

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Механіко-математичний факультет
Кафедра алгебри, топології та основ математики

Затверджено

На засіданні кафедри алгебри, топології та
основ математики
механіко-математичного факультету
Львівського національного університету
імені Івана Франка
(протокол № 1 від 29 серпня 2022 р.)



Завідувач кафедри

проф. Банах Т.О.

Силабус з навчальної дисципліни
“Алгоритмічна теорія графів”,
що викладається в межах освітньо-професійної програми
«Комп’ютерна алгебра, криптологія та теорія ігор»
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів зі
спеціальності 111 “Математика”

Львів 2022 р.

Назва дисципліни	Алгоритмічна теорія графів
Адреса викладання дисципліни	Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка м. Львів, вул. Університетська 1
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Механіко-математичний факультет Кафедра алгебри, топології та основ математики
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	11 – математика та статистика 111 – математика
Викладачі дисципліни	Іщук Юрій Богданович, доцент кафедри алгебри, топології та основ математики.
Контактна інформація викладачів	yuriy.ishchuk@lnu.edu.ua ; http://www.mmf.lnu.edu.ua/algstaff/1445 ; https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/ishchuk-yu-b Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 375. м. Львів, вул. Університетська, 1
Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються	Консультації в день проведення лекцій/практичних занять (за попередньою домовленістю).
Сторінка курсу	https://e-learning.lnu.edu.ua/course/view.php?id=4144
Інформація про дисципліну	Дисципліна покликана сприяти розвитку логічного, аналітичного та алгоритмічного мислення студентів і надавати студентам знання із основ теорії графів та практичні навички, необхідні для розв'язування теоретичних і практичних задач, побудови алгоритмів на графах та оцінки їх складності.
Коротка анотація дисципліни	Дисципліна “Алгоритмічна теорія графів” є нормативною дисципліною для студентів бакалаврату спеціальності 111 «Математика», які навчаються за освітньо-професійною програмою «Комп'ютерна алгебра, криптологія та теорія ігор» і викладається в шостому семестрі в обсязі 3-ох кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
Мета та цілі дисципліни	Метою вивчення “Алгоритмічної теорії графів ” є забезпечення належної підготовки з математики та її застосувань, формування особистості, розвиток інтелекту студентів та їх здатності до логічного і алгоритмічного мислення.
Література для вивчення дисципліни	<ol style="list-style-type: none"> 1. Андрійчук В.І., Комарницький М.Я., Іщук Ю.Б., Вступ до дискретної математики. Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2003. – 254с. 2. Alan Gibbons, Algorithmic Graph Theory, Cambridge University Press, 1985, 272 pages. 3. Thomas H. Cormen, Charles E. Leiserson, Ronald L. Rivest and Clifford Stein, Introduction to Algorithms, Third Edition, The MIT Press Cambridge, 2009, 1292 pages.
Обсяг курсу	Загальний обсяг: 90 годин. Аудиторних занять: 64 год., з них 32 год. лекційних та 32 год. практичних занять. Самостійної роботи: 26 год.
Очікувані результати навчання	У результаті вивчення даного курсу студент буде: знати: основні поняття теорії графів, способи зображення графів, .теореми, які характеризують дерева, алгоритми Краскала та Дейкстри, Ойлерові графи

та алгоритм Флері, формулу Ойлера для плоских (планарних) графів, теорему Куратовського, матричні методи пошуку кількості шляхів між вершинами i та j довжини k (які містять k ребер) та пошуку найкоротшого шляху між вершинами зваженого графа, алгоритми пошуку вглиб і вшир, алгоритм Пріма пошуку каркасного дерева простого графа, алгоритм Едмондса пошуку максимального відгалуження орієнтованого графа, алгоритм топологічного сортування.

вміти:

застосовувати теорію графів, знаходити співвідношення між числовими характеристиками графів, визначати ойлеровість та гамільтоновість конкретних графів, знаходити каркасні дерева графів, будувати попарно неізоморфні графи із заданими властивостями, знаходити матриці графів і переходити від одного до іншого зображення графа, шукати мінімальні каркасні дерева та оцінювати складність відповідних алгоритмів, застосовувати алгоритм Флері та оцінювати його складність, здійснювати перевірку планарності графів, будувати двоїстий граф і обчислювати значення його параметрів, застосовувати матричні методи пошуку кількості шляхів між вершинами i та j довжини k (які містять k ребер) та пошуку найкоротшого шляху між вершинами зваженого графа, будувати обхід вершин графів за допомогою алгоритмів пошуку вглиб і вшир, шукати максимальне відгалуження орієнтованого графа та застосовувати алгоритм топологічного сортування.

