день |
| 2 | | | Лінійні неоднорідні рівняння зі сталими коефіцієнтами. Метод неозначених коефіцієнтів | 2 | [8,9] Відео- курс [3], тема 2 | Побудова часткових розв'язків лінійних неоднорідних рівнянь зі сталими коефіцієнтами методом квзімногочлен ів | 1 тиж- день |

| | | | | | | | |
|---|--|---|---|---|---|--|-----------|
| 3 | Теорія лінійних систем | 2 | Лінійні неоднорідні рівняння зі сталими коефіцієнтами. Метод варіації сталих. Рівняння Ейлера | 2 | [1,5-7] Відео-курс [3], тема 3 та лекція з теми 4 | Побудова часткових розв'язків лінійних неоднорідних рівнянь зі сталими коефіцієнтами методом варіації сталих | 1 тиждень |
| 4 | | | Контрольна робота 1 | 2 | | Підготовка до контрольної роботи | 1 тиждень |
| 5 | Динамічні системи. Основні поняття. Теорема про структуру фазових траєкторій | 2 | Лінійні однорідні системи зі сталими коефіцієнтами на площині | 2 | [1,5-7] Відео-курс [3], практичне заняття з теми 4 | Побудова фундаментальних систем розв'язків лінійні однорідні систем порядку 2 | 1 тиждень |
| 6 | | | Лінійні однорідні системи зі сталими коефіцієнтами в просторі | 2 | [8,9] Відео-курс [3], лекція з теми 6 та практичне заняття з теми 5 | Побудова фундаментальних систем розв'язків лінійні однорідні систем порядку 3 | 1 тиждень |
| 7 | Перші інтеграли динамічних систем. Гамільтонові системи | 2 | Лінійні неоднорідні системи зі квазімночленами в правій частині. Метод варіації сталих | 2 | [1,5,7] Відео-курс [3], тема 6 | Побудова часткових розв'язків лінійних неоднорідних систем зі сталими коефіцієнтами методом квазімногочленів | 1 тиждень |
| 8 | | | Контрольна робота 2 | 2 | | Підготовка до контрольної роботи | 1 тиждень |
| 9 | Структура | 2 | Траєкторії та | 2 | [1,5, 7] | Пошук | 1 |

| | | | | | | | |
|----|---|---|---|---|----------------------------------|---|------------|
| | фазових кривих динамічних систем. Стійкість та асимптотична стійкість станів рівноваги | | особливі точки динамічних систем | | Відео-курс [3], тема 7 | особливих точок динамічних систем | тиж-день |
| 10 | | | Методи знаходження перших інтегралів динамічних систем | 2 | [8,9] Відео-курс [3], тема 8 | Пошук перших інтегралів нелінійних систем | 1 тиж-день |
| 11 | Лінійні динамічні системи на площині. Класифікація фазових портретів | 2 | Дослідження стійкості станів рівноваги динамічних систем | 2 | [1,5, 7] Відео-курс [3], тема 9 | Побудова локальних фазових портретів в околі точок рівноваги | 1 тиж-день |
| 12 | | | Фазові портрети динамічних систем | 2 | [8,9] Відео-курс [3], тема 9 | Побудова глобальних фазових портретів динамічних систем | 1 тиж-день |
| 13 | Лінійні та квазілінійні рівняння з частинними похідними першого порядку | 2 | Лінійні рівняння. Знаходження загального розв'язку | 2 | [1,5, 7] Відео-курс [3], тема 10 | Розв'язування лінійних рівнянь з частинними похідними першого порядку | 1 тиж-день |
| 14 | | | Квазілінійні рівняння. Знаходження загального розв'язку | 2 | [8,9] Відео-курс [3], тема 10 | Розв'язування квазілінійних рівнянь з частинними похідними першого порядку | 1 тиж-день |
| 15 | Задача Коші для рівнянь з частинними похідними першого порядку | 2 | Знаходження характеристик та розв'язку задачі Коші рівнянь з частинними похідними першого порядку | 2 | [1,5, 7] Відео-курс [3], тема 11 | Розв'язування задач Коші для лінійних та квазілінійних рівнянь з частинними похідними першого порядку | 1 тиж-день |
| 16 | | | Контрольна робота 3 | 2 | | Підготовка до підсумкової | 1 тиж- |

| | | | | | | | |
|--|-------|----|--|----|--|-----------------------|------|
| | | | | | | контрольної роботи | день |
| | Разом | 16 | | 32 | | | |