

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Львівський національний університет імені Івана Франка**  
**Механіко-математичний факультет**  
**Кафедра математичної економіки, економетрії,**  
**фінансової та страхової математики**

**Затверджено**  
на засіданні кафедри математичної  
економіки, економетрії, фінансової та  
страхової математики  
механіко-математичного факультету  
Львівського національного університету  
імені Івана Франка  
(протокол № 12 від 30 серпня 2022 р.)



Завдувач кафедри

 проф. Кирилич В. М.

**Силабус з навчальної дисципліни**  
**«Мережеві ігри»,**

що викладається в межах ОПП Математика. Математична економіка та економетрика  
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів із спеціальності  
111 – математика

<b>Назва дисципліни</b>	Мережеві ігри
<b>Адреса викладання дисципліни</b>	вул. Університетська, 1, 79-000, м. Львів, Механіко-математичний факультет ЛНУ ім. Івана Франка
<b>Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна</b>	Механіко-математичний факультет, кафедра математичної економіки, економетрії, фінансової та страхової математики
<b>Галузь знань, шифр та назва спеціальності</b>	11 – математика і статистика; 111 – математика;
<b>Викладачі дисципліни</b>	Куриляк Андрій Олегович, к.ф.-м.н., доцент кафедри математичної економіки, економетрії, фінансової та страхової математики
<b>Контактна інформація викладачів</b>	Електронна пошта: <a href="mailto:andriy.kurylyak@lnu.edu.ua">andriy.kurylyak@lnu.edu.ua</a> , веб-сторінка: <a href="https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/kuryliak-a-o">https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/kuryliak-a-o</a>
<b>Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються</b>	Кафедра математичної економіки, економетрії, фінансової та страхової математики, ауд. 354, в день проведення практичних занять (година за попередньою домовленістю). Он-лайн консультації через Zoom; для погодження часу слід писати на електронну пошту <a href="mailto:andriy.kurylyak@lnu.edu.ua">andriy.kurylyak@lnu.edu.ua</a> чи дзвонити
<b>Сторінка дисципліни</b>	<a href="https://new.mmf.lnu.edu.ua/">https://new.mmf.lnu.edu.ua/</a>
<b>Інформація про дисципліну</b>	Дисципліна «Мережеві ігри» є вибірковою дисципліною освітньої програми «Математика. Математична економіка та економетрика» спеціальності 111 – Математика для підготовки бакалавра, яка викладається в 7 семестрі в обсязі 4 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS)
<b>Коротка анотація дисципліни</b>	Навчальну дисципліну розроблено так, щоб надати учасникам необхідні знання з теорії ігор, необхідні для того, щоб знаходити рівноваги та ціну анархії у різних моделях мережі. Тому в дисципліні представлено як огляд різних моделей мережі, так і процесів та інструментів, які потрібні для обчислення ціни анархії даних мереж.
<b>Мета та цілі дисципліни</b>	Метою вивчення вибіркової дисципліни «Мережеві ігри» є ознайомлення студентів із завданнями практичних занять для оволодіння сучасними методами знаходження рівноваг, пошуку оптимальної маршрутизації та обчислення ціни анархії у різних моделях мереж.
<b>Література для вивчення дисципліни</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Roughgarden T. Selfish Routing and the Price of Anarchy. — MIT Press, 2005.</li> <li>2. Fudenberg D., Tirole J. Game Theory. Cambridge — MIT Press, 1996.</li> <li>3. Gibbons R. A. Primer in Game Theory. — Prentice Hall, 1992.</li> <li>4. Christodoulou G., Koutsoupias E. On the price of anarchy and stability of correlated equilibria of linear congestion games// Lecture Notes in Comp. Sci. — V.3669. — 2005. — P. 59–70.</li> <li>5. Korillis Y. A., Lazar A. A., Orda A. Avoiding the Braess's paradox for traffic networks// J. Appl. Probability — V.36. — 1999. — P. 211–222.</li> <li>6. Wardrop J. G. Some theoretical aspects of road traffic research// Proceedings of the Inst. Civil Engineers. 1952. — P. 325–378</li> <li>7. V. Zverovich and E. Avineri, Braess' paradox in a generalised traffic network, Journal of Advanced Transportation. – V.49(1). – 2015. — P. 114–138.</li> </ol>