Загальні компетентності:

- ЗК-1 Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;
- ЗК-3 Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності;
- ЗК-6 Навички використання інформаційних і комунікаційних технологій;
- ЗК-7 Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями;
- ЗК-8 Здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел;
- ЗК-9 Здатність приймати обґрунтовані рішення;
- ЗК-12 Здатність працювати автономно;
- ЗК-13 Визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов'язків;

Спеціальні (фахові, предметні) компетентності:

- СК-1 Здатність формулювати проблеми математично та в символній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання;
- СК-2 Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі;
- СК-3 Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок;
- СК-4 Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганних;
- СК-6 Здатність розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем;
- СК-8 Здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів;
- СК-10 Здатність використовувати обчислювальні інструменти для чисельних і символних розрахунків.

	<p>СК-11 Здатність до розробки методів шифрування та дешифрування інформації за допомогою комп'ютерної алгебри та криптології.</p> <p>Результати навчання:</p> <p>РН-3 Знати принципи <i>modus ponens</i> (правило виведення логічних висловлювань) та <i>modus tollens</i> (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень;</p> <p>РН-6 Знати методи математичного моделювання природничих та/або соціальних процесів;</p> <p>РН-9 Уміти працювати зі спеціальною літературою іноземною мовою;</p> <p>РН-10 Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями;</p> <p>РН-11 Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей;</p> <p>РН-12 Відшукувати потрібну науково-технічну інформацію у науковій літературі, базах даних та інших джерелах інформації;</p> <p>РН-13 Знати теоретичні основи і застосовувати методи математичного аналізу для дослідження функцій однієї та багатьох дійсних змінних;</p> <p>РН-15 Знати теоретичні основи і застосовувати алгебраїчні методи для вивчення математичних структур;</p> <p>РН-21 Розв'язувати типові задачі математичного аналізу, алгебри, диференціальних та інтегральних рівнянь, оптимізації за допомогою чисельних методів.</p> <p>РН-22 Вміти розробляти методи шифрування та дешифрування інформації за допомогою комп'ютерної алгебри та криптології.</p> <p>РН-23 Знати основи кодування, захисту інформації та захисту даних і застосовувати алгоритми комп'ютерної алгебри та методи криптології.</p>
Ключові слова	Графи і дерева, алгоритми на графах, орграфи, планарні граfi, ойлерові граfi.
Формат курсу	Очний, дистанційний Проведення лекційних, практичних і консультацій.
Теми	<ol style="list-style-type: none"> 1. Означення і приклади графів. Ізоморфізм графів. Лема про руюкостискання.(Знати означення основних класів графів, поняття ізоморфізму графів та вміти будувати попарно неізоморфні граfi із заданими властивостями.) 2. Матриці зв'язані з графами.. Списки і таблиці спряженості для зображення графів. (Вміти знаходити матриці графів і переходити від одного до іншого зображення графа). 3. Дерева. Теореми, які характеризують дерева. Каркасне дерево графа. Алгоритми Краскала та Дейкстри. (Знати основні властивості дерев, вміти шукати мінімальні каркасні дерева та оцінювати складність відповідних алгоритмів.) 4. Ойлерові граfi та алгоритм Флері. (Знати необхідні та достатні умови ойлеровості (напівойлеровості) графів, вміти застосовувати алгоритм Флері та оцінювати його складність.) 5. Плоскі (планарні) граfi. Формула Ойлера. Узагальнення Формули Ойлера на планарні граfi із k компонентами зв'язності та граfi роду g. Теорема Куратовського. (Знати формулювання означень, теорем і наслідків з них, вміти застосовувати знання для перевірки планарності графів.)

	<p>6. Двоїстий граф. Регулярні і правильні графи. (Вміти будувати двоїстий граф і обчислювати значення його параметрів.)</p> <p>7. Матричні методи пошуку кількості шляхів між вершинами i та j довжини k (які містять k ребер) та пошуку найкоротшого шляху між вершинами зваженого графа.</p> <p>8. Алгоритм пошуку вглиб і відповідний обхід вершин графа.</p> <p>9. Алгоритм пошуку вшир і відповідний обхід вершин графа.</p> <p>10. Алгоритм Пріма пошуку каркасного дерева простого графа та його обчислювальна складність.</p> <p>11. Алгоритм Едмондса пошуку максимального відгалуження орієнтованого графа та його обчислювальна складність.</p> <p>12. Алгоритм топологічного сортування.</p>
Підсумковий контроль, форма	Шостий семестр – іспит.
Пререквізити	Для вивчення даного курсу студентам потрібно знати програмний матеріал таких дисциплін: дискретна математика, лінійна алгебра, інформатика та програмування, теорія складності обчислень.
Постреквізити	Засвоєння окремих тем даного курсу та оволодіння програмними вміннями є необхідними передумовами вивчення таких компонент освітньої програми, як „Топологічний аналіз даних”, „Курсова робота”, „Практика з комп’ютерної математики”, „Методи оптимізації та керування”, „Виробнича практика”.
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу	Презентації, лекції, дискусії, індивідуальні завдання, консультації.
Необхідне обладнання	Комп’ютер із необхідним програмним забезпеченням, доступ до Internet мережі.
Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)	<p>VI-ий семестр. Оцінювання поточної успішності впродовж семестру проводиться за 50-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням:</p> <ul style="list-style-type: none"> • контрольні роботи: 60% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 30. • складання тестового модуля (колоквіума): 20% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 10. • оцінка за поточну успішність і виконання завдань на практичних заняттях: 20% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 10. <p>Максимальна оцінка за іспит – 50 балів. Підсумкова максимальна кількість балів 100.</p> <p>Академічна доброчесність: Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в написанні контрольних робіт, колоквіумів є підставою для їх незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p>Відвідання занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та лабораторні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов’язані дотримуватися термінів виз-</p>

	<p>начених для виконання всіх видів робіт та індивідуальних завдань, передбачених курсом.</p> <p>Література. Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p>Політика виставлення балів. Враховуються бали набрані при поточному тестуванні (виконання завдань контрольних робіт, колоквиумів), самостійній роботі. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час лабораторного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p> <p>Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p>
<p>Питання до заліку чи екзамену.</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Означення і приклади графів. Ізоморфізм графів. Лема про рукостискання. 2. Матриці зв'язані з графами.. Списки і таблиці спряженості для зображення графів. 3. Дерева. Теореми, які характеризують дерева. Каркасне дерево графа. Алгоритми Краскала та Дейкстри. 4. Ойлерові графи та алгоритм Флері. 5. Плоскі (планарні) графи. Формула Ойлера. Узагальнення Формули Ойлера на планарні графи із k компонентами зв'язності та графи роду g. Теорема Куратовського. 6. Двоїстий граф. Регулярні і правильні графи. 7. Матричні методи пошуку кількості шляхів між вершинами i та j довжини k (які містять k ребер) та пошуку найкоротшого шляху між вершинами зваженого графа. 8. Алгоритм пошуку вглиб і відповідний обхід вершин графа. 9. Алгоритм пошуку вшир і відповідний обхід вершин графа. 10. Алгоритм Пріма пошуку каркасного дерева простого графа та його обчислювальна складність. 11. Алгоритм Едмондса пошуку максимального відгалуження орієнтованого графа та його обчислювальна складність. 12. Алгоритм топологічного сортування.
<p>Опитування</p>	<p>Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.</p>

ДОДАТОК

Схема курсу

Тиж- день, год.	Тема, план, короткі тези	Форма діяльності (заняття)* *лекція, самостійна, дискусія, групова робота)	Література. Ресурси в Інтернеті	Завдання, год.	Термін виконан- ня
1	2	3	4	5	6
Перший тиждень, 4 год.	Тема 1. Означення і приклади графів. Ізоморфізм графів. Лема про рукостискання.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Опрацювати рекомендовану літературу,	Один тиждень
	Тема 1. Означення і приклади графів. Ізоморфізм графів. Лема про рукостискання.	Практичне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Виконати домашнє завдання, 1 год.	Один тиждень
Другий тиждень, 4 год.	Тема 1. Означення і приклади графів. Ізоморфізм графів. Лема про рукостискання.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Опрацювати рекомендовану літературу, 1 год.	Один тиждень
	Тема 1. Означення і приклади графів. Ізоморфізм графів. Лема про рукостискання.	Практичне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Виконати домашнє завдання, 1 год.	Один тиждень
Третій тиждень, 6 год.	Тема 2. Матриці зв'язані з графами. Списки і таблиці спряженості для зображення графів.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Опрацювати рекомендовану літературу, 1 год.	Один тиждень
	Тема 2. Матриці зв'язані з графами. Списки і таблиці спряженості для зображення графів.	Практичне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Виконати домашнє завдання, 1 год.	Один тиждень