	<p>8. A. Nagurney, D.C. Parkes, P. Daniele, The Internet, evolutionary variational inequalities, and the time-dependent Braess paradox, Computational Management Science. — V.4(4). — 2007. — P. 355–375.</p> <p>9. Y.A. Korilis, A.A. Lazar, A. Orda, Avoiding the Braess paradox in noncooperative networks, Journal of Applied Probability. V.36(1). — 1999— P. 211–222.</p> <p>10. W. Byung-Wook, A differential game model of Nash equilibrium on a congested traffic network, Networks, — V.23(6). — 1993. — P. 557–565.</p>
<b>Обсяг курсу</b>	120 годин. З них: 48 годин аудиторних занять (24 години лекцій і 24 години практичних занять) та 72 год. самостійної роботи.
<b>Очікувані результати навчання</b>	<p>Після завершення цього курсу студент буде:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Знати теоретичні аспекти мережевих ігор.</li> <li>– Вміти застосовувати основні методи теорії ігор для знаходження рівноваг у різних моделях мережі, знаходити ціну анархії у різних моделях мережі, а також шукати оптимальну маршрутизацію.</li> </ul> <p>Курс забезпечує набуття таких компетентностей та програмних результатів навчання: ЗК1, ЗК2, ЗК4, ЗК5, СК4, СК8, СК11.</p>
<b>Ключові слова</b>	Ціна анархії, парадокс Браесса, рівновага, модель Вальдропа, модель Пігу, оптимальна маршрутизація, функція затримки, потенціал моделі, витрати системи, роздільний та нероздільний трафік.
<b>Формат курсу</b>	Очний
	Проведення лекцій, лабораторних робіт та консультації для кращого розуміння тем
<b>Теми</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. КР-модель оптимальної маршрутизації з нероздільним трафіком.</li> <li>2. Ціна анархії.</li> <li>3. Рівновага у чистих стратегіях.</li> <li>4. Парадокс Браесса.</li> <li>5. Повністю змішана рівновага у задачі з різними користувачами і однаковими каналами.</li> <li>6. Повністю змішана рівновага у задачі з однаковими користувачами і різними каналами.</li> <li>7. Повністю змішана рівновага у загальному випадку.</li> <li>8. Ціна анархії у моделі з паралельними каналами і нероздільним трафіком.</li> <li>9. Ціна анархії у моделі з лінійними витратами системи і нероздільним трафіком для довільної мережі.</li> <li>10. Ціна анархії у моделі з максимальними витратами системи і нероздільним трафіком для довільної мережі.</li> <li>11. Модель Вальдропа оптимальної маршрутизації з роздільним трафіком.</li> <li>12. Модель з паралельними каналами.</li> <li>13. Модель Пігу.</li> <li>14. Модель Пігу та парадокс Браесса.</li> <li>15. Потенціал у моделі з роздільним трафіком для довільної мережі.</li> <li>16. Витрати системи у моделі з роздільним трафіком для опуклих функцій затримки.</li> <li>17. Ціна анархії у моделі з роздільним трафіком для лінійної функції затримки.</li> <li>18. Потенціал у моделі Вардропа з паралельними каналами для персоналізованих лінійних функцій затримки.</li> <li>19. Потенціал у моделі Вардропа з паралельними каналами для персоналізованих опуклих функцій затримки.</li> <li>20. Ціна анархії довільної мережі для персоналізованих лінійних функцій</li> </ol>

	затримки.
<b>Підсумковий контроль, форма</b>	Залік в кінці семестру Залік – письмовий
<b>Пререквізити</b>	Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з математичного аналізу, лінійної алгебри, диференціальних рівнянь, теорії ігор, тощо, достатніх для сприйняття категоріального апарату мережевих ігор.
<b>Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу</b>	Презентації, лекції, дискусії.
<b>Необхідне обладнання</b>	використання програмного забезпечення і операційних систем, комп'ютерне обладнання.
<b>Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)</b>	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• практичні/самостійні тощо: 10% семестрової оцінки: максимальна кількість балів 10;</li> <li>• контрольні заміри (модулі): 30% семестрової оцінки: максимальна кількість балів 30;</li> <li>• залік: 60% семестрової оцінки: максимальна кількість балів 60.</li> </ul> <p>Загалом – 100 балів.</p> <p><b>Письмові роботи:</b> Очікується, що студенти виконають декілька видів письмових робіт.</p> <p><b>Академічна доброчесність:</b> Очікується, що роботи студентів будуть їхніми оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p><b>Відвідання занять</b> є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції і практичні заняття курсу. Студенти зобов'язані дотримуватися усіх строків, визначених для виконання усіх видів письмових робіт, передбачених курсом.</p> <p><b>Література.</b> Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p><b>Політика виставлення балів.</b> Враховуються бали, набрані на поточному тестуванні, самостійній роботі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях, не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвочасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p> <p>Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p>
<b>Питання до заліку (чи питання до контрольної)</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. КР-модель оптимальної маршрутизації з нероздільним трафіком.</li> <li>2. Ціна анархії.</li> <li>3. Рівновага у чистих стратегіях. Парадокс Браеса.</li> </ol>