1	2	3	4	5	6
Четвертий тиждень, 4 год.	Тема 2. Матриці зв'язані з графами. Списки і таблиці спряженості для зображення графів.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Опрацювати рекомендовану літературу,	Один тиждень
	Тема 2. Матриці зв'язані з графами. Списки і таблиці спряженості для зображення графів.	Практичне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Виконати домашнє завдання, 1 год.	Один тиждень
П'ятий тиждень, 4 год.	Тема 3. Древа. Теореми, які характеризують древа. Каркасне древо графа. Алгоритми Краскала та Дейкстри.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Опрацювати рекомендовану літературу, 1 год.	Один тиждень
	Тема 3. Древа. Теореми, які характеризують древа. Каркасне древо графа. Алгоритми Краскала та Дейкстри.	Практичне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Виконати домашнє завдання, 1 год.	Один тиждень
Шостий тиждень, 4 год.	Тема 3. Древа. Теореми, які характеризують древа. Каркасне древо графа. Алгоритми Краскала та Дейкстри.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Опрацювати рекомендовану літературу.	Один тиждень
	Тема 3. Древа. Теореми, які характеризують древа. Каркасне древо графа. Алгоритми Краскала та Дейкстри.	Практичне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Виконати домашнє завдання. 1 год.	Один тиждень
Сьомий тиждень, 4 год.	Тема 4. Ойлерові графи та алгоритм Флері.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Опрацювати рекомендовану літературу, 1 год.	Один тиждень
	Контрольна робота №1	Практичне заняття, 2 год.			Один тиждень
Восьмий тиждень, 4 год.	Тема 5. Плоскі (планарні) графи. Формула Ойлера. Узагальнення Формули Ойлера на планарні графи із k компонентами зв'язності та графи роду g. Теорема Куратовського.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Опрацювати рекомендовану літературу, 1 год.	Один тиждень
	Тема 5. Плоскі (планарні) графи. Формула Ойлера. Узагальнення Формули Ойлера на планарні графи із k компонентами зв'язності та графи роду g. Теорема Куратовського.	Практичне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Виконати домашнє завдання, 1 год.	Один тиждень

1	2	3	4	5	6
Дев'я- тий тиждень, 4 год.	Тема 5. Плоскі (планарні) графи. Формула Ойлера. Узагальнення Формули Ойлера на планарні графи із k компонентами зв'язності та графи роду g. Теорема Куратовського.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Опрацювати рекомендовану літературу, 1 год.	Один тиждень
	Тема 5. Плоскі (планарні) графи. Формула Ойлера. Узагальнення Формули Ойлера на планарні графи із k компонентами зв'язності та графи роду g. Теорема Куратовського.	Практичне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Виконати домашнє завдання, 1 год.	Один тиждень
Десятий тиждень, 4 год.	Тема 6. Двоїстий граф. Регулярні і правильні графи.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Опрацювати рекомендовану літературу, 1 год.	Один тиждень
	Тема 6. Двоїстий граф. Регулярні і правильні графи.	Практичне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Виконати домашнє завдання, 1 год.	Один тиждень
Одинад- цятий тиждень, 4 год.	Тема 7. Матричні методи пошуку кількості шляхів між вершинами і та j довжини k (які містять k ребер) та пошуку найкоротшого шляху між вершинами зваженого графа.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Опрацювати рекомендовану літературу., 1 год	Один тиждень
	Тема 7. Матричні методи пошуку кількості шляхів між вершинами і та j довжини k (які містять k ребер) та пошуку найкоротшого шляху між вершинами зваженого графа.	Практичне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Виконати домашнє завдання, 1 год.	Один тиждень
Дванад- цятий тиждень, 4 год.	Тема 8. Алгоритм пошуку вглиб і відповідний обхід вершин графа.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Опрацювати рекомендовану літературу, 1 год.	Один тиждень
	Тема 8. Алгоритм пошуку вглиб і відповідний обхід вершин графа.	Практичне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Виконати домашнє завдання, 1 год.	Один тиждень

1	2	3	4	5	6
Тринадцятий тиждень, 4 год.	Тема 9. Алгоритм пошуку вшир і відповідний обхід вершин графа.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Опрацювати рекомендовану літературу, 1 год.	Один тиждень
	Тема 9. Алгоритм пошуку вшир і відповідний обхід вершин графа.	Практичне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Виконати домашнє завдання, 1 год.	Один тиждень
Чотирнадцятий тиждень, 4 год.	Тема 10. Алгоритм Пріма пошуку каркасного дерева простого графа та його обчислювальна складність.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Опрацювати рекомендовану літературу,	Один тиждень
.	Тема 10. Алгоритм Пріма пошуку каркасного дерева простого графа та його обчислювальна складність.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Опрацювати рекомендовану літературу, 1 год.	Один тиждень
П'ятнадцятий тиждень, 4 год.	Тема 11. Алгоритм Едмондса пошуку максимального відгалуження орієнтованого графа та його обчислювальна складність.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Опрацювати рекомендовану літературу, 1 год.	Один тиждень
	Тема 11. Алгоритм Едмондса пошуку максимального відгалуження орієнтованого графа та його обчислювальна складність.	Практичне заняття, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Виконати домашнє завдання, 1 год.	Один тиждень
Шістнадцятий тиждень, 4 год.	Тема 12. Алгоритм топологічного сортування.	Лекція, 2 год.	Див. Література для вивчення дисципліни	Опрацювати рекомендовану літературу, 1 год.	Один тиждень
	Контрольна робота №2	Практичне заняття, 2 год.			Один тиждень
Разом		32 год. лекцій, 32 год. практичних занять		26 год. самостійної роботи	