<b>роботи)</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>4. Повністю змішана рівновага у задачі з різними користувачами і однаковими каналами.</li> <li>5. Повністю змішана рівновага у задачі з однаковими користувачами і різними каналами.</li> <li>6. Повністю змішана рівновага у загальному випадку.</li> <li>7. Ціна анархії у моделі з паралельними каналами і нероздільним трафіком.</li> <li>8. Ціна анархії у моделі з лінійними витратами системи і нероздільним трафіком для довільної мережі.</li> <li>9. Ціна анархії у моделі з максимальними витратами системи і нероздільним трафіком для довільної мережі.</li> <li>10. Модель Вальдропа оптимальної маршрутизації з роздільним трафіком.</li> <li>11. Модель Пігу та парадокс Браеса.</li> <li>12. Потенціал у моделі з роздільним трафіком для довільної мережі.</li> <li>13. Витрати системи у моделі з роздільним трафіком для опуклих функцій затримки.</li> <li>14. Ціна анархії у моделі з роздільним трафіком для лінійної функції затримки.</li> <li>15. Потенціал у моделі Вардропа з паралельними каналами для персоналізованих лінійних та опуклих функцій затримки.</li> <li>16. Ціна анархії довільної мережі для персоналізованих лінійних функцій затримки.</li> </ol>
<b>Опитування</b>	Анкет-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенні курсу.

### Схема курсу

Тиж.	Тема, план, короткі тези	Форма діяльності (заняття)* *лекція, самостійна, дискусія, групова робота	Література, *** Ресурси в інтернеті	Завдання, год.	Термін виконання
1	КР-модель оптимальної маршрутизації з нероздільним трафіком	лекція, практична	Roughgarden T. Selfish Routing and the Price of Anarchy. — MIT Press, 2005.	3 год	
2	Ціна анархії	лекція, практична		3 год	
3	Рівновага у чистих стратегіях. Парадокс Браеса	лекція, практична		Fudenberg D., Tirole J. Game Theory. Cambridge — MIT Press, 1996.	3 год
4	Повністю змішана рівновага у задачі з різними користувачами і однаковими каналами	лекція, практична	3 год		
5	Повністю змішана рівновага у задачі з однаковими користувачами і різними каналами	лекція, практична	3 год		
6	Повністю змішана рівновага у загальному випадку	лекція, практична	3 год		

7	Ціна анархії у моделі з паралельними каналами і нероздільним трафіком	лекція, практична	Gibbons R. A. Primer in Game Theory. — Prentice Hall, 1992.	3 год	
8	Ціна анархії у моделі з лінійними витратами системи і нероздільним трафіком для довільної мережі	лекція, практична		3 год	
9	Ціна анархії у моделі з максимальними витратами системи і нероздільним трафіком для довільної мережі	лекція, практична		3 год	
10	Модель Вальдропа оптимальної маршрутизації з роздільним трафіком	лекція, практична		3 год	
11	Модель Пігу та парадокс Браеса	лекція, практична		3 год	
12	Потенціал у моделі з роздільним трафіком для довільної мережі	лекція, практична		3 год	
13	Витрати системи у моделі з роздільним трафіком для опуклих функцій затримки	лекція, практична		3 год	
14	Ціна анархії у моделі з роздільним трафіком для лінійної функції затримки	лекція, практична		3 год	
15	Потенціал у моделі Вардропа з паралельними каналами для персоналізованих лінійних та опуклих функцій затримки	лекція, практична		3 год	
16	Ціна анархії довільної мережі для персоналізованих лінійних функцій затримки	лекція, практична		3 год	